

**Beitrag zur Ermittlung von Schnitt- und
Verformungsgrößen bei mehrschichtigen
Stahlbetonwandtafeln mit Verbindungsmitteln aus
glasfaserverstärktem Kunststoff**

Vom Fachbereich
Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Kaiserslautern
zur Verleihung des akademischen Grades

DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)

genehmigte

DISSERTATION

von

Juniorprofessor Dipl.-Ing. Matthias Pahn

aus Kaiserslautern

Dekan:	Prof. Dr.-Ing. W. Kurz
1. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. Schnell
2. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. habil. P. Mark
Tag der mündlichen Prüfung:	04.11.2011

Kaiserslautern 2011

(D 386)

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion des Fachbereichs Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Kaiserslautern.

Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Schnell danke ich ganz herzlich für die Möglichkeit der Anfertigung dieser Disserationsschrift und für die Förderung dieser Arbeit durch zahlreiche Anregungen und eine stetige Diskussionsbereitschaft.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. P. Mark danke ich für die Wahrnehmung der Aufgabe des zweiten Berichterstatters sowie die vielfältigen Anregungen und Hinweise. Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Klinkel für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Für die zahlreichen Diskussionen zu den Themen der Kunststofftechnik möchte ich mich ganz herzlich bei Herrn Dr. Weber von der Schöck Bauteile GmbH bedanken.

Weiterhin möchte ich mich bei meinen Kolleginnen und Kollegen am Fachgebiet für die angenehme Zusammenarbeit, dem regen fachlichen Meinungsaustausch und die schöne Zeit auch außerhalb der Universität bedanken. Ein besonderes Dankeschön gilt meinem langjährigen Zimmergenossen Christian Balzer und Dr. Catherina Thiele.

Ein großer Dank gilt allen Mitarbeitern des Labors für konstruktiven Ingenieurbau und allen Hilfsassistenten und Diplomanden für die Diskussionsbereitschaft und die tatkräftige Unterstützung bei den experimentellen Untersuchungen.

Abschließend möchte ich mich ganz besonders bei meiner Frau Dorothea und meiner Familie für die Geduld und den stetigen Rückhalt bedanken, welche mir die Fertigstellung dieser Arbeit ermöglichten.

Kaiserslautern, im September 2011

Matthias Pahn

Matthias Pahn

**Beitrag zur Ermittlung von Schnitt- und
Verformungsgrößen bei mehrschichtigen
Stahlbetonwandtafeln mit Verbindungsmitteln aus
glasfaserverstärktem Kunststoff**

Inhalt

Inhalt	i
Zusammenfassung	vi
Abstract	vii
Bezeichnungen	viii
1 Einleitung	1
1.1 Einführung	1
1.2 Motivation, Zielstellung und Gliederung der Arbeit	2
2 Grundlagen zu mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln mit GFK-VerbindungsmitteIn	5
2.1 Allgemeines	5
2.1.1 Aufbau und Verankerungskonzepte	5
2.1.2 Regelung in Normen und Zulassungen	8
2.1.3 Planung und Herstellungsverfahren	8
2.1.3.1 Elementwand mit nachträglicher Ortbetonergänzung	8
2.1.3.2 Sandwichwand	10
2.2 Grundlagen der Bemessung	12
2.2.1 Systemkenngrößen der Wand	12
2.2.2 Einwirkungen	13
2.2.3 Tragverhalten und Bemessungsgrößen	15
2.2.3.1 Plattentragwirkung	15
2.2.3.2 Scheibentragwirkung	16
2.2.3.3 Verbundtragwirkung	17
2.2.4 Aktueller Stand zur Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen	19
2.2.4.1 Zustandsgrößen aus Plattentragwirkung	20
2.2.4.2 Zustandsgrößen aus Scheibentragwirkung	23
2.2.4.3 Zustandsgrößen aus Verbundtragwirkung	23
2.2.5 Erforderliche Nachweise	25
2.3 Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff	27
2.3.1 Aufbau, Eigenschaften und Herstellung	27
2.3.2 Verankerung der Verbindungsmittel im Beton	30
2.3.3 Mechanische Analyse von glasfaserverstärkten Kunststoffen	32
2.3.4 Aktuelle Normen und Richtlinien für GFK im Bauwesen	39

3	Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung	41
3.1	Grundlagen	41
3.1.1	Arten von Verbundfugen und mechanische Beschreibung	41
3.1.2	Experimentelle Bestimmung der mechanischen Kenngrößen in den Normen	43
3.2	Stand des Wissens	47
3.2.1	Allgemeines	47
3.2.2	Experimentelle Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge	47
3.2.2.1	Versuche an der Iowa State University	47
3.2.2.2	Versuche von Gastmeyer an der TU Kaiserslautern bis 1992	49
3.2.3	Rechenmodelle zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge	52
3.2.3.1	Rechenmodell für den beidseitig im Beton eingespannten Stab	52
3.2.4	Rechenmodell für die Verbundfuge aus Dämmstoff und Verbindungsmittel	57
3.2.5	Diskussion der Modelle und Schlussfolgerungen	60
3.3	Experimentelle Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge	63
3.3.1	Vorüberlegungen	63
3.3.2	Versuchsprogramm	64
3.3.3	Versuchskonzeption und Versuchsdurchführung	66
3.3.4	Ergebnisse der Scherversuche	70
3.3.4.1	Verschiebungsmoduln der GFK-Verbindungsmittel	70
3.3.4.2	Versagen der GFK-Verbindungsmittel	72
3.3.4.3	Einfluss der Betondruckfestigkeit auf den Verschiebungsmodul	80
3.3.4.4	Versuche mit GFK-Verbindungsmitteln und Dämmstoff	82
3.4	Modellbildung und Auswertung der Versuche	92
3.4.1	Modellbildung für das GFK-Verbindungsmittel	92
3.4.1.1	Allgemeines	92
3.4.1.2	Empirisches, nichtlineares Modell zum Lastverformungsverhalten	92
3.4.1.3	Linear-elastisches, analytisches Modell zum Last-Verformungsverhalten	94
3.4.1.4	Rechnerische Überprüfung der Versuchsserien CB und TM	97
3.4.2	Modellbildung für die Verbundfuge	99
3.4.2.1	Herleitung des Verbundfugengesetzes	99
3.4.2.2	Rechnerische Überprüfung der Versuche zur Verbundfuge	107
3.5	Zusammenfassung und Ausblick	110

4	Numerische Untersuchungen zum Einfluss der Verbundfugensteifigkeit	113
4.1	Ansatz zur Berechnung der Zustandsgrößen	113
4.2	Herleitung der Gleichungen zur Berechnung der Zustandsgrößen bei konstanter Verbundfugensteifigkeit	114
4.2.1	Herleitung der Gleichungen zur Berechnung der Zustandsgrößen bei abschnittsweise unterschiedlicher Verbundfugensteifigkeit	117
4.3	Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen bei abschnittsweise unterschiedlicher Verbundfugensteifigkeit	123
4.4	Hilfsmittel für die vereinfachte Ermittlung der Zustandsgrößen	125
4.4.1	Vereinfachte Ermittlung der Zustandsgrößen unter der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$	125
4.4.1.1	Konzept zur vereinfachten Ermittlung der Zustandsgrößen	125
4.4.2	Annahmen für die Zustandsgrößenermittlung mit Berechnungshilfen	126
4.4.3	Zusammenhang zwischen den mechanischen Eigenschaften von Polystyrol-Dämmstoffen	128
4.4.4	Diagramme zur Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen	132
4.4.5	Berechnungsbeispiel	137
4.5	Zusammenfassung	139
5	Berechnung mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung	141
5.1	Aktueller Stand zu Arbeiten der Verbundtheorie	141
5.1.1	Arbeiten aus dem Gebiet des Holzbaus	141
5.1.2	Arbeiten aus dem Gebiet des Leichtbaus	144
5.1.3	Arbeiten aus dem Gebiet des Stahl-Verbundbaus	144
5.1.4	Wahl des Berechnungsverfahrens	145
5.2	Herleitung des gekoppelten Differentialgleichungssystems des dreischichtigen Sandwichverbundbalkens	145
5.2.1	Allgemeines und Annahmen der Herleitung	145
5.2.2	Herleitung der Differentialgleichungen	146
5.3	Allgemeine Lösung der Differentialgleichungen	153
5.3.1	Homogene Lösung	153
5.3.2	Partikuläre Lösung	154
5.4	Herleitung der Schnitt- und Verformungsgrößen unter Berücksichtigung der Temperaturdifferenzen $\Delta\vartheta$ und ΔT	156
5.4.1	Grundlegende Beziehungen	156
5.4.2	Herleitung der Verschiebungen	156
5.4.3	Herleitung der Teilnormalkräfte und des Schubflusses	157
5.4.4	Herleitung der Teilmomente und –querkräfte	158

5.4.5	Gesamtschnittgrößen	159
5.5	Formulierung der Randbedingungen unter Berücksichtigung von einwirkenden Randschnittgrößen	159
5.6	Lösung der Differentialgleichung für definierte Lagerungsbedingungen	162
5.6.1	Allgemeine Darstellung in Matrix-Vektor-Schreibweise	162
5.6.2	Lösung für den Fall der frei hängenden Vorsatzschale	162
5.6.2.1	Darstellung in Matrix-Vektor-Schreibweise	162
5.6.2.2	Darstellung der geschlossenen Lösungen für $N_1(x)$, $M_1(x)$ und $u(x)$	164
5.6.3	Lösung für den Fall der aufstehenden Vorsatzschale	167
5.6.3.1	Darstellung in Matrix-Vektor-Schreibweise	167
5.6.3.2	Geschlossene Lösung für $N_1(x)$, $M_1(x)$ und $u(x)$ bei aufstehender Vorsatzschale	168
5.7	Vergleichsrechnungen zur Auswirkung der Verbundtragwirkung	170
5.7.1	Zusammenstellung der Wandparameter und Lastfälle	170
5.7.2	Ergebnisse der Vergleichsrechnungen	172
5.7.3	Auswertung und Schlussfolgerung zur Vergleichsrechnung	180
5.8	Berechnungshilfen zur Ermittlung der maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen infolge Verbundtragwirkung	183
5.8.1	Maximalschnittgrößen infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei frei hängender Vorsatzschale	183
5.8.2	Maximalrelativverschiebung u_{\max} infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei frei hängender Vorsatzschale	185
5.8.3	Maximalschnittgrößen $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei aufstehender Vorsatzschale	186
5.8.4	Maximalrelativverschiebung u_{\max} infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei aufstehender Vorsatzschale	188
5.8.5	Maximalschnittgrößen $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ infolge einer Trapezlast	189
5.8.6	Maximalrelativverschiebung u_{\max} infolge einer Trapezlast	191
5.9	Parameterstudie zum Einfluss der Material- und Geometrie Kenngrößen	194
5.9.1	Einfluss auf die Relativverschiebung u	195
5.9.2	Einfluss auf die maximale Randspannung in der Vorsatzschale	199
5.10	Zusammenfassung	205
6	Experimentelle Untersuchungen an mehrschichtigen, biegebeanspruchten Stahlbetonplattenstreifen	207
6.1	Versuchsprogramm	207
6.2	Aufbau und Herstellung der Versuchskörper	209
6.3	Eigenschaften der verwendeten Materialien	212
6.4	Versuchsaufbau und Durchführung	214
6.5	Versuchsbeschreibung	218

6.5.1	Last-Durchbiegungs-Kurven	218
6.5.2	Last-Relativverschiebungs-Kurven	223
6.6	Berechnungsmodell	225
6.6.1	Nachrechnung der Versuche	225
6.6.2	Vorgehensweise und Annahmen	230
6.6.3	Vorgehen bei der Nachrechnung der Last-Durchbiegungs- und Last-Relativverschiebungsbeziehung	231
6.7	Vergleich zwischen Versuchsergebnissen und Rechenmodell	232
6.7.1	Nachrechnung der Last-Durchbiegungs-Kurven	232
6.7.2	Nachrechnung Kraft-Relativverschiebungs-Kurven	238
6.8	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	239
7	Einfluss der Ortbetonverfüllung auf das Wandelement	242
7.1	Beanspruchung des Wandelements infolge der Ortbetonverfüllung	242
7.2	Versuchprogramm und Versuchsdurchführung	243
7.3	Darstellung der Ergebnisse und Auswertung	247
7.3.1	Ergebnisse der Kurzzeitmessung	247
7.3.2	Ergebnisse der Langzeitmessung	251
7.3.3	Auswertung der Versuche	252
7.3.4	Ergebnisse der Verformungsmessung	258
7.3.5	Berechnung der Spannungen in der Vorsatzschale infolge nachträglicher Ortbetonergänzung	268
7.3.5.1	Nachrechnung des Bauteilversuchs	268
7.3.5.2	Parameterstudie zur Abschätzung maximaler Zugspannungen in der Vorsatzschale aufgrund der Ortbetonverfüllung	272
7.4	Zusammenfassung und Diskussion	275
8	Zusammenfassung und Ausblick	278
	Literatur	281
	Richtlinien, Normen und Zulassungen	291
	Anhang A-1	296
	Anhang A-2	305
	Anhang A-3	312

Zusammenfassung

Die Kopplung der Schalen mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln mit innenliegender Wärmedämmung kann mit stabförmigen Verbindungsmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK) erfolgen. Diese Verankerungen weisen gegenüber Edelstahlverankerungen Vorteile hinsichtlich der Dauerhaftigkeit und des thermischen Verhaltens auf. Infolge der begrenzten Verformbarkeit der Verbindungsmittel und zur Sicherstellung der Verankerung der Verbindungsmittel in den Schalen sind für die Wandelemente neben den Nachweisen zur Tragfähigkeit auch Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu führen.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die wirklichkeitsnahe Ermittlung der Schnittgrößen in der Vorsatzschale und die Berechnung der Relativverschiebung zwischen den Schalen als Grundlage der Nachweisführung. Insbesondere bei hohen, schlanken Wandelementen ist das Verbundtragverhalten unter Einbeziehung der innenliegenden Wärmedämmschicht dieser Bauteile zu berücksichtigen.

In einem ersten Bearbeitungsschritt erfolgt ein umfangreiches Versuchsprogramm zur Analyse des Last-Verformungsverhaltens der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung. Darauf basierend wird ein mechanisches Modell entwickelt, das eine allgemeingültige Berechnung der Verbundfugensteifigkeit als Grundlage der weiteren Untersuchungen ermöglicht.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen werden in einem zweiten Bearbeitungsschritt Lösungen dargelegt, welche die Berechnung der Funktionsverläufe der Schnitt- und Verformungsgrößen aus der Verbundtragwirkung ermöglichen. Grundlage ist das gekoppelte Differentialgleichungssystem der Sandwichtheorie. Für relevante Lastfälle und Lagerungsbedingungen werden geschlossene, analytische Gleichungen zur Berechnung der Extremalwerte erarbeitet. Das Berechnungsmodell wird im Rahmen einer Versuchsreihe an mehrschichtigen Stahlbetonplattenstreifen mit den Versuchsergebnissen verifiziert. Zur Abgrenzung von Fällen, bei denen auf eine aufwändige Berücksichtigung der Verbundtragwirkung verzichtet werden kann, werden Parameterstudien durchgeführt und praxisrelevante Fälle ausgewertet. Abschließend werden grafische Berechnungshilfsmittel zur Ermittlung der maximalen Zustandsgrößen infolge der Verbundtragwirkung angegeben.

Im dritten Teil der Arbeit wird der spezielle Fall des Einflusses einer Ortbetonverfüllung auf das Schnittkraft- und Verformungsverhalten mehrschichtiger Stahlbetonwandelemente betrachtet. Im Ergebnis der Untersuchungen wird festgestellt, dass der Betonierdruck eine dauerhafte, nicht zu vernachlässigende Vorspannung der Verbindungsmittel zur Folge hat. Für die Bemessung der Verbindungsmittel unter Zugbeanspruchung wird empfohlen, 40% des rechnerischen Frischbetondrucks als Zugbeanspruchung auf die Verbindungsmittel anzusetzen. Weiterführende Untersuchungen zum Einfluss der Fugenvorspannung auf die Schnitt- und Verformungsgrößen infolge Verbundwirkung ergeben, dass diese nicht signifikant ist.

Abstract

A possibility of fastening the concrete layers of multi-layered sandwich panels with integrated insulation can be realized via connectors of glass fibre reinforced plastics (GFRP). Compared to anchorages made of stainless steel, the GFRP-anchorage shows advantages in durability and thermal behavior. Due to the limited deformability of the connectors and in order to secure the anchorage of these connectors at the concrete layers, verifications at service limit state has to be conducted.

In this thesis, equations are presented for a realistic calculation of the internal forces inside the outer concrete layer and of the relative displacement between the concrete layers. The use of these equations in verification management is recommended. Particularly for high and slender wall elements, composite action has taken into account in due consideration of integrated insulation. An extensive test program to analyze the load-deformation behavior of the shear connection between the concrete layers is a first step in the project. Based on that, a mechanical model is developed that enables a general calculation of shear connection forces and displacements.

Using this derivation, solutions for calculating the courses of the internal forces and displacement functions are obtained in a second step. The basis for the presented calculations is the system of differential equations of the sandwich theory. For the relevant load cases and support conditions, closed, analytical equations have been designed. A verification of the calculation model is achieved by comparing the measured mid-span deflection of the concrete member to the relative deformation between the concrete layers. In order to facilitate the determination of cases that do not require extensive consideration of composite action at serviceability state a parameter study concerning the influence of internal forces and deformations has been performed.

The topic of the third part of this work is focused on the application of GFRP-connectors in four-layered sandwich panels with a layer of in-situ concrete between the insulation and the inner prefabricated wall for subsequent concreting. The verification of the anchorage of tension forces at the ultimate limit state is discussed. Moreover, the joint actions of the connectors under the influence of subsequent concreting, a pre-stressing effect of the connectors are examined and the results of the full-scale tests are shown. In conclusion it is recommended that 40% of concrete pressure should to be taken into account for design. The effect on internal forces and displacements is insignificant.

Bezeichnungen

Abkürzungen

DGL	Differentialgleichung
DMS	Dehnmessstreifen
EPS	Epandiertes Polystyrol
Fb	Faserbruch
FVK	Faserverstärkter Kunststoff
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
GW	Grundwasser
VM	Verbindungsmittel
XPS	Extrudiertes Polystyrol
Zfb	Zwischenfaserbruch

Formelzeichen - große lateinische Buchstaben

A	Matrix
B	Wandbreite
C	Verschiebungsmodul
\bar{C}	Verschiebungswiderstand
D	Druckkraft
E	Erddruck
EA	Dehnsteifigkeit (allg.)
EI	Biegesteifigkeit (allg.)
F	Kraft
G	Schubmodul
H	Wandhöhe
L	Stützweite des Wandelementes
M	Moment
N	Normalkraft
Q	Querkraft
R	Basisfestigkeit
S	maßgebende Länge zur Berechnung der Temperaturverschiebung
T	Scherkraft bzw. Schubkraft in der Verbundfuge

Z Zugkraft

Formelzeichen - kleine lateinische Buchstaben

a	Verbindungsmittelabstand (x-Richtung), Abstand zwischen den Schwerachsen der Teilquerschnitte
b	Verbindungsmittelrasterabstand (y-Richtung)
d	Dicke
e	Verbindungsmittelabstand
f	Ausbreitmaß
g	ständige Einwirkung, Eigenlast
p	Streckenlast, Flächenlast
q	veränderliche Einwirkung
s	Füllhöhe
t	Schubkraft je m Länge
v	Steiggeschwindigkeit des Frischbetons
w	Windlast, Durchbiegung
x	Achsrichtung x
y	Achsrichtung y
z	Achsrichtung z

Formelzeichen - große griechische Buchstaben

ΔT	Temperaturdifferenz über die Schalendicke
$\Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz zwischen Vorsatz- und Tragschale
Ω	Relative Fugensteifigkeit
Ω^*	Relative Fugensteifigkeit unter der Annahme einer unendlich biege- und dehnsteifen Tragschale

Formelzeichen - kleine griechische Buchstaben

α	Material- und Geometrieparameter
β	relative Steifigkeit des vom Beton umschlossenen Stabes
χ	Schubkorrekturfaktor
γ	Schubwinkel, Gleitwinkel
κ	Krümmung
μ	Gleitreibungskoeffizient zwischen Dämmung und Beton

Bezeichnungen

σ	Spannung
τ	Schubspannung
ν	Querdehnzahl
ω	Faktor

Indizes – arabische Zahlen

0	Annahme starren Verbundes
1	Vorsatzschale
2	Tragschale

Indizes – großer lateinische Buchstaben

A	Verbindungsmittel
D	Dämmung
H	homogene Lösung der DGL
P	partikuläre Lösung der DGL
TS	Tragschale
VS	Vorsatzschale
V	Verbundfuge, Kernschicht

Indizes – kleine lateinische Buchstaben

auf	aufstehende Vorsatzschale
frei	frei hängende Vorsatzschale
lin	Annahme für linear-elastisches Verhalten der Verbundfuge
m	Mittelwert
meas	im Versuch gemessene Größe
max	Maximalwert
calc	berechnete Größe

Formelzeichen - Große lateinische Buchstaben mit Indizes

A_A	Querschnittsfläche des GFK-Verbindungsmittels
A_R	Verbindungsmittlrasterfläche
$B_{1,2}$	Biegesteifigkeit von Vorsatzschale / Tragschale
B_s	Steiner-Anteil der Biegesteifigkeit des Wandelementes
B_e	Summe der Eigenbiegemomente von Vorsatz- und Tragschale

C_A	Verschiebungsmodul des Verbindungsmittels
$C_{A,0}$	Ursprungsverschiebungsmodul des VM
$C_{A,N}$	Dehnsteifigkeit des Verbindungsmittels in Richtung der Stabachse
$C_{A,A}$	Anfangsverschiebungsmodul des VM
C_v	Verbundfugensteifigkeit, Schubfedersteifigkeit des Verbundquerschnittes
$C_{v,A}$	Schubfedersteifigkeit des Verbindungsmittels
$C_{v,D}$	Schubfedersteifigkeit der Dämmung
C_{v1}	Schubfedersteifigkeit der Verbundfuge im ungestörten Bereich der Dämmung
C_{v2}	Schubfedersteifigkeit der Verbundfuge im gestörten Bereich der Dämmung
$C_{A,z}$	Dehnsteifigkeit des Verbindungsmittels
$D_{1,2}$	Dehnsteifigkeit von Vorsatzschale / Tragschale
E	Erddruck
E_c	Elastizitätsmodul für Normalbeton
E_{cm}	mittlerer E-Modul des Betons (Sekantenwert)
E_D	Kurzzeit-Elastizitätsmodul Dämmung
F_B	maxximale Zugkraft im VM infolge Frischbetondruck
$F_{B,k}$	charakt. Zugkraft im Verbindungsmittel aus dem Frischbetondruck
$F_{B,max,k}$	maximale, charakt. Zugkraft im Verbindungsmittel aus dem Frischbetondruck
F_u	Versagenslast
F_v	Scherkraft in der Verbundfuge
$G_{A,0}$	Ursprungsschubmodul
G_D	Kurzzeit-Schubmodul Dämmung
G_v	Schubmodul der Verbundfuge
H_w	Wasserdruck
$I_{A,y}$	Flächenträgheitsmoment II. Grades des Ankers
K_0	Bettungsmodul
K_1	Faktor zu Berücksichtigung des Erstarrungsverhaltens (<i>DIN 18126</i>)
$L_{D,u}$	Stelle des Dämmstoffversagens

Bezeichnungen

M_0	Moment am Betonanschnitt
M_F	Feldmoment
M_{St}	Stützmoment
M_V	Momentenanteil aus der nachgiebigen Verbindung der Schalen
N_A	Normalkraft im Verbindungsmittel
$N_{A,w}$	Verbindungsmittelnormalkraft infolge Windeinwirkung
N_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft auf das VM
$N_{Rd,c}$	Bemessungswiderstand bei Betonausbruch
$N_{Rd,GFK}$	Bemessungswiderstand bei Materialversagen des VM
$N_{Rd,stab}$	Bemessungswiderstand bei Stabilitätsversagen des VM
$N_{Rd,dst}$	Bemessungswiderstand bei Durchstanzen des VM
P_{max}	Verbindungsmitteltragfähigkeit
P_0	Kraft am Betonschanschnitt
$S_{1,2}$	Deckschichten im mehrschichtigen Wandelement
S_v	Kernschicht
T_a	Aussentemperatur
T_i	Innentemperatur
W_y	Widerstandsmoment um die y-Achse

Formelzeichen - Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes

a_1	Randabstand des Verbindungsmittels (x-Richtung), Abstand der Vorsatzschalenschwerachse zur Gesamtschwerachse
a_2	Abstand der Tragschalenschwerachse zur Gesamtschwerachse
b_1	Randabstand des Verbindungsmittels (y-Richtung)
b_{Last}	Vektor der äußeren Belastung
b_{Temp}	Vektor der Temperaturbelastung
b_{RSG}	Vektor der einwirkenden Randschnittgrößen
d_D	Dicke der Dämmschicht
d_A	ideelle Stützweite des VM unter Scherbeanspruchung
d_{TS}	Dicke der Tragschale
$d_{TS,OB}$	Dicke der Ortbetonschicht
$d_{TS,FT}$	Dicke des Tragschalenfertigteils

d_{VS}	Dicke der Vorsatzschale
d_{Fa}	Gesamtdicke des Fassadenaufbaus
d_W	Wanddicke
e_{gh}	Horizontaler Erddruck aus Bodeneigenlast
e_{ph}	Horizontaler Erddruck infolge Verkehrslast
$f_{ck,cube}$	chrakteristische Würfeldruckfestigkeit des Betons nach 28 d
f_i	Faktor
g_D	Eigenlast aus Dach und Geschossdecken
l_A	Stützweite des Verbindungsmittels
$m_{VS/TS}$	Biegemoment in der Vorsatz- bzw. Tragschale
n_A	Anzahl der VM
$n_{VS/TS}$	Normalkraft in der Vorsatz- bzw. Tragschale
q_A	Anfangswert der Trapezlast
q_D	veränderliche Lasten aus Dach und Geschosdecken
q_E	Endwert der Trapezlast
t_E	Zeitpunkt der vollendeten Erstarrung des Frischbetons
t_A	Einbindetiefe des Ankers in die Vorsatzschale
u_A	Relativverschiebung des VM in der Verbundfuge
$u_{A,u}$	Relativverschiebung beim Versagen des VM
$u_{D,u}$	Relativverschiebung bei Versagen der Dämmung
u_H	Relativverschiebung in horizontaler Richtung
u_s	Verschiebung in der Schwerachse des Verbundquerschnittes
$u_{1,2}$	Verschiebung in der Schwerachse der Deckschichten
u_M	Relativverschiebung aus Momententragwirkung
u_Q	Relativverschiebung aus Schubtragwirkung
u_0	Relativverschiebung am Betonanschnitt
u_φ	Relativverschiebung aus der Verdrehung am Betonanschnitt
w_D	Windruck
w_S	Windsog
w_k	Rissbreite
x_E	Abstand zw. Betonanschnitt und Einspannpunkt des VM im Beton

Formelzeichen - Große griechische Buchstaben mit Indizes

Δl_A	Längenänderung des VM unter Frischbetondruck
Δl_D	Längenänderung der Dämmung unter Frischbetondruck

Formelzeichen - Kleine griechische Buchstaben mit Indizes

α_b, α_1	Material- und Geometrieparameter
α_t	Temperaturausdehnungskoeffizient von Beton
ε_t	Dehnung im Verbindungsmittel zum Zeitpunkt t
γ_c	Frischbetonrohichte oder Teilsicherheitsbeiwert Beton
γ_k	Gesamtschubwinkel, Gleitung
γ_1	Teilschubwinkel 1
γ_2	Teilschubwinkel 2
η_B	bezogene Dehnung des Verbindungsmittels
η_F	bezogene Beanspruchung des Verbindungsmittels
$\varphi_{f,0}$	Faserfehlorientierungswinkel
ρ_a	Rohdichte des Dämmstoffes
σ_{10}	Druckspannung bei 10% Stauchung des Dämmstoffes
σ_b	Biegefestigkeit des Dämmstoffes
σ_h	horizontaler Frischbetondruck
$\sigma_{hk,max}$	Maximalwert des horizontalen Frischbetondrucks
$\tau_{D,s}$	Scherfestigkeit des Dämmstoffes
$\tau_{D,h}$	Haftscherfestigkeit zwischen Dämmstoff und Beton
$\tau_{D,u}$	Scherspannung beim Versagen des Dämmstoffes
v_u	Verhältniswert für die Relativverschiebung
$v_{u,korr}$	Korrekturfaktor für den Verlauf der Streckenlast
v_M	Verhältniswert für das Moment in der Vorsatzschale
v_{Ms}	Verhältniswert für das Moment aus Sandwichtragwirkung
v_N	Verhältniswert für die Normalkraft in der Vorsatzschale

1 Einleitung

1.1 Einführung

Die Anfänge der Produktion von mehrschichtigen, vorgefertigten Wandtafeln mit innenliegender Wärmedämmung liegen in Deutschland in den 60er Jahren. Dreischichtige Wandelemente bestehen anfangs in der Regel aus einer 5 – 7 cm starken Wetterschutzschicht, einer 10 cm dicken Tragschale und einer innenliegenden Kerndämmung aus Hartschaum mit einer Dicke von 4 – 6 cm. Sie werden vollständig werksseitig produziert und zum Einbauort auf die Baustelle geliefert (*Achterbach 1966*). Die Verbindung der Schalen erfolgt mit stabförmigen Trag- bzw. Zentrierankern und einer über die Wandfläche verteilten Vernadelung aus korrosionsbeständigem Stahl (*Utescher 1969*).

Die Entwicklung von Gitterträgern ermöglicht es ab ca. 1971 Halbfertigteile herzustellen, bei denen ein Hohlraum zwischen Dämmung und Innenschale erst auf der Baustelle mit Ortbeton verfüllt wird. Indem über die linienförmige Verbindung der Schalen der Betonierdruck aufgenommen werden kann, fungiert das Fertigteil als Schalung. Im Endzustand übernehmen die Gitterträger die Funktion des Tragankers und der Vernadelung. Die durch die Ortbetonschicht variable Dicke der Tragschale und das geringe Transportgewicht des Halbfertigteils ergeben einen wirtschaftlichen Vorteil gegenüber der Ortbetonbauweise.

Die beschriebenen (Halb-) Fertigteilwände werden in der Praxis unter den Bezeichnungen Dreischichtwände, Doppelwände, Hohlwände, Elementwände oder Gitterträgerwände verwendet. Einsatzgebiete sind Außenwände und tragende Innenwände von Kellern. Aufgrund der hohen Dichtheit werden sie insbesondere bei drückendem Wasser und bei hohen Anforderungen an die Wasserundurchlässigkeit und die wärmedämmende Eigenschaft eingesetzt (*Lohmeyer 1996*).

Mit den steigenden Anforderungen an den Wärmeschutz von raumabschließenden Bauteilen nehmen die Dämmschichtdicken zu. Zur Reduzierung von Wärmebrücken werden in jüngerer Zeit zunehmend nichtmetallische Verbindungsmittel aus Werkstoffen mit geringer Wärmeleitfähigkeit eingesetzt. Ab 1995 finden stiftförmige Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK) Anwendung in Sandwichwänden (*DIBt 2011, 2010, 2009*). Erstmals wird die Dämmung als lastabtragendes Element im Zusammenwirken mit dem GFK-Stab im Wandquerschnitt eingesetzt. Für den Einsatz von GFK-Verbindungsmitteln in Halbfertigteilwänden mit nachträglicher Ortbetonerfüllung existieren allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen seit dem Jahr 2009, welche u.a. Erkenntnisse aus der vorliegenden Arbeit zu Grunde liegen.

Neben der Verbesserung des Wärmeschutzes ist ein zweiter Trend zu großflächigeren und höheren Wandelementen bei Ingenieur- und Industriebauwerken auszumachen (*Pape 2011*). Dies stellt den Tragwerksplaner nicht nur für die Transport- und Montagezustände vor neue Herausforderungen, sondern hat ebenso erhebliche Auswirkungen auf die Bemessung der Bauteile im Endzustand.

Heutzutage haben mehrschichtige Wandtafeln innerhalb der Betonfertigteilindustrie eine immense Bedeutung und sind mit einem durchschnittlichen, produzierten

jährlichen Nettowarenwert für die Jahre zwischen 1995 – 2006 von ~360 Mio. Euro (BFT 2008) die drittgrößte Produktgruppe (Konstruktive Fertigteile ~700 Mio. Euro / Decken ~550 Mio. Euro).

1.2 Motivation, Zielstellung und Gliederung der Arbeit

Aufgrund der Wirtschaftlichkeit und der hohen Fertigungsqualität finden vorgefertigte Wandelemente mit innenliegender Wärmedämmung zunehmend Anwendung und unterliegen einer stetigen Weiterentwicklung. Die Verbindung der Betonschalen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK), welche gleichmäßig über die Wandfläche verteilt sind, ergeben Bauteile mit großer Wärmedämmwirkung und ermöglichen zugleich eine rationelle Herstellung.

Die erforderlichen, statischen Nachweise für die Verbindungsmittel sind in den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen festgelegt (DIBt 2011, 2010, 2009). Der statische Nachweis für die Betonschichten einschließlich der Verbundsicherung zwischen Fertigteil- und Ortbetontragschale ist entsprechend Eurocode 2 (DIN EN 1992, DIN EN 1992 NA) zu erbringen. Angaben zur Beschränkung der Rissbreite sind den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen der Verbindungsmittel zu entnehmen.

Neben den Tragfähigkeitsnachweisen sind Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu führen. Dabei wird gefordert, dass die Schubelastische Kopplung der Betonschalen bei der Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen zu berücksichtigen ist. Liegen keine Kenntnisse über das Zusammenwirken von Wärmedämmung und Verbindungsmitteln unter Scherbeanspruchung vor, so sind für die statischen Nachweise Annahmen auf der sicheren Seite zu wählen. Dieses Vorgehen kann zu sehr unwirtschaftlichen Bemessungsergebnissen führen.

Mit der vorliegenden Arbeit wird das übergeordnete Ziel verfolgt, allgemeingültige Grundlagen zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Schnitt- und Verformungsgrößen in Vorsatzschalen und Verbindungsmitteln von großformatigen, mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln mit innenliegender Wärmedämmung zu schaffen. Ausgangspunkt ist das Verankerungskonzept mit gleichmäßig über die Wandfläche verteilten, stiftförmigen Verbindungsmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK). Dabei sind sowohl Sandwichelemente als auch Elementwände mit nachträglicher Ortbetonergänzung Gegenstand der Betrachtungen. Im Hinblick auf die Zielstellung ergeben sich drei zentrale Teilprobleme, deren Lösungen im Rahmen dieser Arbeit in acht Kapiteln dargelegt sind.

Nach dem einleitenden *Kapitel 1* befasst sich *Kapitel 2* mit den Grundlagen und dem aktuellen Wissensstand und gibt einen detaillierten Überblick über die Verankerungskonzepte. Ferner wird auf die Herstellung von mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln und deren aktuelle bauaufsichtliche Regelung eingegangen. Ausführlich werden die Grundlagen zu Einwirkungen, Ermittlung von Schnitt- und Verformungsgrößen und der Bemessung erörtert. Es folgt ein Überblick über Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK) mit grundlegenden Informationen zum Material, zur mechanischen Analyse und entsprechender Normung im Bauwesen.

Das Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge zwischen den Betonschalen unter Scherbeanspruchung wird in zwei Kapiteln behandelt. In *Kapitel 3* wird zunächst der aktuelle Stand des Wissens aufgearbeitet, bevor die Ergebnisse eigener, umfangreicher Versuche an GFK-Verbindungsmitteln und an Verbindungsmitteln in Kombination mit verschiedenen Dämmstoffen dokumentiert und ausgewertet werden. Darauf basierend werden Gesetzmäßigkeiten abgeleitet, welche das Last-Verformungsverhalten von GFK-Verbindungsmitteln unter Scherbeanspruchung allgemein beschreiben. Für das Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Dämmung wird ein Modell entwickelt, welches die Berechnung der Steifigkeit der Verbundfuge unter Berücksichtigung von Schädigungen im Dämmstoff bei großen Schubverformungen ermöglicht.

Numerische Untersuchungen zum Einfluss der Verbundfugensteifigkeit auf die maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen erfolgen in *Kapitel 4*. Basierend auf der Herleitung der Differentialgleichung des schubelastisch gebetteten Balkens wird ein Berechnungsmodell für das Bauteil aufgestellt, welches die Berücksichtigung des Verbundfugengesetzes aus Kapitel 3 ermöglicht. Abschließend werden grafische Hilfsmittel zur praktischen Ermittlung der bemessungsrelevanten Schnitt- und Verformungsgrößen vorgestellt.

Mit zunehmender Schlankheit des Bauteils kann nicht mehr von der Annahme einer unendlich biegesteifen Tragschale (*Utescher 1973*) ausgegangen werden. Verformt sich die Tragschale unter Belastung, muss die Vorsatzschale dieser Bewegung aufgrund der Kopplung über die Verbundfuge folgen. Gastmeyer (*Gastmeyer 1995*) benennt diese Tragwirkung den "ungewollten Sandwicheffekt", welcher zu Beanspruchungen in der Vorsatzschale und den Verbindungsmitteln führt. Das Fassadensystem kann somit nicht mehr unabhängig vom lastabtragenden Bauteil der Innenschale bemessen werden. Aus statischer Sicht ist das Wandelement als Verbundbauteil zu betrachten. Dessen Schnitt- und Verformungsgrößen sind nach der Theorie des elastischen Verbundes bzw. der Sandwichtheorie zu berechnen.

Die Berechnung mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung wird in *Kapitel 5* behandelt. Eine Übersicht über die Berechnung von Verbundbauteilen verschiedener Bauweisen und deren Diskussion leitet die Thematik ein. Grundlage der Berechnung von Schnitt- und Verformungsgrößen ist das gekoppelte Differentialgleichungssystem der Sandwichtheorie (*Stamm 1974*). Für verschiedene Lastfälle und zwei Lagerungsvarianten werden geschlossene, analytische Gleichungen zur Berechnung der bemessungsrelevanten, maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen hergeleitet. Anschließend wird in einer Parameterstudie der Einfluss einzelner Geometrie- und Materialparameter auf die Beanspruchung der Verbindungsmittel und im Hinblick auf die Rissbildungsgefahr untersucht. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird das Ziel verfolgt, Möglichkeiten zu schaffen, die Schnitt- und Verformungsgrößen infolge Verbundtragwirkung möglichst einfach zu ermitteln. Für relevante Lastfälle werden Berechnungshilfen erarbeitet, die eine praktische Ermittlung der maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen ermöglichen.

Experimentelle Untersuchungen zum Verbundtragverhalten mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln sind nicht bekannt. In *Kapitel 6* sind eigene Großversuche zum

Last-Verformungsverhalten mehrschichtiger Stahlbetonplattenstreifen dokumentiert. Die Versuchsergebnisse werden Versuchsnachrechnungen entsprechend der Modellbildung in Kapitel 5 gegenübergestellt. Es ist nachzuweisen, dass das Berechnungsmodell, welches Grundlage der Schnitt- und Verformungsgrößenermittlung ist, eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens ermöglicht.

Bei Elementwänden mit nachträglicher Ortbetoneergänzung fungiert das Verbindungsmittel gleichzeitig als Schalungsanker und bildet gemeinsam mit den Betonschalen ein geschlossenes System, welches den Frischbetondruck aufnimmt. Bei der Wandherstellung ist davon auszugehen, dass mit zunehmenden Bauteilhöhen große Kräfte in der Betonierfuge aufzunehmen sind. In *Kapitel 7* wird der Frage nachgegangen, inwieweit eine Beanspruchung aus dem Betoniervorgang dauerhaft im Wandquerschnitt wirkt und somit relevant für die Bemessung der Verbindungsmittel sein kann. Anhand der Ergebnisse von Kurz- und Langzeitmessungen an fünf durchgeführten Großversuchen wird der Einfluss der nachträglichen Ortbetonverfüllung auf das Wandelement dokumentiert und ausgewertet.

Kapitel 8 fasst die Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit zusammen.

2 Grundlagen zu mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln mit GFK-Verbindungsmitteln

Kapitel 2 befasst sich mit den Grundlagen und dem aktuellen Wissensstand und gibt einen detaillierten Überblick über die Verankerungskonzepte bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln mit innenliegender Wärmedämmung. Ferner wird auf die Herstellung der Wandtafeln und deren aktuelle bauaufsichtliche Regelung eingegangen. Ausführlich werden die Grundlagen zu Einwirkungen, Ermittlung von Schnitt- und Verformungsgrößen und der Bemessung erörtert. Es folgt ein Überblick über Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK) mit grundlegenden Informationen zum Material, zur mechanischen Analyse und entsprechender Normung im Bauwesen.

2.1 Allgemeines

2.1.1 Aufbau und Verankerungskonzepte

Mehrschichtige Stahlbetonwandtafeln kommen derzeit fast ausschließlich als Fertigteilwandelemente zum Einsatz. Vollständig vorgefertigte Stahlbetonwandtafeln mit innenliegender Wärmedämmung werden als Sandwichwände bezeichnet. Die Herstellung als Halbfertigteil bei großen Wanddicken erfolgt mit dem Ziel das Transportgewicht zu reduzieren und bei Bedarf eine wasserundurchlässige Konstruktion zu ermöglichen. Erst bauseitig erfolgt die Ergänzung der Fertigteiltragschale mit Ortbeton zum endgültigen Querschnitt. Diese Wandelemente werden Elementwände mit nachträglicher Ortbetonergänzung genannt (Abbildung 1). Im Endzustand liegt in beiden Fällen ein dreischichtiger Aufbau aus Vorsatzschale, Wärmedämmung und Tragschale vor.

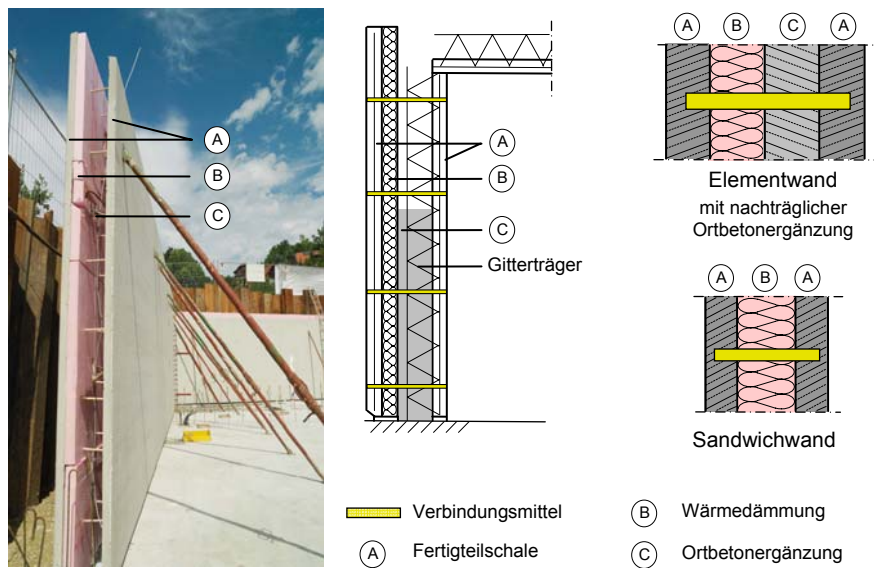


Abbildung 1: Aufbau mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln

Die Schalen werden in Normalbeton und in Einzelfällen in Leichtbeton ausgeführt.

Als Dämmstoffe kommen zum Einsatz:

- expandierte Polystyrol-Hartschäume (EPS) nach DIN EN 13163:2009-02,
- extrudierte Polystyrol-Hartschäume (XPS) nach DIN EN 13164:2009-02 und
- Polyurethan-Hartschaum (PUR) nach DIN 18159:1991-12.

Die Kopplung der Schalen erfolgt über diskrete Verbindungsmittel (Abbildung 2-a, b, c), deren statischen Aufgaben der Abtrag der Lasten aus der Vorsatz- in die Tragschale sowie die Aufnahme des Frischbetondruckes im Bauzustand sind. Falls erforderlich dienen die Verbindungsmittel zur Stabilisierung der inneren Fertigteilsschale während der Bauzeit z.B. infolge der Auflagerung von Unterzug- und Deckenfertigteilen vor der Ortbetonverfüllung. Derzeit übliche metallische Verankerungsmittel sind Gitterträger in Element- und Sandwichwänden und Manschetten- oder Flachanker in Kombination mit einer flächigen Vernadelung bei Sandwichwänden dar (Abbildung 3-a, b).

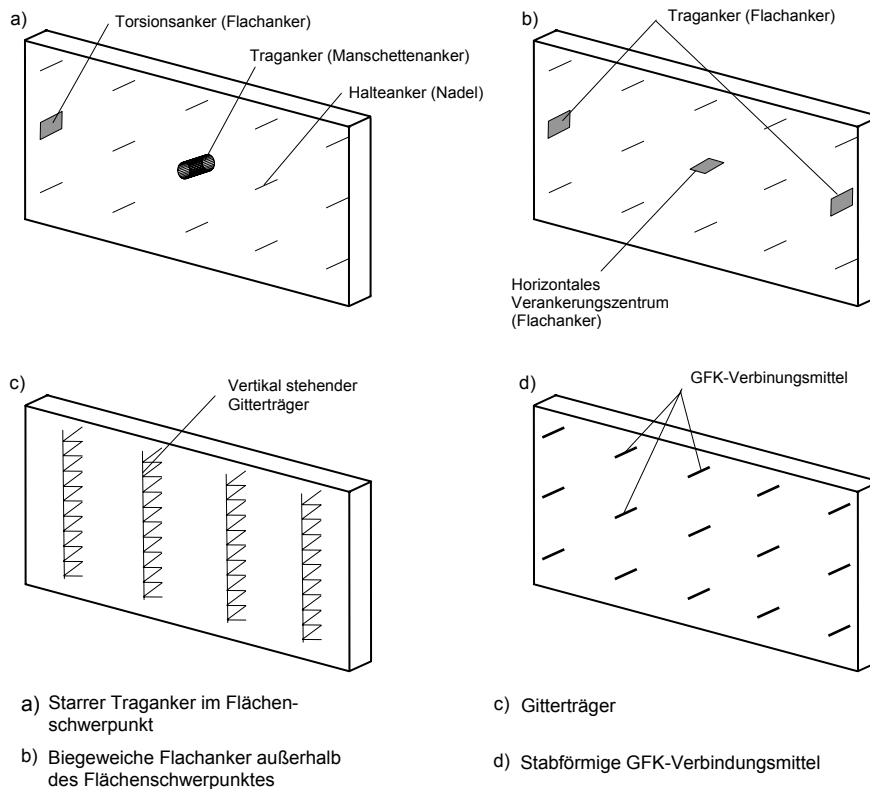


Abbildung 2: Konzepte zur Verbindung von Vorsatz- und Tragschale

Alternativen zu diesen Verankerungssystemen sind stabförmige Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff (Abbildung 2-a). Im Gegensatz zur konzentrierten oder annähernd linienförmigen Lastübertragung zwischen den Schalen werden diese Verbindungsmittel auf der Wandfläche in einem äquidistanten Ankerraster angeordnet (Abbildung 2-d) und leiten die auftretenden Lasten von der Vorsatzschale in die Tragschale ein. Aufgrund der einfachen Installation während des Produktionsprozesses und ihrer günstigen thermischen Wirkung werden sie seit Mitte der 90er Jahre zunehmend in Sandwichwänden eingesetzt. Aktuelle Produktentwicklungen ermöglichen eine Anwendung in Wandelementen mit nachträglicher Ortbetonerfüllung (DIBt 2010, 2009).


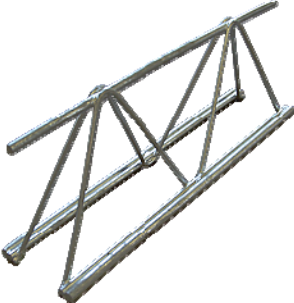


	
<p>a) Schöck-Thermoanker® / Thermomass®-Anker (Quelle: Schöck Bauteile GmbH / CSM Ltd.)</p>	<p>b) Gitterträger (Quelle: Syspro-Gruppe)</p>
	
<p>c) Manschetten- und Flachanker (Quelle: Fa. Halfen)</p>	<p>d) Verbundnadeln (Quelle: Fa. Halfen)</p>

Abbildung 3: Beispiel für Verbindungsmittel von Sandwich- und Elementwänden

2.1.2 Regelung in Normen und Zulassungen

Die Regelung mehrschichtiger, kerngedämmter Wandelemente und deren Verankerungssysteme erfolgt bisher auf sehr unterschiedliche Art und Weise. So existieren allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen für Gitterträger im Einsatz bei Elementwänden (Bsp. *DIBt 2006*). Verbundnadeln, Flach- und Manschettenanker sind hingegen in einer Typenprüfung gemäß bestehender Bemessungsnormen nachgewiesen. Mit dem Verweis auf die Zulassungen der Gitterträger und Vorgaben zur Anordnung von Verbundnadel sind die Bestimmungen für Entwurf, Bemessung und Ausführung von Elementwänden mit nachträglicher Ortbetonergänzung wiederum in gesonderten allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen festgelegt (*DIBt 2004, 2005*). Für Sandwichwände gelten die Regelungen für Sandwichtafeln nach *DIN EN 1992-1-1/NA 2011-01*, NCI NA.10.9.9, welche neben den Zulassungen für Elementwände mit nachträglicher Ortbetonergänzung auch für diese verbindlich sind. Im Gegensatz dazu werden die Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff in einer kompakten Zulassung geregelt (*DIBt 2011, 2010, 2009*). Im Hinblick auf eine Vereinheitlichung werden bei aktuellen Produktentwicklungen vom Deutschen Institut für Bautechnik Zulassungen für die GFK-Verbindungsmittel mit definiertem Anwendungsbereich, dem Einsatz in dreischichtigen Stahlbetonwandtafeln, erteilt. Das Wandsystem wird nach *DIN EN 1992-1-1/NA 2011-01* geregelt, so dass die Bemessung in einer geprüften Typenstatik erfolgen kann. Dieser Vorgehensweise folgend existiert seit 2011 eine erste Zulassung auch für ein metallisches Verbindungsmittel (*DIBt 2011*).

2.1.3 Planung und Herstellungsverfahren

2.1.3.1 Elementwand mit nachträglicher Ortbetonergänzung

Die Produktion von Elementwänden mit GFK-Verbindungsmitteln erfolgt im Fertigteilwerk in mehreren Arbeitsschritten (Abbildung 4):

Schritt I: Statische Berechnung und Werkplanung

Die Anzahl der erforderlichen Verbindungsmittel je m² wird im Rahmen der statischen Berechnung festgelegt. Die Ausführungsplanung umfasst die Einzeichnung des Ankerrasters in die Fertigteilelementpläne. Dabei sind zulässige Randabstände sowie die Lage der Bewehrung in Vorsatz- und Tragschale einschließlich der Bewehrung der Ortbetonschicht und der Anschlussbewehrung aus zuvor hergestellten Bauteilen zu beachten. Aussparungen wie Türen oder Fenster sind zu berücksichtigen.

Schritt II: Herstellen der Verbindungsmittellöcher in der Wärmedämmschicht

Zur Herstellung der Löcher stehen grundsätzlich zwei Verfahren zur Verfügung:

Die Bohrungen werden mit einem vorgeschriebenen Bohrdurchmesser, welcher abhängig vom Querschnitt des verwendeten Verbindungsmittels ist, in der Wärmedämmschicht hergestellt. Die Bohrlöcher werden möglichst senkrecht zur Mittelebene der Wärmedämmplatten im vorgegebenen Raster eingebracht und die Bohrmehlrückstände entfernt.

Als weiteres Verfahren besteht die Möglichkeit zur Herstellung der Ankerlöcher mittels eines Heißluftföhns. Mit einem, dem vorgeschriebenen Durchmesser entsprechenden Aufsatz werden Löcher mit sauberen Flanken in die Wärmedämmplatten geschmolzen. Es besteht eine bohrmehlfreie Möglichkeit, die Löcher anzufertigen. Beide Verfahren werden vor Auflegung der Wärmedämmung praktiziert.

Schritt III: Herstellen der Vorsatzschale

Die Vorsatzschale wird liegend auf einem Schalboden im Fertigteilwerk hergestellt. Der Einbau der Bewehrung erfolgt gemäß Werkplanung unter Berücksichtigung der Lage der GFK-Verbindungsmittel. Die Transportanker werden dabei in die Vorsatzschale einbetoniert. Die erforderliche Bewehrung, wird verlegt und in ihrer Lage gesichert. Anschließend wird der Beton der Vorsatzschale eingebracht und verdichtet.

Schritt IV: Verlegen der Wärmedämmplatten und Installation der Verbindungsmittel

Die Dämmplatten werden mit geschlossenen Stoßfugen auf den Frischbeton gelegt. Die Verbindungsmittel werden senkrecht in die Wärmedämmschicht eingebracht. Sie werden durch die Wärmedämmung bis zur vorgeschriebenen Einbindetiefe bzw. bis zum Schalboden in den Frischbeton eingesteckt. Anschließend wird der Beton der Vorsatzschale nachgerüttelt. Danach darf kein weiteres Nachrücken der Verbindungsmittel erfolgen.

Schritt V: Erhärten der Vorsatzschale

Das Erhärten der Vorsatzschale erfolgt nach Möglichkeit in der Wärmekammer (8h bei 60°C Lufttemperatur).

Schritt VI: Herstellen der Fertigteil-Tragschale

Beim Einbau der Bewehrung der Fertigteil-Tragschale muss bei der Bewehrungsführung auf die Lage der Anker geachtet werden. Die erforderliche Bewehrung wird auf dem Schalboden verlegt und ihre Lage gesichert. Anschließend erfolgt der Einbau der Verbundbewehrung. Auf dieser kann die Bewehrung der Ortbetonschicht befestigt werden. Der Beton der Tragschale wird aufgebracht und verdichtet.

Schritt VII: Einwenden der Anker in die Fertigteil-Tragschale und Nachverdichten

Die erhärtete Vorsatzschale mit Wärmedämmung, einbetonierten Ankern und Transportankern wird in den Frischbeton der Tragschale eingewendet. Dabei dienen entweder die Verbindungsmittel oder zusätzlich angeordnete Abstandshalter (Raketen) zur Einhaltung der Wanddicke. Sie müssen die Eigenlast der Vorsatzschale mit Wärmedämmschicht tragen. Unter Sicherung der Vorsatzschale gegen seitliches Ausweichen wird die Tragschale nachgerüttelt.

Schritt VIII: Erhärten der Tragschale

Wie Schritt V

Schritt IX: Senkrechtstellen der Elementwand

Beim Aufrichten des Fertigteils ist ein gegenseitiges Verschieben von Vorsatz- und Tragschale auszuschließen.

Schritt X: Transport

Der Transport der Fertigteile zur Baustelle erfolgt in senkrechter oder leicht geneigter Position. Es ist darauf zu achten, dass Vorsatz- und Tragschale permanent stehend gelagert sind, wobei geeignete Transportböcke zu verwenden sind. Darüber hinaus ist die Ladung gegen Verrutschen zu sichern.

Schritt XI: Versetzen der Fertigteile auf der Baustelle

Die Höhenjustierung durch Unterlagskörper wird vor dem Aufsetzen der Fertigteile eingemessen. Vor dem Abhängen vom Kran werden beide Schalen vollflächig mit Mörtel unterstopft bzw. durch Unterlagen, die ohne Keilwirkung eingebracht werden, in ihrer Höhenlage gesichert. Nach Erhärten des Mörtelbettes werden die Transportanker an den Plattenoberseiten durchtrennt.

2.1.3.2 Sandwichwand

Die Herstellung einer Sandwichwand mit GFK-Verbindungsmittel erfolgt bis einschließlich zum Schritt VI identisch zur Herstellung der Elementwand. Da die Reihenfolge der Herstellung von Vorsatz- und Tragschale bei Sandwichwänden nicht zwingend ist, erfolgt die Bezeichnung der Wandschalen mit den Begriffen Erst- und Zweitschale.

Schritt I – V: siehe Elementwand

Die nachstehenden, abweichenden Arbeitsschritte werden im Folgenden beschrieben.

Schritt VI: Herstellung der Zweitschale

Das Einschalen der zweiten Schale sowie das Verlegen und die Lagesicherung von Bewehrung und Einbauteilen erfolgt direkt auf der Wärmedämmung. Anschließend wird der Beton aufgebracht und verdichtet. Es ist darauf zu achten, dass die Lage der installierten Verbindungsmittel nach deren Einbau unverändert bleibt. Grundsätzlich kann die Herstellung der Zweitschale auf zwei Arten erfolgen, entweder „Nass in Nass“ oder nach ausreichender Erhärtung der ersten Schale. Im ersten Fall sollte die Herstellung des gesamten Wandelementes mit dem nachträglichen Verdichten des Betons beider Schalen auf dem Rütteltisch abgeschlossen werden, um den Verbund im Bereich der Verankerung im Beton der Erstschale sicherzustellen. Alternativ kann die Herstellung der Zweitschale nach Erhärten der Erstschale erfolgen. Dabei sollte der Beton der Erstschale eine Mindestdruckfestigkeit (i.d. Regel ($f_{ck, cube} \geq 15 \text{ N/mm}^2$)) aufweisen, so dass eine Schädigung des Verbundes während der Herstellung ausgeschlossen werden kann.

Schritt VII: *entfällt*

Schritt VIII – XI: siehe Elementwand



Lochung der Dämmplatten und Anpassung an die Schalung (II)



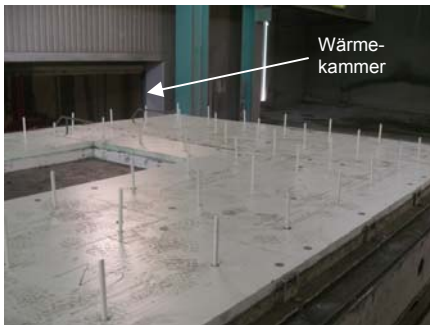
Verlegen der Vorsatzschalenbewehrung (III)



Betonieren der Vorsatzschale (IV)



Einstecken der Verbindungsmittel mit Hand oder Einbauhilfe (IV)



Vorsatzschale bei der Einfahrt in die Wärmekammer (V)



Einwenden der Trag- in die Vorsatzschale (VII)



Lagerung der Platten (IX)

Abbildung 4: Herstellung von Elementwänden mit nachträglicher Ortbetoneergänzung mit Verbindungsmitteln aus GFK

2.2 Grundlagen der Bemessung

2.2.1 Systemkenngrößen der Wand

Aus statischer Sicht bestehen mehrschichtige Stahlbetonwandtafeln aus der Tragschale d_{TS} (Abbildung 5), welche zum vertikalen Lastabtrag im Gebäude und zur horizontalen Aussteifung herangezogen werden kann und der Fassade d_{Fa} , welche als Wetterschutzschicht fungiert und eine wärmedämmende Funktion aufweist.

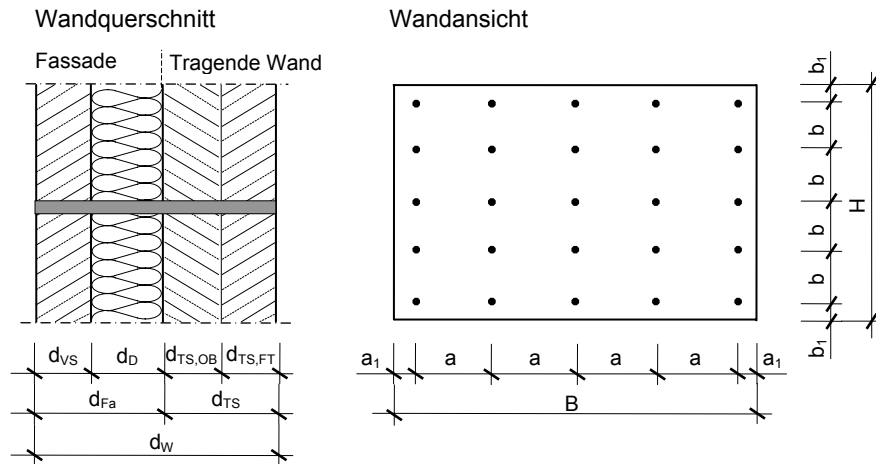


Abbildung 5: Wand- und Querschnittsabmessungen einer mehrschichtigen Stahlbetonwandtafel

Die wesentlichen geometrischen Kenngrößen eines rechteckigen Wandelementes sind die Wandlänge L , die Wandhöhe H und die Gesamtwanddicke d_W mit den Querschnittsanteilen:

- der Vorsatzschale d_{VS} ,
- der Dämmschicht d_D und
- der Tragschale d_{TS} unterteilt in
 - die Fertigteiltragschale $d_{TS,FT}$ und
 - der Ortbetonschicht $d_{TS,OB}$.

Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt in einem möglichst quadratischen Raster mit den Verbindungsmittelabständen a und b unter Einhaltung zulässiger Randabstände zum Bauteilrand a_1 und b_1 , welche in den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen (*DIBt 2011, 2010, 2009*) definiert sind.

2.2.2 Einwirkungen

Bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln sind temporäre und permanente Einwirkungen zu unterscheiden. Die auf das Wandsystem einwirkenden, äußeren Belastungen sind in Abbildung 6 für eine frei stehende und eine angeschüttete Wand dargestellt.

Im Bauzustand unterliegt die Elementwand mit nachträglicher Ortbetonergänzung dem Frischbetondruck, welcher gemäß DIN 18218:2009 "Frischbetondruck auf lotrechte Schalungen" zu ermitteln ist.

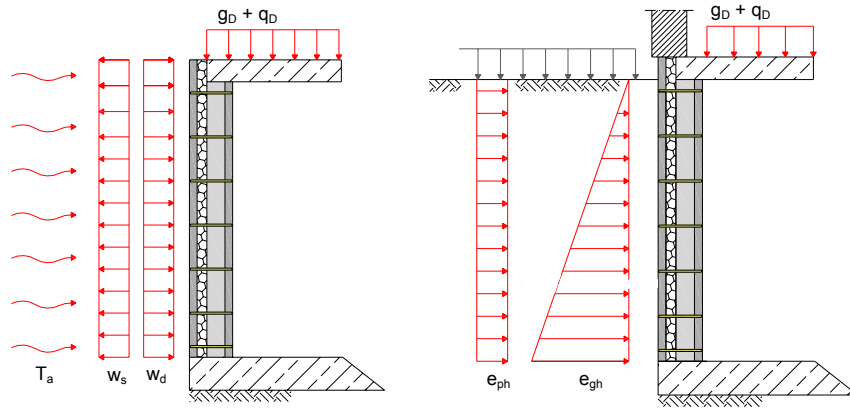


Abbildung 6: Äußere Einwirkungen auf mehrschichtige Stahlbetonwandtafeln im Endzustand für frei stehende (links) und angeschüttete Wandelemente (rechts)

Im Endzustand sind nachfolgende Einwirkungen auf die Vorsatzschale zu berücksichtigen:

- Eigenlast g der Betonschalen nach *DIN 1055-1*,
- Windbelastung w (Druck und Sog) entsprechend *DIN 1055-4*,
- Temperaturdifferenzen ΔT und $\Delta \vartheta$ nach *DIBt 1995*,
- Schwinden der Betonschalen nach *DIN EN 1992-1-1*,
- Erddruck E aus Bodeneigenlast und veränderlichen Lasten nach *DIN 1055-2*,
- hydrostatischer Druck H_w infolge Grundwasser oder stauendem Sickerwasser *DIN EN 1997-1-1*.

Ferner wird davon ausgegangen, dass Einwirkungen auf die Tragschale aus:

- Eigen-, Nutz- und Schneelasten aus Geschossdecken oder Dächern nach *DIN 1055-3* und *DIN 1055-5* unter Berücksichtigung des Kriechens der Tragschale nach *DIN EN 1992-1-1*

und Einwirkungen, welche das Gesamtbauteil betreffen, wie:

- Setzungsunterschiede zwischen beiden Betonschalen,

- Horizontallasten aus der Gebäudenutzung und
- Lasten aus den Transportzuständen

vom Tragwerksplaner im konkreten Einzelfall anzusetzen sind.

Die Einwirkung aus dem Lastfall Frischbetondruck σ_h infolge der Ortbetonverfüllung (nur Elementwand) im Endzustand ist bisher vollkommen unberücksichtigt und wird im Rahmen dieser Arbeit untersucht.

Die Temperatureinwirkung im Endzustand ist für die Bemessung von Vorsatzschale und Verankerung die maßgebende Einwirkung. Hierbei werden zwei Lastfälle unterschieden. Infolge ungleicher Oberflächentemperaturen von Innen- und Außenseite und dem somit vorliegenden Temperaturgefälle ΔT über die Dicke der Vorsatzschale resultiert eine Verwölbung der Vorsatzschale bei zwangfreier Lagerung. Für die Berechnung der Zwangbeanspruchung ist gemäß *DIBt 1995* der Temperaturgradient für nicht hinterlüftete Fassaden mit $\Delta T = 5 \text{ K}$ anzusetzen.

Darüber hinaus sind Temperaturdifferenzen $\Delta \vartheta$ zwischen Vorsatz- und Tragschale zu berücksichtigen, welche zu einer gegenseitigen Verschiebung beider Betonschalen führen. Gemäß *DIBt 1995* sind für die Oberflächentemperatur der äußeren Betonschicht im Sommer $\vartheta_a = 65^\circ\text{C}$ anzunehmen. Unterschiede zwischen Färbung und Struktur dürfen nicht berücksichtigt werden, da diese sich über die Standzeit ändern können. Im Winter ist von einer minimalen Temperatur von $\vartheta_a = -20^\circ\text{C}$ auszugehen, soweit örtlich nicht mit niedrigeren Temperaturen zu rechnen ist. Die Zahlenwerte der Temperaturen basieren auf rechnerischen Simulationen von *Fouad 1998*. Die Innentemperaturen dürfen den Raumlufttemperaturen gleichgesetzt oder unter Berücksichtigung des Wärmeübergangswiderstandes ermittelt werden. Im Regelfall kann von einer ganzjährigen Innenraumlufttemperatur von $\Delta \vartheta_i = 20^\circ\text{C}$ ausgegangen werden. In besonderen Anwendungsfällen (Kühlhäuser, Reifehallen) ist die Temperatur aus der Betriebstemperatur zu ermitteln. Die maximalen Temperaturdifferenzen ergeben sich

- im Winter zu $\Delta \vartheta = \vartheta_{VS} - \vartheta_{TS} = 65^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = \mathbf{45 \text{ K}}$ und
- im Sommer zu $\Delta \vartheta = \vartheta_{VS} - \vartheta_{TS} = -20^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = \mathbf{40 \text{ K}}$.

2.2.3 Tragverhalten und Bemessungsgrößen

Bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln handelt es sich um ein mehrfach statisch unbestimmtes Tragwerk aus zwei parallel zueinander angeordneten Betonschalen, der Vorsatz- und der Tragschale, welche durch eine Anzahl von stabförmig, gleichmäßig verteilten Verbindungsmitteln sowie durch eine vollflächig, elastisch-plastische Zwischenlage (Dämmung) miteinander gekoppelt sind (Utescher 1973).

Die in die Vorsatzschale eingetragene Beanspruchung wird über die Verbundfuge in die Tragschale eingeleitet. Die Lastweiterleitung aus der Tragschale erfolgt in das angeschlossene Tragwerk des Bauwerks. Unterschieden werden Wandsysteme in Bezug auf die Lagerung der Vorsatzschale, welche frei hängend oder am Wandfuß aufstehend ausgeführt wird (Abbildung 7).

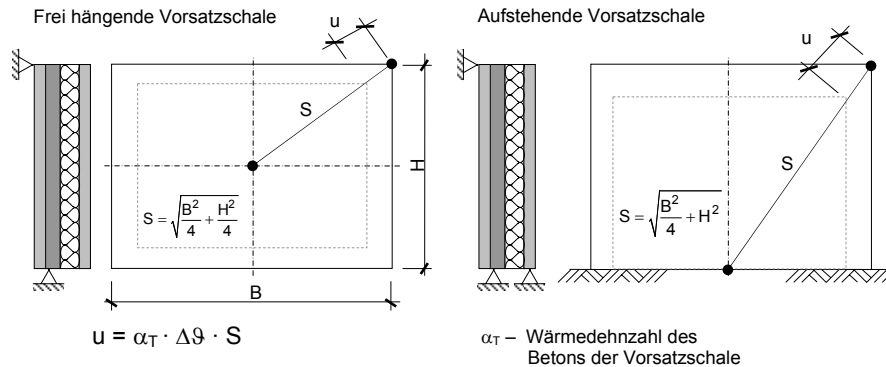


Abbildung 7: Einfluss der Lagerung am Beispiel der Temperaturverschiebung u der Vorsatzschale

2.2.3.1 Plattentragwirkung

Aus den oben genannten Einwirkungen (w , ΔT , E , H_w) resultieren Beanspruchungen senkrecht zur Wandebene, welche über die Plattentragwirkung abgetragen werden (Abbildung 8). Unter einer Zugbeanspruchung (Bsp. Windsog) werden die einwirkenden Lasten als Zugkräfte in den Verbindungsmitteln über die Verbundfuge in die Tragschale eingeleitet. Von einem Mitwirken der Dämmung kann aufgrund der undefinierten Haftzugfestigkeit zwischen Dämmstoffoberfläche und Beton nicht in jedem Fall ausgegangen werden. Unter einer Druckbeanspruchung (Bsp. Winddruck) erfolgt der Lastabtrag anteilig über das Verbindungsmittel und die Dämmung im Verhältnis der Dehnsteifigkeiten.

Als bemessungsrelevante Schnittgrößen resultieren aus der Plattentragwirkung

- Normalkräfte N_A im Verbindungsmittel und
- Biegemomente m_{VS} in der Vorsatzschale.

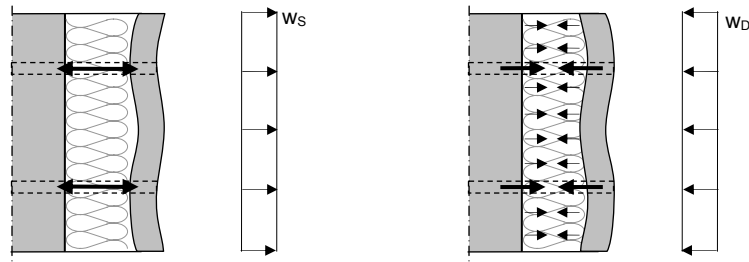


Abbildung 8: Plattentragwirkung, Links: Windsog / Rechts: Winddruck

2.2.3.2 Scheibentragwirkung

Die parallel zur Wandebene auftretenden Einwirkungen g , $\Delta\vartheta$, S beanspruchen die Vorsatzschale in Scheibenebene. Aufgrund der Schubelastischen Kopplung über die Verbundfuge werden Kräfte von der Vorsatzschale in die Tragschale eingeleitet (Abbildung 9). Die in der Verbundfuge zu übertragende Schubkraft T , teilt sich im Verhältnis der Steifigkeiten auf die Verbindungsmittel und die Dämmung auf. Beinhaltet das Verankerungssystem steife Verbindungsmittel, wie metallische Traganker (*Utescher 1973*) oder Gitterträger (*Gastmeyer 2004*), erfolgt die Ableitung der Lasten in die Tragschale über die Biegetragwirkung der Verbindungsmittel. Liegen dem Verankerungssystem biegeeweiche Verbindungsmittel zugrunde, wie Dübel in Wärmedämmverbundsystemen, so erfolgt der Lastabtrag über die Schubtragwirkung der Dämmung und eine gemeinsame Tragwirkung von Fassadendübel und Dämmstoff (*Oberhaus 1994*). Im letzteren Fall werden schräg gerichtete Druckkräfte D über die Dämmung und Zugkräfte Z über das Verbindungsmittel als Zugglied abgeleitet. Die Vertikalkomponente der Druckkraft D wird über den Haftverbund zwischen Dämmstoff und Beton in die Tragschale übertragen. Löst sich der Haftverbund mit dem Überschreiten der Haftscherfestigkeit erfolgt diese Lastübertragung über Reibverbund.

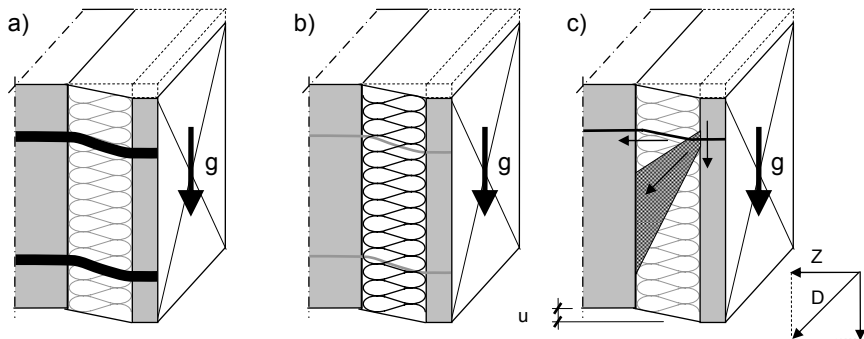


Abbildung 9: Scheibentragwirkung am Beispiel der Eigenlast g ; a) Biegetragwirkung der Verbindungsmittel; b) Schubtragwirkung der Dämmung; c) Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Dämmung (*Oberhaus 1994*)

Bei Verankerungssystemen mit stabförmigen, diskret angeordneten Verbindungsmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff wirken die beschriebenen Traganteile (Abbildung 9) in Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften des verwendeten Materials der Verbindungsmittel, deren geometrischer Form und in Abhängigkeit von der Größe der Relativverschiebung u einzeln oder in Kombination (Gastmeyer 2006).

Die Bemessungsgrößen aus der Scheibentragwirkung sind

- die Relativverschiebung u zwischen den Betonschalen,
- die Normalkraft in der Vorsatzschale n_{VS} .

2.2.3.3 Verbundtragwirkung

Neben der Betrachtung des Lastabtrages am lokalen Wandausschnitt ist das Systemtragverhalten des gesamten Wandelementes von Bedeutung. So ist unter Berücksichtigung der Tragschalenverformung vom Tragverhalten eines Verbundbauteils auszugehen. Nach Definition von Stamm 1974 kann ein solches Bauteile aus zwei außen liegenden Deckschichten (Betonschalen) und einer innenliegenden Kernschicht (Verbundfuge) bestehen, welche schub- und zugfest miteinander verbunden sind. Unter Beanspruchung verschieben sich die innere und äußere Schale aufgrund der nachgiebigen Verbundfuge gegeneinander. Aufgrund dieser Relativverschiebung treten Sprünge am verformten Gesamtquerschnitt auf, sodass die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte keine Gültigkeit mehr besitzt. Die Schnittgrößen der Teilquerschnitte, sowie die Beanspruchung der Verbindungsmittel in der Verbundfuge können nicht mehr rein aus den Steifigkeits- und Geometrieparametern ermittelt werden. Aufgrund der hochgradig inneren statischen Unbestimmtheit haben auch die Einflussgrößen Stützweite, Auflagerbedingungen, Form und Art der Belastung Auswirkung auf die Spannungsverteilung im Gesamtquerschnitt (Gollwitzer 2007).

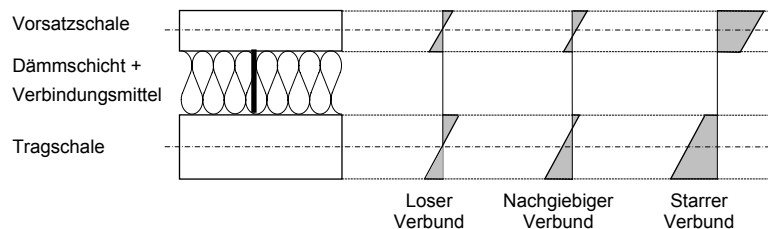


Abbildung 10: Schematische Darstellung der Spannungsverteilung im Verbundquerschnitt

Die Grenzfälle des nachgiebigen Verbundes (Abbildung 10) sind der lose Verbund (Steifigkeit der Verbundfuge gleich Null) und der starre Verbund (Steifigkeit der Verbundfuge unendlich groß). Bei starrem Verbund können die Teilschnittgrößen der einzelnen Querschnittsteile mit Einführung ideeller Querschnittswerte direkt aus den Schnittgrößen des Gesamtquerschnittes ermittelt werden (Schuler 1986). In beiden Fällen kann eine Berechnung mit den Theorien für Stabtragwerke nach Bernoulli oder nach Timoshenko erfolgen.

Infolge der nachgiebigen Verbindung der Betonschalen resultieren, sowohl aus den Einwirkungen in Scheibenrichtung als auch aus den rechtwinklig zur Wandebene wirkenden Lasten, zusätzliche Beanspruchungen der Vorsatzschale und der Verbundfuge (*Gastmeyer 2004*). Weiterhin ist bei einer Belastung der Tragschale von einer ungewollten, statischen Mitwirkung der Vorsatzschale auszugehen („ungewollter Sandwicheffekt“).

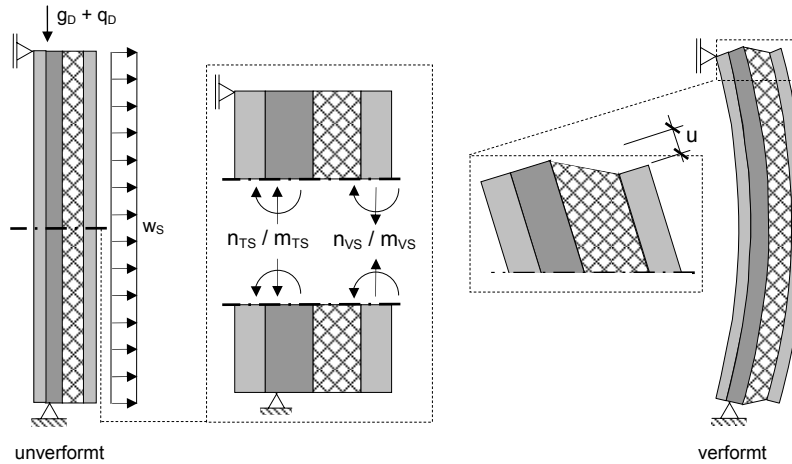


Abbildung 11: Verbundtragwirkung mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln am Beispiel der Einwirkungen Windsog und Belastung der Tragschale

Aus der Verbundtragwirkung (Abbildung 11) resultieren Normalkräfte n_{VS} und Biegemomente m_{VS} in der Vorsatzschale und eine Relativverschiebung u , die mit den Bemessungsgrößen aus Platten- und Scheibentragwirkung überlagert werden müssen. Es ergeben sich

- Normalkräfte n_{TS} und
- Biegemomente m_{TS}

in der Tragschale, welche für deren Bemessung relevant sein können. Die Verteilung der Schnittgrößen hängt von der Stützweite der Wandtafeln sowie den Material- und Querschnittswerten aller statisch mitwirkenden Komponenten ab.

Bei zusätzlicher Vertikallagerung der Vorsatzschale ergeben sich aufgrund der statischen Unbestimmtheit Normal- und Scherkräfte, für deren Verlauf im Wesentlichen das Dickenverhältnis des innen- und außenseitigen Betonquerschnitts sowie die Steifigkeit der Verbundfuge maßgebend sind (*Gastmeyer 2006*).

2.2.4 Aktueller Stand zur Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen

Die Ermittlung der in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Schnitt- und Verformungsgrößen bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln erfolgt in der Praxis anhand geschlossener, analytischer Gleichungen, welche auf vereinfachten statischen Annahmen für das Wandelement beruhen. Der Einsatz numerischer Berechnungsverfahren, wie der Finite-Elemente Methode, bleibt aufgrund des hohen Aufwandes auf wissenschaftliche Arbeiten beschränkt (*Cziesielski 1981, 1993*).

Erstmals sind Gleichungen zur Ermittlung der Zustandsgrößen in *Utescher 1973* angegeben. Als vereinfachende Systemannahmen werden

- die Verformung der Tragschale vernachlässigt ($EI_{TS}, EA_{TS} \rightarrow \infty$),
- die Verbindungsmittel als dehnstarr angenommen ($EA_A \rightarrow \infty$) und
- die Schubsteifigkeit der Verbundfuge gegenüber der Dehnsteifigkeit der Betonschale als vernachlässigbar angesehen ($C_V = 0$).

Letzterer Punkt bedeutet, dass über die Verbundfuge keine Schubkräfte übertragen werden und somit eine unbehinderte Verformung der Vorsatzschale in Scheibenebene angenommen wird. Daraus ergeben sich als bemessungsrelevante Schnittgrößen für die Vorsatzschale Biegemomente m_{VS} aus der Plattentragwirkung in beiden Achsrichtungen. Für die Verbindungsmittel resultieren aus Platten- und Scheibentragwirkung Normalkräfte N_A sowie die Relativverschiebung u zwischen Vorsatz- und Tragschale.

Gastmeyer 1997 beschreibt das Tragverhalten von mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln ohne die von *Utescher 1973* getroffenen Abkürzungen. So zeigt er, dass die Annahme einer starren Lagerung der Vorsatzschale gegenüber der elastischen Lagerung unter Ansatz der Dehnsteifigkeit der Verbindungsmittel EA_A bei der Schnittgrößenermittlung weit auf der sicheren Seite liegt.

Erstmals wird in *Gastmeyer 1995* das Tragverhalten unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung der Betonschalen beschrieben. Die Schubsteifigkeit der Verbundfuge setzt sich aus der Schersteifigkeit des Verbindungsmittels und der Schubsteifigkeit der Wärmedämmung zusammen. Aus dieser Verbundtragwirkung resultieren zusätzlichen Normalkräfte und Biegemomente in beiden Betonschalen. Ebenso wird die Relativverschiebung u zwischen innerer und äußerer Schale beeinflusst. Die Schnitt- und Verformungsgrößen werden von *Gastmeyer 1995* am statisch bestimmt gelenkig gelagerten, mehrschichtigen Balken ermittelt. Zusammenfassend sind in Tabelle 1 die bemessungsrelevanten Schnitt- und Verformungsgrößen den Einwirkungen unter Berücksichtigung der Tragwirkung zugeordnet.

In den bekannten Literaturquellen wird bei der Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen von einem statisch bestimmt gelagerten Wandelement ausgegangen.

Tabelle 1: Zuordnung der Einwirkungen zu den bemessungsrelevanten Zustandsgrößen des Fassadensystems

	Vorsatzschale		Verbindungs- mittel	
Einwirkung/Schnittgrößen	n_{VS}	m_{VS}	N_A	$u_A^{2)}$
Eigenlast der Betonschalen				■
Wind / Erddruck / hydrostatischer Druck	○	● + ○	●	○
Temperaturdifferenz zw. den Schalen ¹⁾	○	○		■ ^{3)/○⁴⁾}
Temperaturgefälle in der Vorsatzschale		●	●	
■ Beanspruchung infolge Scheibentragwirkung ● Beanspruchung infolge Plattentragwirkung ○ Beanspruchung infolge Verbundtragwirkung				
¹⁾ beinhaltet das unterschiedliche Schwinden der Schalen ²⁾ anstelle der Verschiebung u_A ermittelt <i>Gastmeyer</i> die auf das Verbindungsmittel wirkende Scherkraft Q_A ³⁾ nach <i>Utescher 1973</i> ⁴⁾ nach <i>Gastmeyer 1997</i>				

2.2.4.1 Zustandsgrößen aus Plattentragwirkung

Rechtwinklig zur Wandebene wirkende Flächenlasten p (w , E , H_w) werden über die Tragwirkung der äußeren Fertigteilschale als punktförmig, nachgiebig gestützte Platte aufgenommen. Ebenso resultiert eine Plattenbeanspruchung infolge des Temperaturgefälles ΔT aus der Krümmungsbehinderung der Vorsatzschale, indem die dehnsteifen Verbindungsmittel das „Aufschüsseln“ behindern (Abbildung 12). Die Schnittgrößen werden sowohl nach *Utescher 1973* als auch nach *Gastmeyer 1997* am Modell des Ersatzdurchlaufträgers ermittelt. Die näherungsweise Berechnung der maximalen Schnittgrößen aus rechtwinklig zur Wandebene wirkenden Lasten erfolgt nach *Gastmeyer 1997* mit Hilfe des Ersatzbalkenverfahrens nach *DafStb 1991*. Unter Annahme eines rechteckigen Verbindungsmittelrasters A_R und einem Verhältnis der Verbindungsmittelabstände zwischen $a/b = 3/4$ und $a/b = 4/3$ ergeben sich das maximale Feldmoment $m_{VS,F}$ und das maximale Stützmoment $m_{VS,St}$ bezogen auf die Ankerrasterfläche $A_R = a \cdot b$ zu:

$$m_{VS,F,p} = 1,25 \cdot p \cdot A_R / 24 \quad (2.1)$$

$$m_{VS,St,p} = -2,10 \cdot p \cdot A_R / 12 \quad (2.2)$$

Die Normalkraft im Verbindungsmittel beträgt vereinfacht:

$$N_{A,q} = A_R \cdot p \quad (2.3)$$

Bei Einwirkungen mit einer linearen Druckverteilung über die Wandhöhe (E , H_w) kann die Schnittgrößenermittlung unter Ansatz einer konstanten Flächenlast p über den Bereich der Ankerrasterfläche A_R erfolgen.

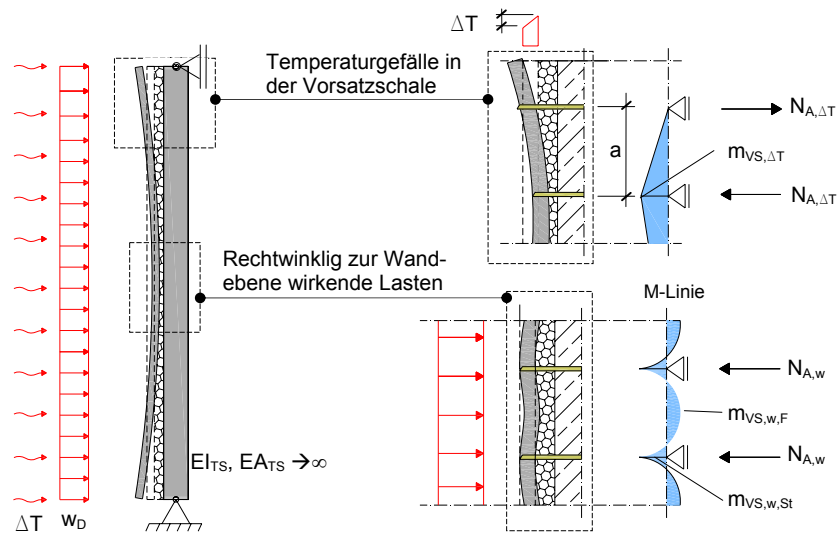


Abbildung 12: Plattentragwirkung des Wandelementes am Beispiel der Einwirkungen aus Winddruck w_D und Temperaturgradienten ΔT in der Vorsatzschale

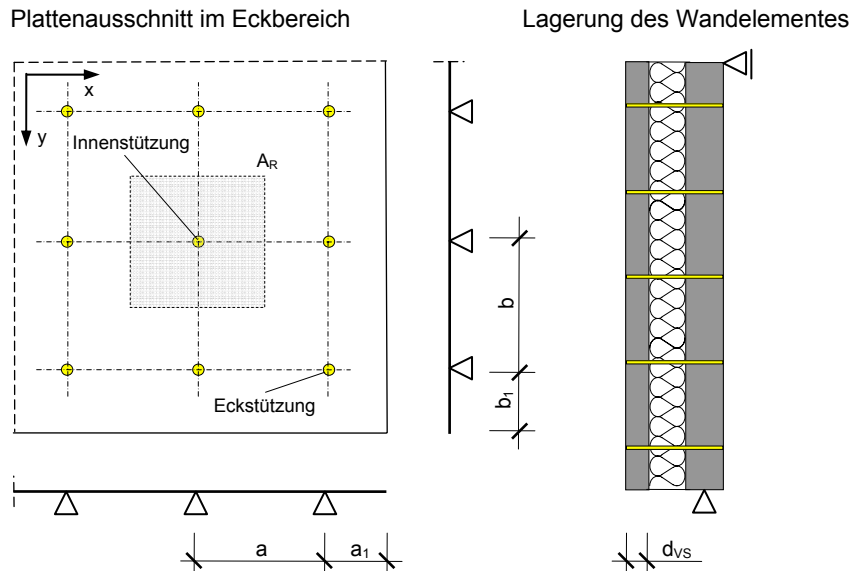


Abbildung 13: Tragwirkung der Vorsatzschale als punktförmig gestützte Platte - Annahmen zur Schnittgrößenermittlung nach Gastmeyer 1995

Die maximalen Biegemomente $M_{F,\Delta T}$ ($= M_{St,\Delta T}$), infolge des Temperaturgefälles ΔT über die Vorsatzschale werden am ungünstigen statischen System eines Zweifeldträgers bestimmt und errechnen sich unter Vernachlässigung der stützenden Wirkung der Wärmedämmung und der Annahme starrer Lagerung der Vorsatzschale nach *Utescher 1973* mit:

$$m_{VS,\Delta T} = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_{c,VS} \cdot d_{VS}^2 / 12. \quad (2.4)$$

Dabei sind α_T der Temperatúrausdehnungskoeffizient und $E_{c,VS}$ der Elastizitätsmodul des Betons. Eine realitätsnähere Abschätzung schlägt *Gastmeyer 1997* unter Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit:

$$C_{A,N} = \frac{EA_A}{l_A}, \quad (2.5)$$

Vor:

$$m_{VS,\Delta T} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{\frac{12 \cdot b}{E_{c,VS} \cdot a \cdot d_{VS}^2} + \frac{9 \cdot a \cdot d_{VS}}{C_{A,N} \cdot b \cdot A_R}}, \quad (2.6)$$

wobei $EA_{A,N}$ die Dehnsteifigkeit der Verbindungsmittel und l_A dessen Stützweite unter Berücksichtigung der beidseitigen Einspannung im Beton sind.

Die Normalkraft im Verbindungsmittel ergibt sich nach *Utescher 1973* zu:

$$N_{A,\Delta T} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_{c,VS} \cdot d_{VS}^2}{8 \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)} \quad (2.7)$$

und nach *Gastmeyer 1995* zu:

$$N_{A,\Delta T} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{\frac{8 \cdot b}{E_{c,VS} \cdot a \cdot d_{VS}^2} + \frac{6 \cdot a \cdot d_{VS}}{C_{A,N} \cdot b \cdot A_R}} + \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{\frac{8 \cdot a}{E_{c,VS} \cdot b \cdot d_{VS}^2} + \frac{6 \cdot b \cdot d_{VS}}{C_{A,N} \cdot a \cdot A_R}} \quad (2.8)$$

Die Formeln (2.7) und (2.8) beziehen sich auf den in der Plattenecke befindlichen Anker nach Abbildung 13. Die größte Normalkraft resultiert für die Verbindungsmittel an der ersten Innenstützung. Aus der Überlagerung der beiden Tragrichtungen x und y ergibt sich die größte Normalkraftbeanspruchung für das als „Innenstützung“ bezeichnete Verbindungsmittel in Abbildung 13 und kann mit:

$$N_{A,innen,\Delta T} \leq 2 \cdot N_{A,\Delta T} \quad (2.9)$$

abgeschätzt werden. Nach *Gastmeyer 1995* hat die bereichsweise, elastische Bettung durch die Dämmung nur untergeordnete Bedeutung auf die hier betrachteten Schnittgrößen.

2.2.4.2 Zustandsgrößen aus Scheibentragwirkung

Die Berechnung der Relativverschiebung u_v aus der Eigenlast der Vorsatzschale erfolgt unter Vernachlässigung der Wärmedämmung. Diese Zuordnung der Last liegt auf der sicheren Seite. Unter Ansatz des Verschiebungsmoduln $C_{A,S}$ errechnet sich die Verschiebung der Vorsatzschale in der Vertikalen zu:

$$u_g = \frac{A_R \cdot \gamma_c \cdot d_{VS}}{C_A} \quad (2.10)$$

mit der Betonwichte γ_c . Die maximale Verschiebung zwischen den Betonschalen im Lastfall Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ resultiert unter Vernachlässigung der elastischen Bettung der Vorsatzschale zu:

$$u_{\Delta\vartheta} = \alpha_T \cdot S \cdot \Delta\vartheta. \quad (2.11)$$

α_t - Wärmedehnzahl des Betons der Vorsatzschale

S - Länge S nach Abbildung 7

Für die Berechnung der Normalkraft im Schwerpunkt der Vorsatzschale n_{VS} sind der Literatur keine vereinfachten Berechnungsansätze zu entnehmen. Als Abschätzung kann die maximale Normalkraft $n_{VS,max}$ im Verformungsruehpunkt mit:

$$n_{vs,max} = 0,5 \cdot S \cdot C_v \cdot u_{\Delta\vartheta} \quad (2.12)$$

ermittelt werden. Der Formel liegt ein dreiecksförmig verteilter Schubkraftverlauf $t(x)$ in der Verbundfuge vom Verformungsruehpunkt zum Bauteilrand zugrunde. Die Schubsteifigkeit der Verbundfuge C_v setzt sich aus den Anteilen der Dämmung und des Verbindungsmittels zusammen und wird als konstant angenommen. Biegebeanspruchungen der Vorsatzschale infolge des außermittigen Angriffs der Schubkraft $t(x)$ werden vernachlässigt.

2.2.4.3 Zustandsgrößen aus Verbundtragwirkung

Wie in Abschnitt 2.2.3 beschrieben, ergeben sich aus der Verbundtragwirkung zusätzliche Schnittgrößen n und m in beiden Betonschalen. Zudem führt die Übertragung von Schubkräften t in der Verbundfuge zu einer Beeinflussung der Relativverschiebung u gegenüber dem Ansatz der Schubsteifigkeit $C_v = 0$ (Abbildung 14). Die Verteilung und Größe der Schnitt- und Verformungsgrößen hängt von einer Vielzahl an Parametern ab. Einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss haben

- die Lagerungsbedingungen der Wand,
- die Stützweite,
- die Schubsteifigkeit der Verbundfuge beeinflusst durch die
 - Material- und Geometrieeigenschaften des Verbindungsmittels,
 - den Materialeigenschaften des Dämmstoffes,
 - der Anordnung der Verbindungsmittel,

- die Dicke der Verbundfuge und
- die Biegesteifigkeiten der Betonschalen.

In *Gastmeyer 1997* erfolgt die Berechnung der Schnittgrößen infolge Verbundtragwirkung auf Grundlage der Differentialgleichung des elastischen Verbundes nach *Hoischen 1954*. Die Lösung der Differentialgleichung basiert auf den Randbedingungen eines statisch bestimmt, beidseitig gelenkig gelagerten Trägers, wobei das feste und das verschiebbliche Lager in der Schwerachse der Tragschale angeordnet sind. Als Ergebnis werden analytisch geschlossene Lösungen für den Normalkraftverlauf $n_{VS}(x)$ in der Vorsatzschale und den Schubkraftverlauf $t(x)$ in der Verbundfuge über die Balkenlänge L angegeben. Darüber hinaus werden an der Stelle der maximalen Beanspruchung der Vorsatzschale die entsprechende Normalkraft n_{VS} und das Moment m_{VS} abgeleitet sowie für das maximal beanspruchte Verbindungsmittel die Scherkraft T ermittelt. Berücksichtigt werden die Einwirkungen aus der Temperaturdifferenz $\Delta\theta$ und der Gleichstreckenlast w infolge Wind. Für die Bestimmung der Schubsteifigkeit der Verbundfuge C_V stellt *Gastmeyer 1995* ein Modell zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens auf, welches die Schubsteifigkeit des Dämmstoffes, die Steifigkeit des Verbindungsmittels unter Scherbeanspruchung und das Zusammenwirken beider Komponenten berücksichtigt. Grundlage der Modellbildung sind die in *Gastmeyer 1991, 1991a* beschriebenen, experimentellen Untersuchungen.

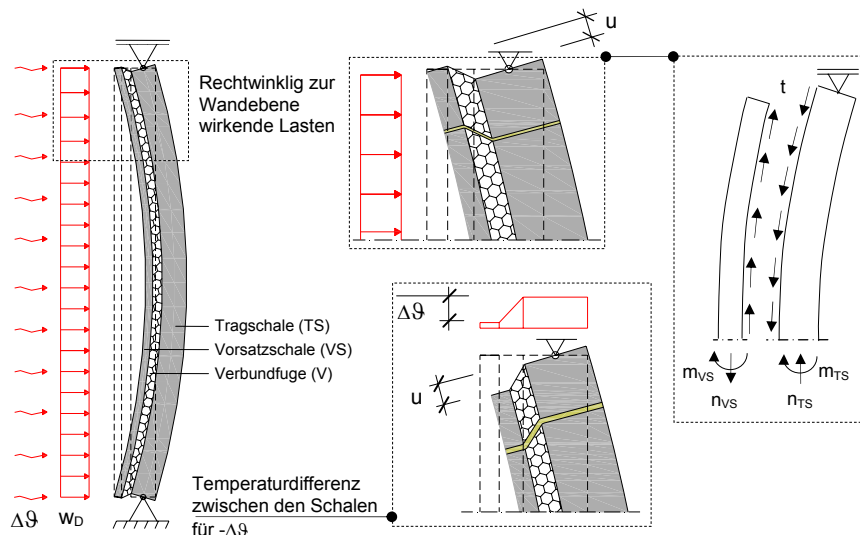


Abbildung 14: Verbundtragwirkung des Wandelementes am Beispiel der Einwirkungen aus Winddruck und Temperaturdifferenz zwischen den Schalen

Eine detaillierte Beschreibung der Ermittlung von Schnittgrößen infolge der Verbundtragwirkung enthält Kapitel 5.

2.2.5 Erforderliche Nachweise

Allgemein gilt für mehrschichtige Stahlbetonwandtafeln mit und ohne Ortbetonergänzung sowie unabhängig vom Verankerungssystem der Vorsatzschale, dass für die Bemessung der Wand im Gesamtbauwerk nur die innere Betonschale, bestehend aus Ortbeton und Fertigteil, als tragend angesetzt werden darf. Beim statischen Nachweis im Grenzzustand der Tragsicherheit darf die Mitwirkung und stabilisierende Funktionen der äußeren Betonschale nicht herangezogen werden.

Vorsatzschale und Dämmung sind an der Tragschale befestigt. Die Fassade und ihre Verankerung werden getrennt bemessen (*DIBt 2005, 2004*).

Allerdings wird ausdrücklich gefordert, dass Einflüsse aus der Verformung des gesamten Wandelementes beim Nachweis der Verbindungsmittel und der Vorsatzschale zu berücksichtigen sind. Somit dürfen Schnitt- und Verformungsgrößen aus der Verbundtragwirkung nicht vernachlässigt werden (*DIBt 2011, 2010, 2009, 2005, 2004*).

Die statischen Nachweise für die Betonschichten einschließlich der Verbundsicherung zwischen Ortbeton- und Fertigteiltragschale sind entsprechend *DIN EN 1992* zu erbringen. Die erforderlichen Nachweise für die Bemessung des Verankerungssystems sind in allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen der Verbindungsmittel (*DIBt 2010, 2009*) enthalten und werden im Folgenden zusammengefasst.

Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT)

- Nachweis der Zugtragfähigkeit der Verbindungsmittel

$$|N_{Ed}| \leq |N_{Rd,c}| \quad \text{Zugtragfähigkeit der Verankerung im Beton}$$

$$|N_{Ed}| \leq |N_{Rd,GFK}| \quad \text{Zugtragfähigkeit des Verbindungsmittels}$$

Der Nachweis ist sowohl im Bauzustand als auch im Endzustand zu führen. Im ersten Fall muss die Aufnahme des Frischbetondrucks der Ortbetonergänzung durch die GFK-Anker nachgewiesen werden. Darauf basierend wird der maximal zulässige Ankerabstand festgelegt. Dabei sind die in den Zulassungen festgelegten minimalen Achs- und Randabstände zu beachten.

- Nachweis der Drucktragfähigkeit der Verbindungsmittel

$$|N_{Ed}| \leq |N_{Rd,stab}| \quad \text{Widerstand gegen Stabilitätsversagen im Bereich der Dämmschicht}$$

$$|N_{Ed}| \leq |N_{Rd,dst}| \quad \text{Widerstand gegen Durchstanzen des Verbindungsmittels in der Vorsatzschale}$$

Der Nachweis des Verbindungsmittels auf Druck ist nur bei angeschütteten Wänden im Erdreich von Bedeutung. Die Mitwirkung der Wärmedämmung beim Lastabtrag darf berücksichtigt werden.

Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG)

- Verformungsnachweis des Verbindungsmittels unter Scherbeanspruchung

$$|u_{\text{vorh}}| \leq |u_{\text{max}}|$$

Es ist nachzuweisen, dass die auftretenden Relativverschiebungen zwischen den Betonschalen in Scheibenrichtung kleiner sind als die maximal zulässige Verschiebung des Verbindungsmittels unter Scherbeanspruchung. Die maximal auftretenden Verschiebungen müssen so gering sein, dass unter Berücksichtigung der alternierenden Einwirkung aus der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ die mechanischen Eigenschaften des Verbindungsmittels weitestgehend unverändert bleiben und die Verankerung im Beton keine Schädigung aufweist. Nur so werden die Lasten über das Verbindungsmittel während der Lebensdauer sicher übertragen. Darüber hinaus werden über die Begrenzung der Verformung die Gleichmäßigkeit des Fugenbildes der Fassade und die Dauerhaftigkeit der Fugen zwischen den Vorsatzschalen sichergestellt. Ein „Aufstapeln“ mehrerer übereinander angeordneter Fassadenplatten und die damit einhergehende Veränderung des Verformungsruhepunktes unter Temperaturbeanspruchung muss vermieden werden, so dass insbesondere an Gebäudeecken und Anschlusspunkten infolge der Randverschiebungen keine Schädigungen auftreten.

Die maximal, zulässige Verschiebung u_{max} wird für jedes Verbindungsmittel in Abhängigkeit von der Dämmstoffdicke experimentell bestimmt (*DIBt 1995*).

- Nachweis zur Begrenzung der Rissbreite in der Vorsatzschale

$$w_{k,\text{vorh}} \leq w_{k,\text{max}}$$

Über den Nachweis zur Begrenzung der Rissbreite wird sichergestellt, dass der charakteristische Widerstand des Verbindungsmittels auf Zug in der Betonschale verankert werden kann. Die maximal zulässige Rissbreite w ist abhängig von der Ausbildung der Verankerung in den Zulassungsbescheiden dokumentiert (*DIBt 2010, 2009*) und muss für jedes Verbindungsmittel experimentell bestimmt werden.

Ein Nachweis der Schertragfähigkeit des Verbindungsmittels im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird nicht geführt. Zwar sind im Bruchzustand des Wandelements klaffende Risse in der äußeren Schale und große Relativverschiebungen u zu erwarten, jedoch wird davon ausgegangen, dass durch die vielfache Redundanz des Verankerungssystems die Befestigung der Vorsatzschale sichergestellt ist. So genügt eine geringe Anzahl von Verbindungsmitteln im Bereich des Verschiebungsruhepunktes, um die Eigenlast abzutragen.

2.3 Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff

2.3.1 Aufbau, Eigenschaften und Herstellung

Die derzeit bauaufsichtlich zugelassenen, nichtmetallischen, stabförmigen Verbindungsmittel für den Einsatz in mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln bestehen aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK).

Dieser Werkstoff ist in die Gruppe der Faserverbundwerkstoffe einzuordnen, bei dem es sich ganz allgemein um einen Mehrphasenwerkstoff handelt, der aus einem formgebenden Grundwerkstoff – der Matrix – und den darin eingebetteten Fasern besteht. Die für die Verbindungsmittel verwendeten glasfaserverstärkten Kunststoffe bestehen aus einer Vielzahl dünner ($\varnothing 3...25\ \mu\text{m}$), unidirektional ausgerichteter Glasfasern, welche von einer Kunstharzmatrix vollständig umschlossen sind (Abbildung 15).

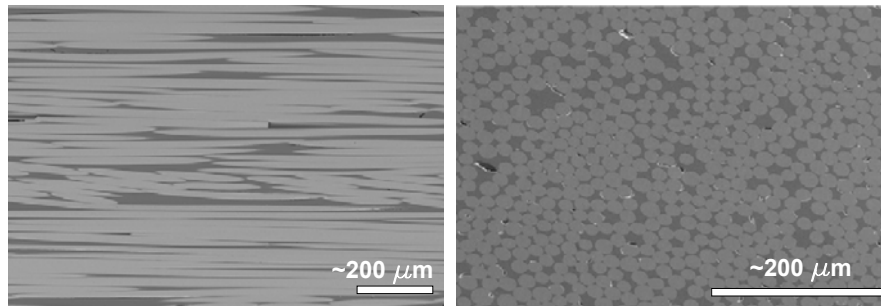


Abbildung 15: Längsschliff (links) / Querschliff (rechts) eines GFK-Stabes (Schöck 2008)

Als Glasfasern finden alkaliresistente und alkaliunempfindliche AR-, E- und ECR-Gläser Verwendung, da normale Baugläser (S,R,C-Glas etc.) keine ausreichende Beständigkeit gegenüber dem alkalischen Milieu im Beton aufweisen. Glasfasern sind in ihren Eigenschaften charakterisiert durch

- eine hohe Zugfestigkeit,
- einen Elastizitätsmodul zwischen 25%...50% des Betonstahls,
- ein linear-elastisches Materialverhalten bis zum Bruch,
- eine hohe Beständigkeit gegenüber aggressiven Medien wie Salzen, Säuren und Aromen,
- eine geringe Kriech- und Relaxationsneigung.

Sie übernehmen den wesentlichen Anteil an der Lastabtragung und bestimmen somit maßgebend die mechanischen Eigenschaften des Verbundwerkstoffes. Einen Überblick über die mechanischen Eigenschaften der verwendeten Glasfasern zeigt Tabelle 2.

Tabelle 2: Mechanische Eigenschaften von E-, AR- und ECR-Glasfasern aus *Ehrenstein 2006* und *Dehn 2006*

Kennwerte	Dichte	Filament Ø	Zugfestigkeit	E-Modul	Bruchdehnung
	[g/cm³]	[µm]	[GPa]	[Gpa]	[%]
E-Glas	2,5-2,6	3-25	1,5-3,5	50-80	2,8-4,5
AR-Glas	2,7	13	3,0	73	< 4,4
ECR-Glas	2,7	3,5-24	3,4	73	< 4,8

Als Material der **Kunststoffmatrix** kommen hauptsächlich duroplastische Polymere - ungesättigte Polyesterharze (UP), Epoxidharze (EP) und Vinylesterharze (VE) - zum Einsatz. Die Aufgaben der Matrix im Verbundwerkstoff sind

- die Fixierung der Fasern in der gewünschten geometrischen Position,
- die Verteilung und Übertragung der Beanspruchung zwischen den Fasern,
- das Verhindern des Ausknickens von Fasern unter Druckbeanspruchung,
- der Schutz der Fasern vor äußerer mechanischer und chemischer Beanspruchung.

Es ist herauszustellen, dass die Dauerhaftigkeit von Faserverbundwerkstoffen erheblich vom Matrixwerkstoff beeinflusst ist. So ist bei GFK-Stäben eine größere Bruchdehnung als die der Fasern sicherzustellen. Darüber hinaus

- weisen die Matrixkunststoffe ein elastisch – elasto-plastisches Materialverhalten auf,
- zeigen keine ausgeprägte Fließgrenze,
- quellen in feuchter Umgebung und
- neigen zum Kriechen.

Wesentliche mechanische Kennwerte der Kunstharze sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3: Mechanische Eigenschaften von UP-, EP- und VE-Kunststoffen aus *Dehn 2005*

Kennwerte	Dichte	Festigkeit		E-Modul		Bruchdehnung
	[g/cm³]	MPa		MPa		[%]
		Zug	Biegung	Zug	Biegung	
Ungesättigte Polyesterharze (UP)	1,12-1,3	30-75	60-130	2,8-4,7	3,4-5,0	0,6-3,3
Vinylesterharze (VE)	1,1	80	120-140	2,9-3,5	3,0-3,7	3,5-7,0
Epoxidharze (EP)	1,16-1,77	30-85	100-160	2,8-4,1	2,6-6,0	1,3-8,0

Als weiterer Bestandteil des Verbundwerkstoffes sind nach *Füllsack 2004* Füller als Zusätze der Matrix zur Verbesserung ihrer Eigenschaften (Verbesserung der Temperaturbeständigkeit, Erhöhung des Korrosionswiderstandes, etc.) aufzuführen.

Weitere Zusatzstoffe werden der Matrix beigelegt und dienen der Steuerung des Aushärtungsprozesses des Harzes.

Die chemischen und mechanischen Eigenschaften des Verbundwerkstoffs sind in der Regel deutlich besser als die der Einzelkomponenten. Dabei sind nicht nur die Eigenschaften und die Mengenanteile von Matrix und Fasern ausschlaggebend, sondern auch der Herstellungsprozess und das spezifische Zusammenwirken der Komponenten (Grenzschicht zwischen Fasern und Matrix etc.) sind von Bedeutung für das Tragverhalten und die Dauerhaftigkeit des faserverstärkten Kunststoffs. Die große Anzahl an Variationsmöglichkeiten von verschiedenen Glasfasern, Kunststoffmatrices und Füllstoffen macht es praktisch unmöglich, allgemeingültige Kennwerte für GFK anzugeben. Als Beispiel werden der Aufbau und die mechanischen Kennwerte der Werkstoffe für die in Deutschland zugelassenen Verbindungsmittel aus GFK in Tabelle 4 gegenübergestellt.

Tabelle 4: Kenngrößen von GFK-Verbindungsmitteln aus Ehrenstein 2007, Schießl 2007, Porter 1992

Verbindungsmittel			
Bezeichnung		Thermoanker®	Thermomass-Anker®
Hersteller		Schöck Bauteile GmbH	Thermomass Ltd.
Aufbau			
Matrixwerkstoff		Vinylester-urethanharz (VEU)	Vinylester (VE)
Faserwerkstoff		ECR-Glas	Borosilikatglas (E-Glas)
Faseranteil	Gew.-%	87,1	74
	Vol.-%	74,3	53
Oberfläche		gerippt	glatt
Oberflächenschutz		Schutzlack aus VE-Harz	k.A.
Mechanische Kenngrößen			
min. Zugfestigkeit $f_{tk=yk}$	[N/mm ²]	1000	700
zug. Bruchdehnung ε_{Br}	[%]	1,67	2,1
Zug-E-Modul E_t	[N/mm ²]	60.000	40.000
Biege-E-Modul E_B	[N/mm ²]	60.000	30.000
Schubmodul	[N/mm ²]	8.666	4.280
Dichte	[g/cm ³]	2,2	1,85
Wärmeleitfähigkeit	[W/mK]	< 0,5	k.A.
Wärmeausdehnung (l.)	[1/K]	$6 \cdot 10^{-6}$	k.A.
Wärmeausdehnung (q.)	[1/K]	$22 \cdot 10^{-6}$	k.A.
Geometrische Kenngrößen			
Querschnittsabmessung	[mm]	Ø 12,9	h/b: 9,8/5,7

Die Herstellung von GFK-Stäben erfolgt im Strangziehverfahren durch den Prozess der Pultrusion. Der prinzipielle Ablauf der Produktion ist in Abbildung 16 dargestellt.

Prinzipiell werden Endlosrovings (Roving = Faserbündel) in einem Harzbad getränkt, durch eine beheizte Stahlform geführt und in dieser gehärtet. Die Geometrie der Öffnung in der Stahlform entscheidet über die Querschnittsform des Stabes. Die Ausbildung der Staboberfläche erfolgt entweder vor (Besandung oder Umseilung) oder nach (Profilierung) der Aushärtung des Stabes. Im letzten Arbeitsschritt werden die Verbindungsmittel entsprechend der erforderlichen Länge aus dem Stabmaterial zugeschnitten. Gegebenenfalls erfolgt die Herstellung einer Verankerungsgeometrie durch Einfräsen.

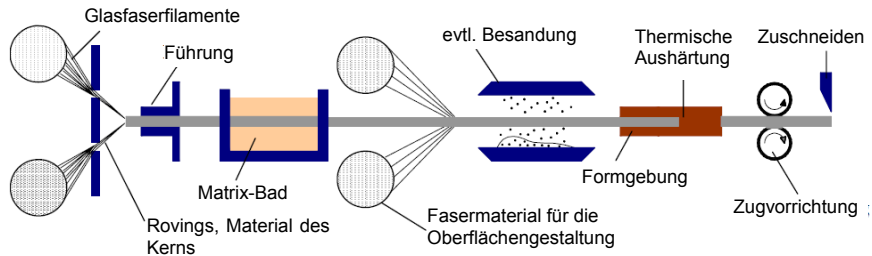


Abbildung 16: Herstellungsprozess von GFK-Stäben aus *Füllsack 2004*

2.3.2 Verankerung der Verbindungsmittel im Beton

Durch die Installation der Verbindungsmittel im Frischbeton besteht eine formschlüssige Verbindung mit dem Verankerungsgrund.

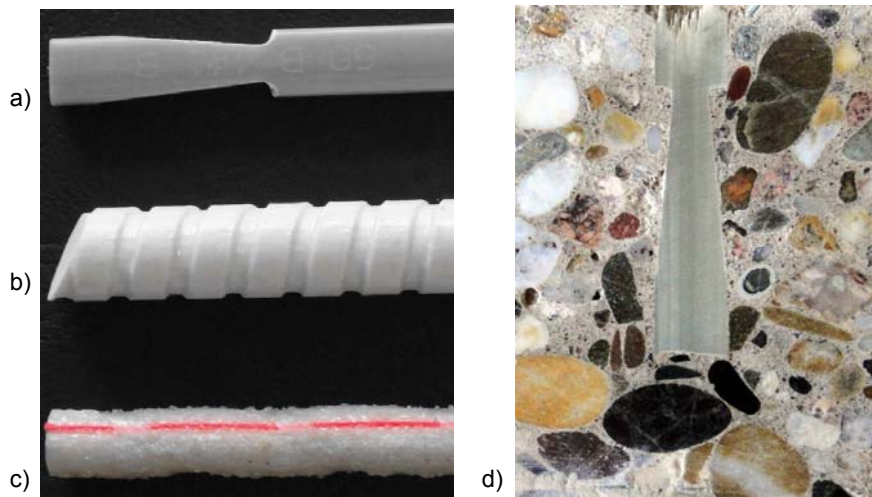


Abbildung 17: GFK-Verbindungsmittel mit unterschiedlicher Ausbildung der Verankerung, a) Thermomass®-Anker, b) Thermoanker®, c) Thermobar®, d) Einbettung eines Thermomass®-Ankers im Beton

Bei GFK-Verbindungsmitteln, welche aus dem Stabmaterial von GFK-Bewehrung hergestellt werden (Abbildung 17-b,c), erfolgt die Lastübertragung in den Verankerungsgrund über die gesamte Verankerungslänge (= Einbindetiefe).

Maßgeblichen Einfluss auf die Größe der übertragbaren Kräfte hat die Oberflächenbeschaffenheit / Oberflächenprofilierung des Stabmaterials, welche durch

- die Sandbeschichtung und die straffe Umseilung des GFK-Stabes mit Glasfaserrovings, was eine Verjüngung des Querschnittes erzeugt, (Abbildung 17c)
- das Einfräsen einer Gewinde- bzw. Rippenstruktur (Abbildung 17b) oder

erreicht wird. Bei einer Rippenstruktur können je nach Ausbildung der Profilierung und Festigkeit des Matrixwerkstoffes Kräfte in Größenordnung eines vergleichbar einbetonierten Betonstahls übertragen werden. Beim Versagen der Verankerung unter Zugbeanspruchung ist ein Abscheren der GFK-Rippen vom Stabkern oder ein Abscheren der Betonkonsole bei geringer Betonfestigkeit zu erwarten. Bei entsprechender Rippenstruktur kann ein Mischbruch mit oberflächennahem Betonausbruchkegel eintreten.

Für besandete Oberflächen bildet die Scherfestigkeit des Kunstharzes das maßgebende Versagenskriterium. Das Versagen straff umwickelter GFK-Stäbe ist durch eine lokale Zerstörung der äußeren Fasern im Bereich der Umwicklungsstellen charakterisiert.

Von einem Zugversagen des Verbindungsmittels ist bei den üblichen Vorsatzschalendicken von $d_{VS} = 60 \dots 100$ mm nicht auszugehen.

Eine weitere Variante zur Erzielung eines Formschlusses stellt die Ausbildung eines Hinterschnitts dar (Abbildung 17a, d). Die Kraftübertragung in den Beton erfolgt konzentriert am Fußpunkt des Verbindungsmittels. Als Versagensarten unter Zugbelastung sind

- das Abscheren des Hinterschnitts bei Überschreitung der Scherfestigkeit des GFK's,
- das Zugversagen des Verbindungsmittels im Bereich der geringsten Querschnittsabmessung oder
- die Ausbildung eines kegelförmigen Betonausbruchs bei geringer Betonfestigkeit und Einbindetiefe

möglich.

Unter einer Scherbeanspruchung ist von einem Versagen des GFK-Verbindungsmittels außerhalb der Verankerung auszugehen. Grund dafür sind die sehr geringen Festigkeiten der in Stabquerrichtung maßgebenden Kunstharz-Matrix gegenüber der Betonfestigkeit. Das Versagen des GFK-Verbindungsmittels unter dieser Beanspruchung wird in Abschnitt 2.3.3 diskutiert.

2.3.3 Mechanische Analyse von glasfaserverstärkten Kunststoffen

Grundlegende Annahmen

Die derzeit bekannten Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff werden ausnahmslos im Pultrusionsverfahren hergestellt und weisen dementsprechend eine eindeutige Faserausrichtung auf. Die mechanische Analyse dieser unidirektionalen Faserverbunde erfolgt auf makromechanischer Ebene (*Schürmann 2005, Altenbach 1996*), wobei der inhomogene Aufbau des Komposits aus Fasern und Matrix nicht getrennt (mikromechanisch) sondern als homogenes Kontinuum mit effektiven Werkstoffkennwerten angesehen wird. Folgende idealisierende Annahmen werden bezüglich eines unidirektionalen Faserverbundquerschnittes getroffen:

- die Fasern verlaufen parallel in eine Richtung,
- die Fasern sind gleichmäßig über den Querschnitt verteilt,
- die Fasern sind ideal gerade und verlaufen ohne Unterbrechung,
- Matrix und Fasern haften ideal aneinander; d.h. es treten keinerlei Verschiebungen an der Faser-Matrix-Grenzfläche auf.

Nach *Knippers 2007* erfolgt die Ermittlung von Schnittgrößen und Verformungen auf Basis des linearen Elastizitätsgesetzes. Das nichtlineare Materialverhalten der Matrix wird mit der Begründung vernachlässigt, dass das Last-Verformungsverhalten der Fasern dominierend ist. Dies entspricht der allgemeinen Herangehensweise bei der mechanischen Analyse von Faserverbundwerkstoffen (*Ehrenstein 2006, Schürmann 2005*).

Werkstoffgesetz

Um die am GFK-Verbindungsmittel auftretenden Spannungen und Gleitungen zu verdeutlichen, erfolgt eine kurze Einordnung des Elastizitätsgesetzes für einen unidirektional faserverstärkten Kunststoffstab. Dem Werkstoffverhalten liegen die Annahmen kleiner Verformungen und eine linear-ideal elastischen Spannungs-Schiebungs-Beziehung zu Grunde. Unter Berücksichtigung der Anisotropie des Verbundwerkstoffes kann das Werkstoffverhalten modellhaft mit dem verallgemeinerten *Hookesche* Gesetz beschrieben werden. Für einen orthotropen Werkstoff kann das Elastizitätsgesetz am Volumenelement nach Abbildung 18-a angegeben werden.

Unidirektionale Faser-Kunststoff-Verbunde sind transversal isotrope Werkstoffe. Dies bedeutet, dass in der Ebene (x_2 - x_3) nach Abbildung 18-b das Material isotropes Verhalten aufweist und keine Richtungsabhängigkeit der Materialeigenschaften bei der Drehung des Koordinatensystems um die x_1 -Achse auftritt. Die Schnittebene (x_2 - x_3) wird als Isotropieebene bezeichnet. Das hat zur Folge, dass einige Elastizitätsgrößen identisch werden (Abbildung 18-b). Die Indizes der Achsen werden nun auf die Faserrichtung bezogen (\parallel -parallel zur Faserrichtung, \perp -senkrecht zur Faserrichtung):

$$\begin{aligned}
 &\bullet \quad E_2 = E_3 = E_{\perp}, \\
 &\bullet \quad G_{31} = G_{21} = G_{\perp\parallel}, \\
 &\bullet \quad \nu_{31} = \nu_{21} = \nu_{\perp\parallel},
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

so dass sich der Schubmodul $G_{\perp\parallel}$ in der Isotropieebene aus der Beziehung

$$G_{\perp\parallel} = \frac{E_{\perp}}{2 \cdot (1 + \nu_{\perp\parallel})} \tag{2.14}$$

direkt ermitteln lässt. So sind im Falle der transversalen Isotropie nur fünf unabhängige Grundelastizitätsgrößen ($E_{\parallel}, E_{\perp}, G_{\perp\parallel}, \nu_{\perp\parallel}, \nu_{\perp\perp}$) zu bestimmen. Eine Vereinfachung der räumlichen Betrachtung am Volumenelement auf ein ebenes Werkstoff-Scheibenproblem vermindert die Anzahl der Unbekannten um die Querkontraktionszahl $\nu_{\perp\perp}$. Es verbleiben vier Elastizitätsgrößen. Eine weitere Reduktion der Dimension ergibt die Betrachtung am Werkstoff-Balkenelement nach Abbildung 18-c. Es ergeben sich die bekannten einachsigen linear-elastischen Formulierungen für das Werkstoffgesetz. Es sei explizit darauf hingewiesen, dass im Gegensatz zu den als isotrop angenommen, häufig verwendeten Materialien, wie Beton und Stahl, die Richtungsabhängigkeit der Werkstoffeigenschaften beachtet werden muss.

In der vorliegenden Arbeit wird die Berechnung von Spannungen und Verformungen unter Vernachlässigung der Querdehnung durchgeführt. Das Werkstoffgesetz ergibt sich zu:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{21} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\parallel}} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{21} \end{pmatrix}. \tag{2.15}$$

Für die Bestimmung der Elastizitätsgrößen existiert eine große Anzahl an Prüfnormen, welche direkt auf unidirektionale Kunststofflamine abzielen (bspw. *DIN 53390*). Eine zweite Möglichkeit ist die Berechnung mittels Mikromechanik. Auf Basis der Material- und Geometrieigenschaften von Fasern und Matrix sowie deren Volumenverhältnis existieren Gleichungen (u.a. in *Schürmann 2005*) zur Berechnung der Grundelastizitätsgrößen des Faserverbundquerschnittes.

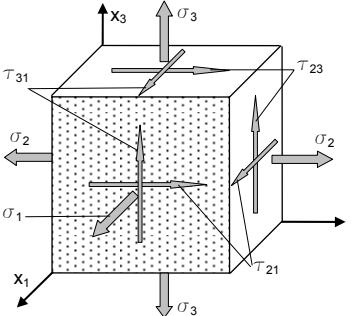
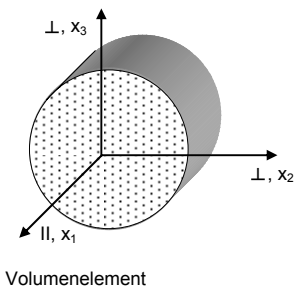
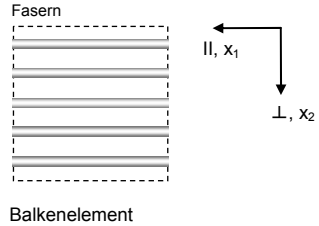
a) Werkstoff Volumenelement und orthotropes räumliches Elastizitätsgesetz	
	$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{13}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}$
b) Transversal isotropes - räumliches Elastizitätsgesetz des GFK-Stabes	
	$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & \frac{1}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\parallel}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\parallel\parallel}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}$
c) Transversal isotropes – ebenes Elastizitätsgesetz am Balkenelement	
	$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{21} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & 0 \\ -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\parallel}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{21} \end{pmatrix}$

Abbildung 18: Einordnung des Elastizitätsgesetzes für stabförmige GFK-Verbindungsmittel

Versagen von unidirektionalen GFK-Stäben

Im Zusammenhang mit dem Werkstoff des glasfaserverstärkten Kunststoffes wird der Begriff des *Versagens* als Werkstofftrennung in Form eines Bruches verstanden. Es tritt auf, wenn die Beanspruchung den Bruchwiderstand überschreitet.

Bei der Festigkeitsanalyse werden für das transversal isotrope Material nach Abbildung 19 vier Basis-Beanspruchungen

- die Längs-Beanspruchung σ_{\parallel} ,
- die Quer-Beanspruchung σ_{\perp} ,
- die Quer-Längs- bzw. Längs-Quer-Schubbeanspruchung $\tau_{\perp\parallel}$,
- die Quer-Quer-Schubbeanspruchung $\tau_{\perp\perp}$

unterschieden. Für die Normalenbeanspruchungen muss eine Richtungsabhängigkeit berücksichtigt werden, da unterschiedliche Versagensformen unter Druck- und Zugbeanspruchung auftreten. Aus der Prüfung des Materials unter der gegebenen Basis-Beanspruchung können ihnen zugehörige Basis-Festigkeits (Abbildung 19) gegenübergestellt werden.

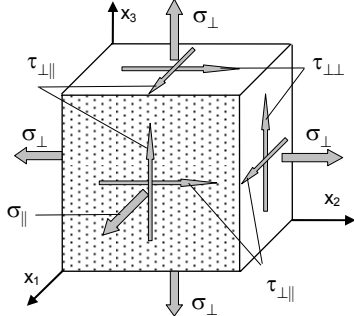
Räumlicher Spannungszustand	Basis-Beanspruchung	Basis-Festigkeit
	σ_{\parallel}^+	R_{\parallel}^+
	σ_{\parallel}^-	R_{\parallel}^-
	σ_{\perp}^+	R_{\perp}^+
	σ_{\perp}^-	R_{\perp}^-
	$\tau_{\perp\parallel}$	$R_{\perp\parallel}$
	$\tau_{\perp\perp}$	$R_{\perp\perp}$

Abbildung 19: Räumlicher Spannungszustand eines unidirektionalen Elementes und Zusammenstellung der Beanspruchungen und zugehörigen Festigkeiten

Jede der Basis-Beanspruchungen führt zu einem für sie charakteristischen Bruchbild. Eine zusammenfassende Übersicht gibt Abbildung 20. Die Brüche können in zwei grundsätzlichen Versagensarten differenziert werden.

Eine Form ist der *Faserbruch* (Fb), welcher das Zerreißen oder Brechen der Fasern beschreibt. Er stellt sich bei vorwiegend faserparalleler Beanspruchung ein und trennt die Fasern quer zu ihrer Längsstreckung durch einen Riss. Im Versagensfall werden mehrere Faserbündel, bestehend aus hunderten von Einzelfasern, nahezu gleichzeitig durchtrennt. Dies erfolgt unter hoher Beanspruchung, da die Faserlängsrichtung die Haupttragrichtung des GFK-Stabes ist. *Schürmann 2005* klassifiziert den Faserbruch als *nicht tolerierbares* Versagen, da sein Auftreten die

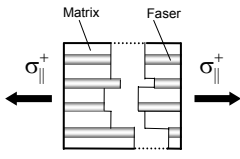
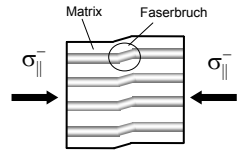
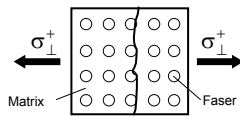
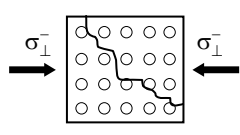
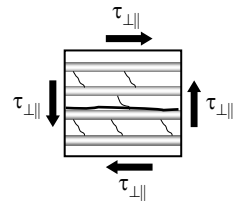
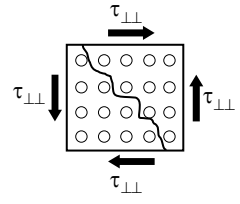
Beanspruchung	Versagensart	Beschreibung des Bruchbildes und der Versagensart
a) Längs-Zug		
	Fb	Das Zugversagen erfolgt quasi-duktil indem bei 50% der Bruchlast erst Filament reißen, gefolgt von ganzen Faserbündeln. Der Matrixverbund wird weiträumig zerstört. Abspleißungen verlaufen von der Bruchstelle faserparallel entlang des Stabes und die gebrochenen Einzelfasern stehen „besenförmig“ ab.
b) Längs-Druck		
	Fb	Die Fasern Versagen entweder durch Stabilitätsversagen oder durch Schubknicken infolge von Imperfektionen durch Faserfehlerorientierungen. In beiden Fällen stellt sich die Bruchfläche als „glatter Schnitt“ im Material senkrecht zur Belastungsrichtung dar. Das Versagen der Fasern findet in einer Ebene statt.
c) Quer-Zug		
	Zfb	Der Riss verläuft senkrecht zur Beanspruchungsrichtung. Maßgebenden Einfluss hat die Zugfestigkeit der Matrix.
d) Quer-Druck		
	Zfb	Das Versagen tritt auf einem schrägen Schnitt zur Belastungsrichtung auf. Ursache ist das Überschreiten der $\tau_{\perp\perp}$ -Spannung. Infolge der Querdruckkomponente wird der Bruch durch eine „innere“ Reibung erschwert und tritt unter einem Winkel von 53° auf. Ein reines Druckversagen der Matrix wurde bisher bei keinem FVK beobachtet.
e) Längs-Quer-Schub		
	Zfb	Erste Risse verlaufen in Richtung der Hauptzugspannungen unter 45° und werden an der Faseroberfläche gestoppt und in Längsrichtung umgelenkt. Der endgültige Schubriss verläuft faserparallel in der Ebene mit dem niedrigeren Bruchwiderstand $R_{\perp\parallel}$ und tritt über die gesamte Querschnittsbreite auf.
f) Quer-Quer-Schub		
	Zfb	Der Bruch tritt unter einem schrägen Schnitt von 45° zur Belastungsrichtung auf. Er entsteht infolge der Hauptzugspannung σ_1^+ . Maßgebend ist somit die Querkzugspannung σ_{\perp}^+ bzw. R_{\perp}^+ . Hauptdruckspannungen werden nicht maßgebend.

Abbildung 20: Zusammenstellung der Bruchbilder und Versagensarten aus Schürmann 2005

Tragfähigkeit der Gesamtstruktur gefährdet. Faserbruch tritt durch eine Längs-Zug-Beanspruchung $\sigma_{||}^{+}$ oder Längs-Druck-Beanspruchung $\sigma_{||}^{-}$ auf. Grundsätzlich wäre ein Faserversagen durch Abscheren infolge einer $\tau_{\perp||}$ -Beanspruchung denkbar. Im Allgemeinen ist die Scherfestigkeit der Faser aber größer als die der Matrix, sodass ein derartiges Versagen in der Regel faserparallel innerhalb der Matrix verläuft.

Der sogenannte *Zwischenfaserbruch* (Zfb) tritt als Adhäsivbruch zwischen den Fasern in der Matrix oder als Kohäsivbruch in der Faser-Matrix-Grenzfläche auf. Der zugehörige Riss verläuft parallel zur Faserlängsrichtung und durchtrennt den Querschnitt meist vollständig. Die Versagensform führt in der Regel nicht zum Totalverlust der Struktur, da der Riss den Querschnitt lediglich in Teilquerschnitte trennt und die Fasern in der Haupttragrichtung intakt bleiben. *Schürmann 2005* stuft den Zwischenfaserbruch als *tolerierbare* Versagensform ein, weist aber darauf hin, dass mit dem Auftreten der Schädigung die Druckfestigkeit $R_{||}^{-}$ abnimmt und die Risse aggressiven Medien den Zutritt zu hoch belasteten Fasern im Querschnitt ermöglichen. Er empfiehlt bei der Dimensionierung die Bruchgrenze nicht zu überschreiten. Zwischenfaserbrüche treten überwiegend bei den Beanspruchungen Querkraft σ_{\perp}^{+} , Querkraft σ_{\perp}^{-} , Quer-Längs-Schub $\tau_{\perp||}$ und Quer-Quer-Schub $\tau_{\perp\perp}$ auf, bei denen die Kräfte über die Matrix und über die Faser-Matrix-Grenzfläche übertragen werden.

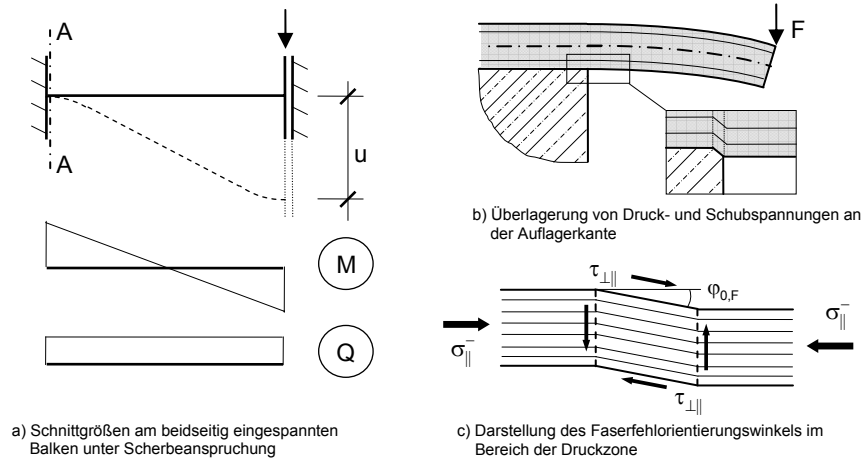


Abbildung 21: Schnittgrößen am beidseitig eingespannten GFK-Anker unter Scherbeanspruchung / Versagensform Schubknicken nach *Schürmann 2003*

Für das Versagen des GFK-Verbindungsmittels unter einer Scherbeanspruchung lassen sich zwei Versagensarten prognostizieren. Der beidseitig im Beton eingespannte Stab unterliegt in diesem Fall einer einachsigen Biegung mit dem maßgebenden Bemessungsschnitt am Lager (Schnitt A-A in Abbildung 21-a). An dieser Stelle treten im Querschnitt Spannungen $\sigma_{||}^{+}$ in der Zugzone und Spannungen $\sigma_{||}^{-}$ in der Druckzone infolge des Momentes M auf und überlagern sich mit Längs-Quer-Schubspannungen $\tau_{\perp||}$ infolge der Querkraft Q .

In Abhängigkeit

- vom Verhältnis der Festigkeiten $R_{||}^{(+/-)}$ und $R_{\perp||}$,

- vom Verhältnis der Spannungen $\sigma_{\parallel}^{(+/-)}$ und $\tau_{\perp\parallel}$ (M/Q-Verhältnis) und
- von den Schub- und Biegesteifigkeiten $G_{\perp\parallel} \cdot A_A$ und $E_{\parallel}^{(+/-)} \cdot I_A$

sind als Versagensarten Biegeversagen an der Einspannstelle infolge Faserbruch (Fb) und Schubversagen über die gesamte Stablänge infolge Zwischenfaserbruch (ZfB) zu erwarten.

Beim glasfaserverstärkten Kunststoff ist davon auszugehen, dass die Druckfestigkeit R_{\parallel}^{-} prinzipiell kleiner als die Zugfestigkeit R_{\parallel}^{+} ist und ein Biegeversagen immer vom Bereich der Druckzone ausgeht. Eine Erklärung dafür liefert die Betrachtung von *Schürmann 2005* zum Versagen von GFK-Laminaten unter faserparalleler Druckbeanspruchung auf mikromechanischer Ebene.

Schürmann 2003 bezeichnet das Versagen unter Druck als *Schubknicken*, wobei zwei Formen des Schubknickens unterschieden werden. Ist das Material frei von Imperfektionen liegt ein Stabilitätsversagen der Fasern vor. Dagegen handelt es sich beim Auftreten von Faserfehlorientierungen um ein Spannungsproblem. Als Faserfehlorientierung wird eine lokal eng begrenzt vorliegende, von der Faserrichtung und der absoluten Parallelität der Filamente abweichende Faserwelligkeit bezeichnet, welche über den Winkel $\phi_{0,F}$ quantifiziert wird (Abbildung 21c).

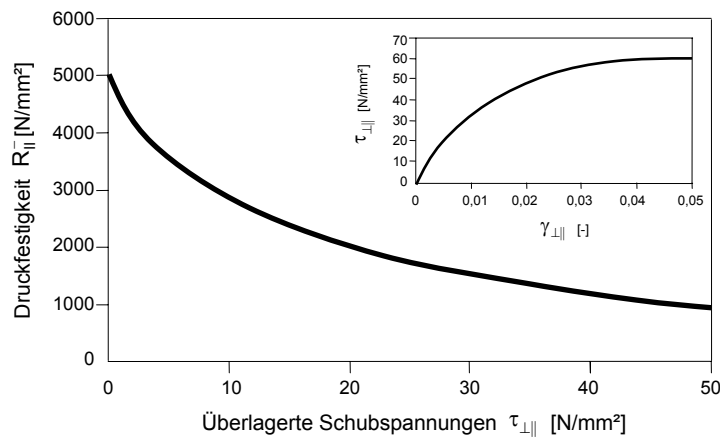


Abbildung 22: Einfluss überlagerter Schubspannungen auf die Druckfestigkeit R_{\parallel}^{-} nach *Schürmann 2003*

Darüber hinaus ist von einer Abnahme der Druckfestigkeit R_{\parallel}^{-} bei der Interaktion von faserparallelen Druckspannungen σ_{\parallel}^{-} mit Quer-Längs-Schubspannungen $\tau_{\perp\parallel}$ auszugehen. Eine Situation, welche im Lasteinleitungsbereich des Stabes im Bemessungsschnitt A-A vorliegt (Abbildung 21-b). Die Ursache ist ein belastungsbedingter Fehlorientierungswinkel $\phi_{0,F}$ der Fasern, welcher das Schubknicken begünstigt und auf Schubvorverformungen infolge $\tau_{\perp\parallel}$ zurückzuführen ist. Aufgrund der nichtlinearen Schubspannungs-Gleitungsbeziehung (Abbildung 22) nimmt die Druckfestigkeit R_{\parallel}^{-} mit steigender Schubspannung $\tau_{\perp\parallel}$ überproportional ab.

Ein Schubversagen tritt ein, wenn die Längs-Quer-Schub-Festigkeit $R_{\perp\parallel}$ überschritten wird. Der Schubriss verläuft über die volle Querschnittsbreite (Abbildung 20-e) und erstreckt sich infolge der konstanten Querkraft Q über die gesamte Verbindungsmittellänge im Bereich der Dämmung.

Die als interlaminare Scherfestigkeit bezeichnete Festigkeit $R_{\perp\parallel}$ lässt sich im Shortbeam-Test am Einheitsprobekörper nach *DIN EN 2563* oder in Durchstanzversuchen (*Ehrenstein 2007*) an Stababschnitten geringer Länge ($L_{\text{Stab}} \sim 10\text{mm}$) bestimmen.

Weitaus schwieriger ist die Quantifizierung der Längs-Druck-Festigkeit R_{\parallel} wegen deren Abhängigkeit von der Schubspannung $\tau_{\perp\parallel}$. Mit Blick auf das statische System des Verbindungsmittels in Abbildung 21-a lässt sich ein direkter Zusammenhang der Festigkeit R_{\parallel} vom Verhältnis zwischen Moment M und Querkraft Q und somit von der Stützweite des Verbindungsmittels (\triangleq Dämmschichtdicke d_{VS}) feststellen. Dieser Einfluss der Spannungsüberlagerung im Lasteinleitungsbereich des Stabes kann bei Verbindungsmittellängen im Bereich üblicher Dämmschichtdicken von $d_{\text{VS}} = 60 \dots 200 \text{ mm}$ nicht vernachlässigt werden.

Es bleibt festzuhalten, dass eine Versagensprognose für das Verbindungsmittel unter Biegedruckbeanspruchung und eine sich daraus ergebende Abgrenzung der Versagensmodi in Abhängigkeit von der Stablänge auf einfachem Wege nicht möglich ist. Darüber hinaus ist davon auszugehen, dass im Überlagerungsbereich von Schub- und Normalspannungen auch das Last-Verformungsverhalten nur ungenau analysiert werden kann. Schlussfolgernd erscheint es sinnvoll, dass Trag- und Verformungsverhalten von GFK-Verbindungsmitteln experimentell, am wirklichkeitsnahen System des beidseitig im Beton eingespannten Stabes in Abhängigkeit von der Dämmschichtdicke d_D zu untersuchen. Ein weiterer Vorteil dieser Vorgehensweise ist die implizite Berücksichtigung von Effekten, welche aus der Oberflächenprofilierung des Stabes (eingefräste Rippen, straffe Umseilung etc.) resultieren.

Als weiterführende Literatur zur mechanischen Analyse von faserverstärkten Kunststoffen sei auf *Puck 1996* verwiesen.

2.3.4 Aktuelle Normen und Richtlinien für GFK im Bauwesen

Sowohl für die Bemessung von GFK-Verbindungsmitteln als auch verallgemeinert für tragende Bauteile aus faserverstärkten Kunststoffen existieren von bauaufsichtlicher Seite zur Zeit keine eingeführten Regeln. Lediglich eine Reihe von Bemessungsempfehlungen und -richtlinien mit meist anwendungsbezogenem Hintergrund stehen zur Verfügung.

Aktuelle Grundlage für den Entwurf und die Bemessung von tragenden Bauteilen, welche ganz oder teilweise aus Thermo- oder Duroplasten bestehen, ist der Diskussionsentwurf des Bauüberwachungsvereins (BÜV) „Tragende Kunststoffbauteile im Bauwesen (TKB)“ (*BÜV 2010*). Er gibt einen umfassenden Überblick über Normen und Richtlinien und thematisiert Materialeigenschaften, Einwirkungen und Nachweisführung sowie Empfehlungen zur baulichen Durchbildung.

Im Hinblick auf die betrachteten GFK-Verbindungsmittel sei als wichtige Grundlage der BÜV-Empfehlung die *DIN 18820* hervorgehoben, welche glasfaserverstärkte Kunststofflamine in Form von Platten und Rohren regelt. Die Norm beinhaltet tabellierte Materialeigenschaften verschiedener Lamine und benennt Einflussfaktoren sowie Maßnahmen zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit des Materials.

EN 13706 spezifiziert sämtliche Arten pultrudierter faserverstärkter Kunststoffprofile. Enthalten sind definierte Anforderungen an die Werkstoffeigenschaften sowie die zugehörigen Prüfverfahren. Es erfolgt eine Klassifizierung der Bauteile auf Grundlage von Mindestwerten von zehn Materialeigenschaften.

Weiterhin existiert eine Vielzahl von Prüfnormen für Kunststoffe und Kunststofflamine, welche sinngemäß auf pultrudierte Stäbe übertragen werden können. Eine Übersicht enthält *BÜV 2010*.

Ein der BÜV-Empfehlung vergleichbares Dokument auf europäischer Ebene ist das *Eurocomp Design Code and Handbook* (Clarke 1996). Es stellt die Vorstufe für eine internationale Normung dar. Daneben existieren Regelungen von Herstellern pultrudierter Profile (*Fiberline 2008*) in denen mechanische Kenngrößen und Nachweiskonzepte produktspezifisch zur Verfügung gestellt werden.

Ein umfangreiches Wissen existiert für Bewehrungsstäbe aus faserverstärktem Kunststoff. Den aktuellen Stand der Technik beinhaltet der State-of-the-Art-Report des FIB „*FRP reinforcement in RC structures*“ (FIB 2007). Neben einem ausführlichen Überblick über die Materialeigenschaften derzeit verwendeter Faser-Matrix-Verbunde und deren Berechnung, wird ein ausführliches Konzept zur Bemessung unter dem Aspekt der Dauerhaftigkeit vorgestellt. Die Erkenntnisse aus *FIB 2007* können direkt auf GFK-Verbindungsmittel angewendet werden, da diese häufig direkt aus GFK-Bewehrungsstäben hergestellt werden. Desweiteren existieren für faserverstärkte Bewehrungsmaterialien Anwendungsrichtlinien aus den USA (*ACI 2000*), eine Reihe internationaler Bemessungsnormen aus Kanada (*CSA 2006*), Japan (*JSCE 1997*) und ein Normenentwurf aus Italien (*CNR 2006*) sowie umfangreiche Prüfnormen aus Kanada (*ISIS 2006*) und der internationale Standard *ISO 14106*.

Seit April 2008 existiert der korrigierte Entwurf einer amerikanischen Prüfvorschrift *AC308 2008* des ICC-Evaluation Service (ICC-ES) für GFK-Verbindungsmittel. In ihr sind Anforderungen definiert, welche das Verbindungsmittel entsprechend eines detaillierten Prüfprogramms erfüllen muss. Da die Vorschrift für ein definiertes Bauprodukt entwickelt wurde, ist eine Allgemeingültigkeit nicht gegeben.

3 Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung

Zum Last-Verformungsverhalten von Verbundfugen wird der aktuelle Stand des Wissens aufgearbeitet, bevor die Ergebnisse eigener, umfangreicher Versuche an GFK-Verbindungsmitteln und an Verbindungsmitteln in Kombination mit verschiedenen Dämmstoffen dokumentiert und ausgewertet werden. Darauf basierend werden Gesetzmäßigkeiten abgeleitet, welche das Last-Verformungsverhalten von GFK-Verbindungsmitteln unter Scherbeanspruchung allgemein beschreiben. Anschließend wird für das Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Dämmung ein Modell entwickelt, welches die Berechnung der Steifigkeit der Verbundfuge unter Berücksichtigung von Schädigungen im Dämmstoff bei großen Verformungen ermöglicht.

3.1 Grundlagen

3.1.1 Arten von Verbundfugen und mechanische Beschreibung

Das Last-Verformungsverhalten von Fugen unter einer Scherbeanspruchung spielt insbesondere im Verbundbau eine wesentliche Rolle. Unter Verbundbau ist im Allgemeinen das kraftschlüssige Verbinden zweier räumlich getrennter Querschnitte über eine schubelastische Verbundfuge zu verstehen. Diese wird in der Regel über eine diskrete Verdübelung oder einen vollflächigen Kraftschluss realisiert (Abbildung 23). Tabelle 5 gibt einen Überblick für in der Praxis übliche Fugenausbildungen in Bezug auf verschiedene Bauweisen.

Tabelle 5: Überblick über übliche Fugenausbildungen im Verbundbau

Anwendung / Bauweise	Kraftschluss in der Fuge	
	diskret	flächig
Stahlbetonverbundbau	Kopfbolzendübel, Puzzleleiste	Verklebung
Brettstapelbauweise	Vernagelung, Verschraubung	
Brettschichtbauweise		Verleimung
Holz-Beton-Verbundbau	Verdübelung	
Glasbau		Verklebung
Sandwichplatten mit metallischen Deckschichten		Verklebung des Dämmstoffes
Mehrschichtige Stahlbetonwandtafeln	Verdübelung + Verklebung	

Das Last-Verformungsverhalten wird bei einer diskreten Verdübelung durch den Verschiebungsmodul des Verbindungsmittels C [N/m] charakterisiert. Für häufig verwendete Verbindungsmittel werden konstante Werte C beispielsweise in den Normen *DIN 1052, Anhang G* für Verbindungsmittel im Holzbau oder *DIN EN 1994-1, Anhang D* für Verbindungsmittel im Stahlbau angegeben. Bei schubelastischen

Fugen mit flächigem Kraftschluss wird das Schubmodul G [N/m²] des verbindenden Werkstoffes, in der Regel ein Kleb- oder Dämmstoff, ermittelt.

Ein Zusammenhang zwischen beiden Größen kann unter Berücksichtigung der Beziehung zwischen der Schubspannung τ und der Gleitung γ , dem Elastizitätsgesetzes der Schubelastischen Fuge, aufgezeigt werden:

$$\tau = G \cdot \tan \gamma . \quad (3.1)$$

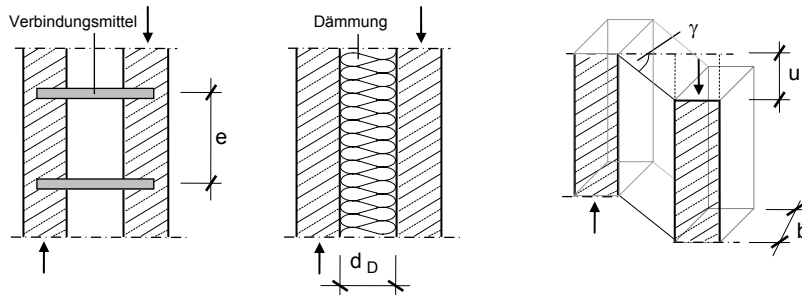


Abbildung 23: diskrete (links) / flächig (mitte) Fugenausbildung, Verformungsgrößen (rechts)

Drückt man die Gleitung γ unter der Annahme $\tan(\gamma) = \gamma$ durch das Verhältnis der Verschiebung u zur Fugendicke d_D aus ergibt sich mit Gleichung (3.1):

$$\tau = \frac{G}{d_D} \cdot u = \bar{C} \cdot u , \quad (3.2)$$

wobei das Verhältnis $\bar{C} = G/d_D$ [N/m²] nach Aicher 1987 als Verschiebungswiderstand bezeichnet wird. Wird der Verschiebungsmodul C [N/m] auf den Verbindungsmittelabstand e bezogen, so ergibt sich die Schubkraft T [N/m] entlang der Fuge:

$$T = \frac{C}{e} \cdot u . \quad (3.3)$$

Unter Berücksichtigung des Zusammenhangs $T = \tau \cdot b$ und Gleichsetzen von Gleichung (3.2) und Gleichung (3.3) kann der Zusammenhang zwischen Schubmodul und Verschiebungsmodul angegeben werden:

$$\bar{C} = \frac{C}{b \cdot e} = \frac{G}{d_D} . \quad (3.4)$$

Der auf die Bauteilbreite b bezogenen Verschiebungswiderstand nach Gleichung (3.4) wird als Schubfedersteifigkeit C_V [N/m²] bezeichnet und wird in den weiteren Betrachtungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet:

$$C_V = \frac{C}{e} = \frac{G \cdot b}{d_D} . \quad (3.5)$$

Wie in Tabelle 5 aufgezeigt stellt die Ausbildung der Verbundfuge bei mehrschichtigen Stahlbetontafeln eine hybride Lösung aus diskreter und flächiger Verbindung der Schichten dar. Im Rahmen dieser Arbeit wird diese Art der Fuge als Verbundfuge bezeichnet.

3.1.2 Experimentelle Bestimmung der mechanischen Kenngrößen in den Normen

Für die Ermittlung der Fugencharakteristik existiert eine Reihe standardisierter Methoden an genormten Prüfgeometrien. Im Allgemeinen werden unter den Fugeneigenschaften die Größen

- Schub- oder Schermodul G in $[N/m^2]$,
- Schub- oder Scherfestigkeit τ_k in $[N/m^2]$

bei flächigem Kraftschluss und

- Verschiebungsmodul C in $[N/m]$,
- Verbindungsmitteltragfähigkeit P in $[N]$,

bei diskreter Verbindung in der Fuge verstanden. Einen Überblick über Versuche und Normen gibt Tabelle 6.

Tabelle 6: Versuche zur Bestimmung der Fugencharakteristik

Versuchskörper / -aufbau	Material-eigenschaft ⁽¹⁾	Verbund-fuge ⁽²⁾	Prüfgegen-stand	Norm
Druckversuch am Einzelprobekörper	direkt	flächig	Kern-verbunde	DIN 53294
Zugversuche am Einzelprobekörper	direkt	flächig	Dämmstoffe	DIN 12090
			Klebstoffe	DIN 14869-2
Druckversuch am Doppelprobekörper	direkt	flächig	Dämmstoffe	DIN 12090
Zugversuch am Doppelprobekörper	direkt	flächig	Dämmstoffe	DIN 12090
Zugversuch am Quadrupelkörper	direkt	flächig	Elastomere	ISO 1827
Drei-Punkt-Biegeversuch	indirekt	flächig	Brett-schichtholz	DIN EN 408
Vier-Punkt-Biegeversuch	indirekt	flächig	Verbund-decken	DIN EN 1994
Einhüftiger Scherkörper	direkt	diskret	Kopfbolzen-dübel	DIN EN 1994
Zweihüftiger Scherkörper	direkt	diskret	Holz-Beton-Verbund	-
⁽¹⁾ Ermittlung der Materialeigenschaften im Versuch				
⁽²⁾ Ausbildung der Verbundfuge				

Für vollflächig kraftschlüssige Fugenverbindungen erfolgt die Bestimmung des Schubmoduls G und der Schubfestigkeit τ_k auf direktem oder auf indirektem Weg. Beim direkten Weg werden die physikalischen Materialeigenschaften des Fugenmaterials an Kleinprüfkörpern bestimmt. Für derartige Versuchsaufbauten existiert eine Vielzahl von Vorschlägen in der Literatur (Abbildung 24). Im

Allgemeinen wird das zu prüfende Material (Dämmstoff, Elastomer etc.) zwischen Stahlplatten geklebt und dessen Verformungseigenschaften werden im Scherversuch bestimmt. Die Klebstoffe müssen so beschaffen sein, dass die Schubfestigkeit und der Schubmodul der Klebeschicht größer sind als die des zu prüfenden Fugenmaterials. Damit ist sichergestellt, dass das Versagen im Probenmaterial auftritt. Die Probekörper werden entweder als Einzelkörper oder Doppelkörper bzw. Quadrupelkörper mit parallel laufenden Fugen ausgebildet. Ihre durchweg rechteckigen Abmessungen müssen so gewählt werden, dass aus dem Moment in der Fuge, welches aus der Schubkraft T und der Probendicke d resultiert, eine vernachlässigbare Spannung normal zur haftenden Oberfläche resultiert. So kann die Probenlänge L in Kraftrichtung bei Klebstoffen mit Probendicken d um 0,05 mm sehr klein gewählt werden. Nach den Prüfnormen von Dämmstoffen und Kernverbunden liegt das Verhältnis bei d/L zwischen 0,1 ... 0,25.

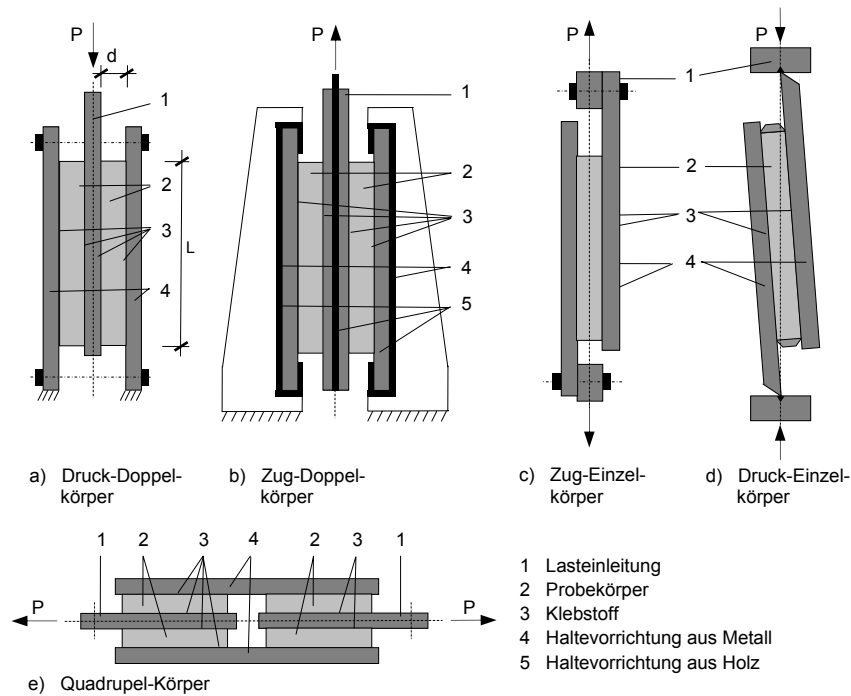


Abbildung 24: Versuchskörper zur Bestimmung der mechanischen Fugenkenngrößen bei flächigem Kraftschluss

Der Schubmodul G wird aus dem linearen Teil der Last-Verformungskurve unterhalb der Proportionalitätsgrenze bestimmt (Abbildung 25). Die Scherfestigkeit τ_k ist das Verhältnis der auf die Probe aufbrachten Höchstkraft P_m , die zum Bruch einer parallel zur Richtung der aufbrachten Kraft liegenden Ebene führt.

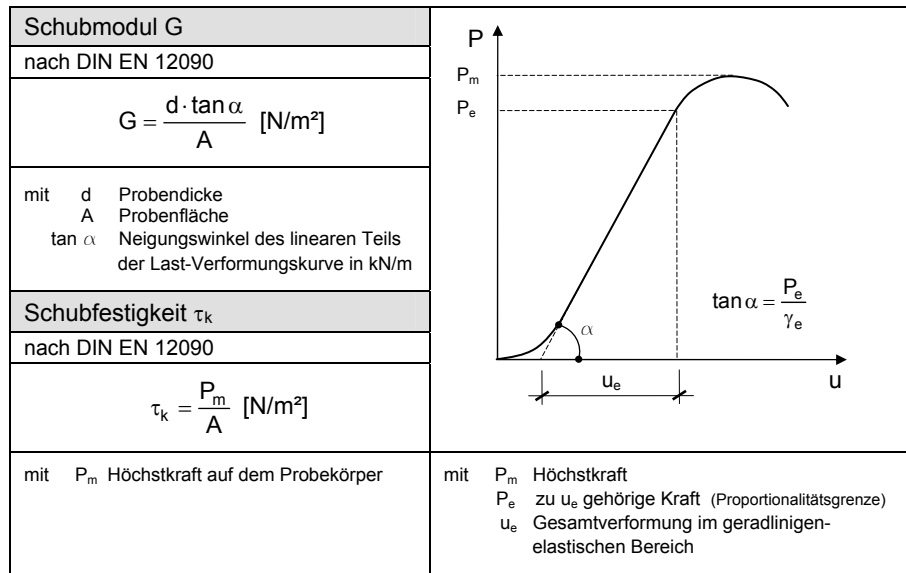


Abbildung 25: Ermittlung der mechanischen Fugenkenngrößen bei flächigem Kraftschluss

Liegt eine geometrisch oder physikalisch ungleichmäßige Fugenausbildung vor oder ist der Querschnitt aus mehreren elastisch gekoppelten Schichten aufgebaut, kann eine Prüfung am Bauteil erfolgen. Die Berechnung des Schubmoduls G bzw. der Schubfestigkeit τ_k erfolgt durch die Auswertung der Last-Verformungskurven. Die so ermittelten Kennwerte beinhalten systembedingte Einflüsse und sind eher als Werkstoffkonstanten, denn als spezifische Fugeneigenschaften des Systems zu betrachten. Vorgeschlagen werden sowohl Drei-Punkt- als auch Vier-Punkt-Biegeversuche. Eine indirekte Prüfung an mehrschichtigen Wandtafeln wird infolge des nichtlinearen Verhaltens der Betonschalen beim Übergang in den Zustand II als nicht sinnvoll erachtet. Die Vielzahl an Einflussparametern zur Beschreibung der Stahlbetonschalen im gerissenen Zustand ermöglicht keine eindeutigen Rückschlüsse auf die Schubeigenschaften der Verbundfuge. Infolgedessen wird auf diese Art der Prüfung nicht weiter eingegangen.

Die Bestimmung der Verbundcharakteristik von diskreten Verbindungsmitteln wird in der Regel an Kleinprüfkörpern - Push-Out-Körpern – vorgenommen (Abbildung 26). Einen normativen Vorschlag für experimentelle Untersuchungen an Verbundmitteln im Stahlbau unterbreitet *DIN EN 1994-1-1*. Vergleichbare Probekörpergeometrien sind in *Rauscher 2008* im Zusammenhang von Untersuchungen an Puzzleleisten als Verbundmittel eingesetzt. Für die Prüfung von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen mit Verbundschrauben werden in *Klotz 2004* ein- und zweihüftige Probekörper vorgestellt.

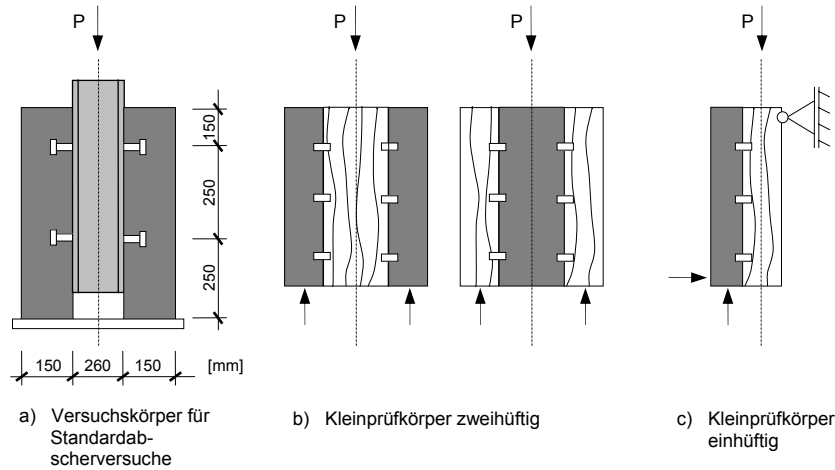


Abbildung 26: Versuchskörper zur Bestimmung der mechanischen Fugenkenngößen bei diskretem Kraftschluss

Die charakteristische Dübeltragfähigkeit P_k ergibt sich nach *DIN EN 1994-1-1* aus der um 10% abgeminderten kleinsten Versuchslast dividiert durch die Anzahl der Verbindungsmittel (Abbildung 27). Ein Vorgehen zur Bestimmung des Verschiebungsmoduls wird nicht vorgeschlagen. Bei Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln im Holzbau nach *DIN EN 26891* wird lediglich die Maximallast des Verbindungsmittel P_m im Versuch bestimmt. Eine Auswertung erfolgt für den Schubmodul G für die Verschiebungen im Bereich zwischen $0,1 \cdot P_m$ und $0,4 \cdot P_m$.

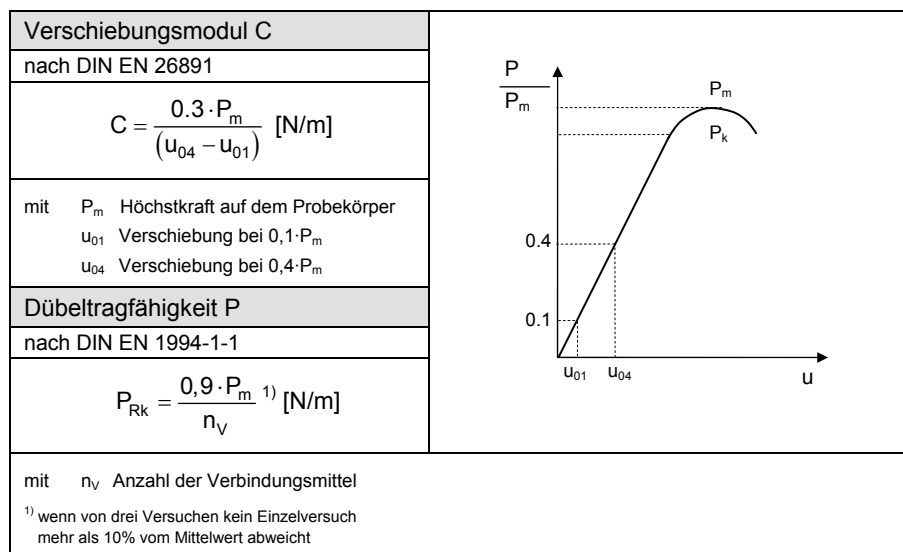


Abbildung 27: Ermittlung der mechanischen Fugenkenngößen bei diskretem Kraftschluss

3.2 Stand des Wissens

3.2.1 Allgemeines

Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten von Verbundfugen bei mehrschichtigen Stahlbetontafeln mit Verbindungsmitteln aus GFK und Wärmedämmung existieren nur in begrenzter Anzahl. Eine erste Veröffentlichung, welche sich explizit mit dieser Thematik befassen, wird von *Porter 1988* vorgestellt.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen führte *Gastmeyer 1991, 1992, 1992a* weitere Experimente durch und unterlegte sie mit einem analytischen Modell. *Horstmann 2010* untersucht in seiner Arbeit das Schubtragverhalten der Verbundfuge von Sandwichkonstruktionen mit Deckschichten aus textilbewehrtem Beton.

Forschungsvorhaben aus dem amerikanischen Raum von *Rizkalla 2001* und *Porter 2001* thematisieren das Trag- und Verformungsverhalten von Schubdornen aus glasfaserverstärktem Kunststoff als Verbindungsmittel von Fahrbahnplatten. Ein Überblick zur Modellbildung wird verallgemeinert für Schubdorne aus Stahl und GFK in *Porter 2002* aufgeführt.

3.2.2 Experimentelle Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge

3.2.2.1 Versuche an der Iowa State University

Im Rahmen von Versuchen an Wandelementen in Sandwichbauweise wird das Tragverhalten eines Verbindungsmittels aus glasfaserverstärktem Kunststoff (Fa. Thermomass®) untersucht (*Porter 1992*). Um die Eignung der Verankerungselemente zur Übertragung von Lasten zwischen den Betonschalen experimentell zu überprüfen, sind die Probekörper als realitätsnahe Wandausschnitte mit den Abmessungen von 1,22 m x 2,44 m gefertigt und werden stehend geprüft (Abbildung 28). Der Probekörper lagert statisch bestimmt am Kopfpunkt horizontal und am Fußpunkt gelenkig gehalten auf einer der beiden Schalen. Eine in Vorversuchen getestete, liegende Variante des Versuchsaufbaus wird von den Autoren nicht empfohlen, da sich infolge der Eigenlast der Betonschalen der Einfluss der Reibung zwischen Beton und Dämmstoff erhöht und zusätzliche Biegemomente auftreten.

Primäres Ziel der Versuchsserien ist die Bestimmung einer optimierten Einbaulage des Verbindungsmittels, welche eine maximale Lastübertragung zwischen den Schalen bei minimierter Verformung ermöglicht. Die Einbau der GFK-Anker erfolgt rechtwinklig zu den Betonschalen unter einer Neigung von 30°/45°/60° zur Horizontalen. Die Anordnung im Wandelement erfolgt auf Grundlage eines quadratischen Ankerasters von rund 40 cm.

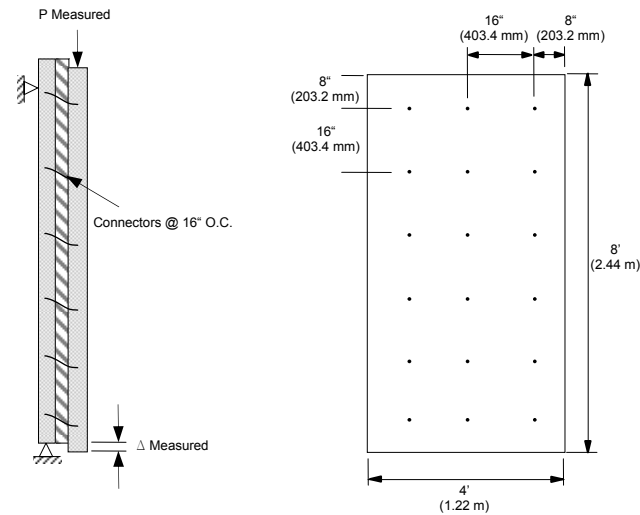


Abbildung 28: Aufbau und Abmessungen der Probekörper nach *Porter 1992*

Die unterschiedlichen Einbaulagen werden in drei Versuchsreihen bei Variation der Dämmschichtdicke mit 50,80 mm/ 76,20 mm/ 101,09 mm (2, 3, 4 inch) untersucht. Als Wärmedämmstoff kommen in den Probekörpern extrudiertes (XPS) oder expandiertes (EPS) Polystyrol zum Einsatz. Die Auswertung der Versuchsergebnisse beschränkt sich auf den Vergleich der Maximallasten und den zugehörigen Verformungen bei unterschiedlichen Fugenausbildungen.

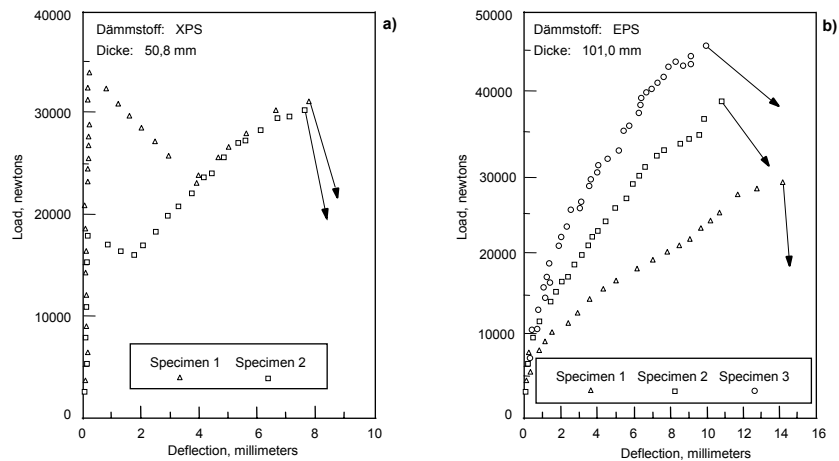


Abbildung 29: Ausgewählte Versuchsergebnisse aus *Porter 1992*

Fundierte Aussagen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge können aufgrund undokumentierter Materialeigenschaften der verwendeten Dämmstoffe nicht abgeleitet werden. Lediglich folgende, qualitative Feststellungen zum Einfluss der Dämmung sind der Arbeit von *Porter 1992* zu entnehmen.

- Die Tragfähigkeit der Verbundfuge ist abhängig von den Materialeigenschaften des verwendeten Dämmstoffes (Abbildung 29a). So ergeben sich bei horizontaler Einbaulage der Anker die maximalen, mittleren Versuchslasten bei 50,80 mm Dämmschichtdicke zu 30,7 kN (XPS) und 52,1 kN (EPS). In den Versuchen mit 101,09 mm Fugendicke wird hingegen eine höhere Traglast mit dem Einsatz von XPS mit 58 kN im Vergleich zu EPS mit 38 kN erzielt.
- Der Anstieg der Versuchsgraphen - die Steifigkeit der Verbundfuge - ist ebenfalls abhängig von den Materialeigenschaften des Dämmstoffes (Abbildung 29b). So wird die deutliche Abweichung der Versuchskurven in der Versuchsserie mit horizontalem Ankereinbau und einer 101,09 mm dicken EPS-Dämmschicht auf die Streuung der Rohdichte des Materials zurückgeführt.

Die maximale Versuchskraft tritt nicht zwingend mit dem Ankerversagen auf. So weisen die Versuche mit 50,80 mm XPS-Dämmung und ungelöstem Verbund zwischen Dämmung und Beton eine Versuchskraft von 34 kN mit dem Versagen des Haftverbundes auf. Der Wiederanstieg der Kurve endet mit dem Versagen des Verbindungsmittels bei rund 30 kN (Abbildung 29a).

3.2.2.2 Versuche von Gastmeyer an der TU Kaiserslautern bis 1992

In *Gastmeyer 1991, 1992* werden Scherversuche an einem Verankerungssystem (THERMOMASS-Building-System®) der Firma Composite Technologies Corporation (CTC) beschrieben. Dieses System setzt sich aus GFK-Verbindungsmiteln mit der Bezeichnung *TM®-Anker* und einem definierten Wärmedämmstoff – einem extrudierten Polystyrol-Hartschaum (XPS) der Fa. Dow Chemical - mit der Bezeichnung *Styrofoam SM-E* zusammen.

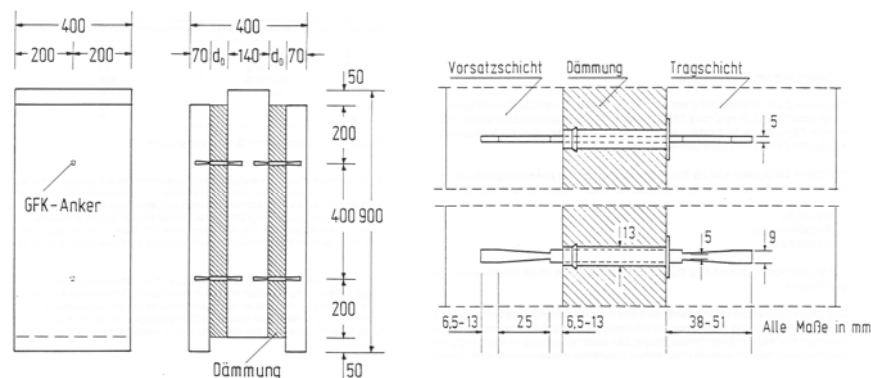


Abbildung 30: Abmessungen der Probekörper / Abmessungen der Verankerungsmittel und Anordnung im Wandquerschnitt aus *Gastmeyer 1991a*

Primäres Ziel der im Rahmen der Zulassungsversuche für die Fa. DEHA durchgeführten Untersuchungen ist die Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens der Verankerung unter Scherbeanspruchung. Als Probekörper kommen dreischalige Betonkörper mit je zwei Zwischenschichten

(zweihüftiger Probekörper) zum Einsatz (Abbildung 30). Die Dämmstofffläche beträgt 40 x 80 cm und ist mit zwei GFK-Verbindungsmiteln je Fuge verankert. Eine Bewehrung in den Betonschalen ist nicht vorhanden. Die äußeren Betonschichten (7 cm) stehen auf dem Prüffeld auf. Die Einleitung der Scherkraft erfolgt über die mittlere Betonschicht.

Aus denen in *Gastmeyer 1991* dokumentierten Tastversuchen (Abbildung 32) leitet der Autor drei Tragmodelle zur prinzipiellen Beschreibung des Last-Verformungsverhalten der Scherfuge ab (Abbildung 31).

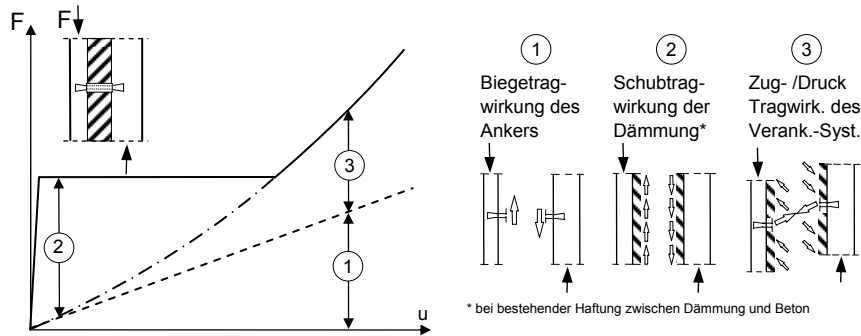


Abbildung 31: Last- und Verformungsverhalten der Fassadenkonstruktion unter Scherbeanspruchung der Plattenebene aus *Gastmeyer 1991*

Gastmeyer führt die anfangs geringe Verformbarkeit der Scherfuge auf die Schubkraftübertragung in der Wärmedämmung (Tragmodell 2) zurück, welche über die Haftung des Betons an der Dämmstoffoberfläche ermöglicht wird. Bei Überschreiten der aufnehmbaren Haftscherspannung zwischen Dämmstoff und Beton lagert sich ein Großteil der Schubkraft aus der Wärmedämmung auf die biegeweichen Verankerungsmittel um (Tragmodell 1). Diese Kraftumlagerung geht mit der plötzlichen Zunahme der Verschiebung u beider Betonschichten einher. Mit zunehmender gegenseitiger Verschiebung u bewegen sich die Betonschichten aufgrund der großen Dehnsteifigkeit der Verankerungsmittel aufeinander zu. Die dadurch entstehenden Druckspannungen ermöglichen die Übertragung von Reibungskräften an der Dämmstoffoberfläche (Tragmodell 3).

Der Anteil der Reibungskräfte an der Schubkraftübertragung ist abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit der Dämmung. Diese Annahme wird experimentell durch vergleichende Versuche mit eingelegter Gleitfolie zwischen Dämmung und Beton bestätigt. Die Versuchsergebnisse zeigen ein um 25% verringertes Lastniveau. Die Wirkung einer Gleitfolie auf die Reibungskraft im Vergleich zu einem XPS-Dämmstoff wird von *Gastmeyer* als gleichwertig angesehen.

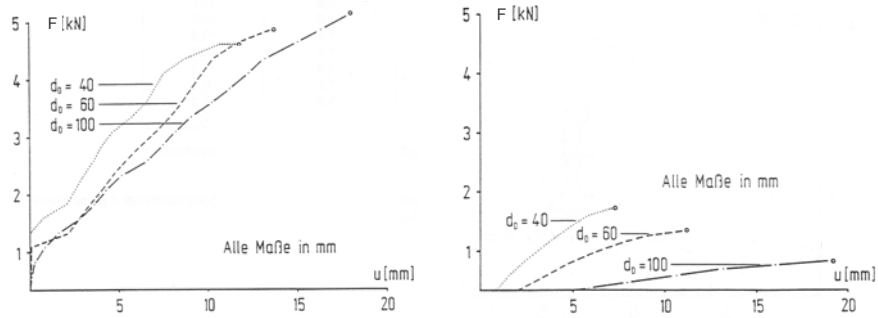


Abbildung 32: Last-Verformungskurven der Scherversuche mit Dämmung (links) und ohne Dämmung (rechts) aus *Gastmeyer 1991a*

In einem umfangreichen Versuchsprogramm werden Serien statischer Scherversuche mit und ohne Dämmung durchgeführt, wobei der Parameter der Dämmschichtdicke d_D in drei Schritten (40 mm, 60 mm, 100 mm) variiert wird. Die Betrachtung der Versuchsergebnisse lassen den Schluss zu, dass die Dämmschichtdicke d_D auf das Last-Verformungsverhalten des Verbindungsmittels maßgebenden Einfluss hat. Gleichwohl zeigen die Kurven in Abbildung 32 (rechts), dass der Anteil der Schubkraft in der Verbundfuge, welcher allein über das Verbindungsmittel übertragen wird, gering ist. Die Zug- /Drucktragwirkung des Verankerungssystems (Tragmodell 3) stellt in allen Versuchen den dominanten Traganteil dar. Eine Verallgemeinerung dieser Schlussfolgerung auf ähnliche Verankerungssysteme ist zu hinterfragen. So stellt das betrachtete System die Kombination eines biegeweichen Verbindungsmittels mit einer, im Vergleich der in der Praxis eingesetzten Polystyrolhartschäume, steifen Dämmung dar und ist eher als Grenzfall zu betrachten. Die Wirkungen der Tragmodelle 1 und 2 lassen sich aufgrund der groben Auflösung der Versuchskurven im Bereich geringer Verformungen nicht exakt belegen. Als Versagensmodus wird in allen Scherversuchen das Versagen des GFK-Verbindungsmittels infolge Biegezugversagens an der Stelle der Einkerbung angegeben.

Parallel zu den Versuchen wird von *Gastmeyer 1995* ein mechanisches Modell zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens auf Basis der drei Tragmodelle entwickelt, welches unter Abschnitt 3.2.3 näher erläutert wird.

3.2.3 Rechenmodelle zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge

Im Folgenden werden die derzeit existierenden Modelle zur Berechnung des Last-Verformungsverhaltens der Verbundfuge aufgezeigt.

Wie in Abschnitt 3.2.2.2 beschrieben, erfolgt die Übertragung der Schubkraft in der Verbundfuge über drei Traganteile. Die Biegetragwirkung des Verbindungsmittels kann über das Modell des beidseitig im Beton eingespannten Stabes abgebildet werden. Einen Überblick über Möglichkeiten der Berechnung des Last-Verformungsverhaltens dieses Modells wird in Abschnitt 3.2.3.1 gegeben. Für die Schubtragwirkung der Dämmung und die Zug-/Drucktragwirkung zwischen Verbindungsmittel und Dämmung sind Berechnungsansätze in *Gastmeyer 1992a* enthalten. Das Berechnungsmodell nach *Gastmeyer* ist in Abschnitt 3.2.4 zusammengefasst.

3.2.3.1 Rechenmodell für den beidseitig im Beton eingespannten Stab

Schon eingangs kann festgehalten werden, dass derzeit kein Berechnungsmodell zum Last-Verformungsverhalten existiert, welches explizit für im Beton eingespannte GFK-Stäbe entwickelt und experimentell bestätigt ist. Sämtliche Arbeiten basieren auf den Erkenntnissen von einbetonierten Scherbolzen, Rundstahldollen oder Dübeln aus Stahl, welche in den meisten Fällen auf Aussagen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit abzielen (*Paschen 1983, Utescher 1983*). Die folgenden Überlegungen beziehen sich auf den beidseitig einbetonierten Stab (Abbildung 33), da dies den Randbedingungen der GFK-Verbindungsmittel in mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln entspricht. Grundsätzlich wird in allen bekannten Beiträgen das Verbindungselement als Modell eines *Bernoulli*-Balkens idealisiert. Diesem Modell liegen die Annahmen vom Ebenbleiben und in Bezug auf die neutrale Faser Senkrechtbleiben der Querschnitte sowie das die Länge sehr viel größer als die Querschnittsabmessungen ist, zugrunde. Im Beton wird eine elastische Einspannung angenommen. Für die Last-Verformungsbeziehung über die Balkenlänge wird somit lediglich die Biegetragwirkung:

$$u_M = \frac{d_{D,i}^3}{12 \cdot EI_A} \cdot F \quad (3.6)$$

angesetzt (Abbildung 33). Die Einspannung im Beton wird durch eine ideelle Verlängerung der Stützweite berücksichtigt. *Paschen 1983* empfiehlt in Heft 384 des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton eine Stützweitenverlängerung von einem halben Stabdurchmesser (je Seite). Dieser Ansatz findet ebenfalls Berücksichtigung in der aktuellen Normung für Metalldübel (*ETAG 001, CEN 1997*). Die ideelle Stützweite resultiert somit zu:

$$d_A = d_D + 2 \cdot \varnothing_{\text{Anker}} \quad (3.7)$$

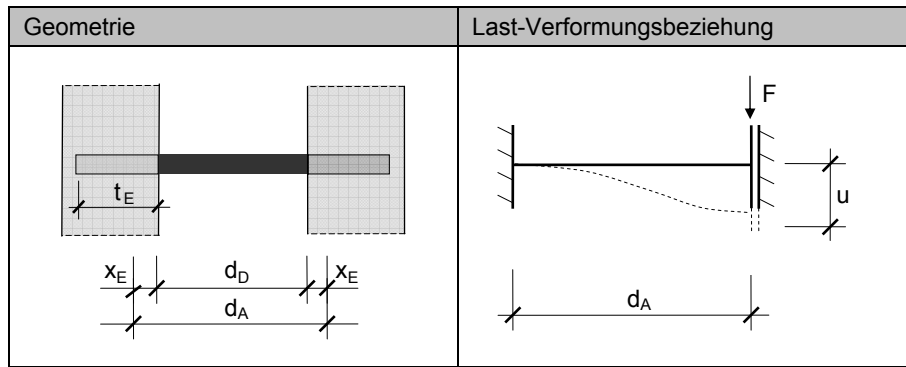


Abbildung 33: Biegetragwirkung des Verbindungsmittels

Gastmeyer wählt in seinen Arbeiten (*Gastmeyer 1995, 1997*) einen von der Einbindetiefe t und dessen Verhältnis zur Fugendicke d_D abhängigen Ansatz zur Berechnung der ideellen Stützweite $d_{D,i}$. Entsprechend den Bezeichnungen in Abbildung 33 ergibt sich die Ankerbiegelänge zu:

$$d_A = d_D + 2 \cdot x_E, \quad (3.8)$$

mit:

$$x_E = \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{t_E}{d_D}} \right) \cdot \frac{t_E}{3}. \quad (3.9)$$

x_E ist die Stelle des maximalen Momentes (Einspannpunkt) innerhalb der Einspannung des Ankers im Beton und wird nach *Wiedenroth 1971* ermittelt. Die Berechnung basiert auf der Annahme einer linear-elastischen Verteilung der Reaktionskräfte des Stabes über die gesamte Einbindetiefe t_E . Über die zweifache Integration dieser Belastungsfunktion und unter Ansatz der Querkraft Q und des Momentes M an der Betonoberfläche als Randbedingungen ergibt sich die Lösung für x_E . Dieser Ansatz findet in der amerikanischen Prüfeempfehlung für GFK-Verbindungsmittel AC 320 Berücksichtigung.

Ein sehr ausführliches Modell stellt *Porter* in seinen Arbeiten (*Porter 2001, 2002*) für den Einsatz von GFK-Stäben als Schubdorn in Fahrbahnplatten vor. Im Fokus steht die vertikale Relativverschiebung u als wichtigstes Kriterium für die Gebrauchstauglichkeit in dieser Anwendung. Die Gesamtverformung u_{ges} nach Abbildung 34 setzt sich für den beidseitig im Beton eingespannten Stab unter der Last F_V aus den Anteilen

- (1) der Durchbiegung u_0 an der Betonoberfläche,
- (2) der Durchbiegung u_φ infolge der Verdrehung φ_0 an der Betonoberfläche,
- (3) der Durchbiegung u_Q infolge der Schubtragwirkung des Stabes,
- (4) der Durchbiegung u_M infolge Biegetragwirkung des Stabes

zusammen. Die Durchbiegungsanteile (1) und (2) resultieren aus Verformungen des Betons im Bereich der Einspannung, welche durch die Auflagerpressung des Stabes hervorgerufen werden. Anstatt der ideellen Stützweitenverlängerung wird hier ein detaillierteres, mechanisches Modell verwendet. Die Verformung des Stabes auf seiner freien Länge d_D setzt sich aus den Anteilen (3) und (4) zusammen. Das verwendete Modell des *Timoshenko*-Balkens berücksichtigt die Schubverformung des Verbindungsmittels.

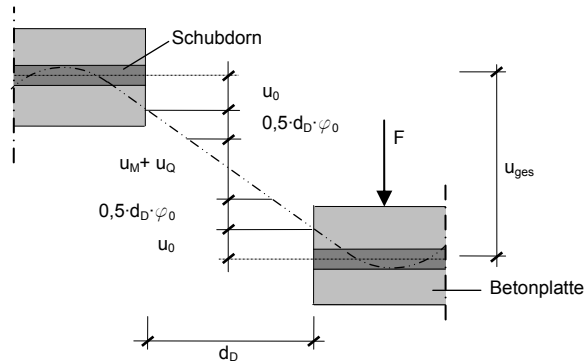


Abbildung 34: Zusammensetzung der Gesamtverschiebung u_{ges} nach Porter 1992

Die Bestimmung der Anteile u_0 und u_φ fußt auf einem theoretischen Modell zur Vorhersage des Last- und Verformungsverhaltens einbetonierter Stäbe nach einer Arbeit von Timoshenko und Lessels (*Timoshenko 1925*) zur Berechnung von elastisch gebetteten Balken. Sie basiert auf der Differentialgleichung eines semi-infiniten elastisch gebetteten Balkens. In allgemeiner Form kann diese für die Durchbiegung u wie folgt angeschrieben werden:

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} = -K_0 u, \quad (3.10)$$

wobei die Konstante K_0 gewöhnlich als Bettungsmodul bezeichnet wird und EI die Biegesteifigkeit des Balkens angibt. Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung ergibt in Folge der vierfachen Wertigkeit die Integrationskonstanten A, B, C und D:

$$u(x) = e^{\beta x} \cdot (A \cdot \cos \beta x + B \cdot \sin \beta x) + e^{-\beta x} \cdot (C \cdot \cos \beta x + D \cdot \sin \beta x). \quad (3.11)$$

Wird der Nullpunkt der x-Achse an die Betonoberfläche gelegt (Abbildung 35) und setzt man an dieser Stelle die Last P_0 und das Moment M_0 als Randbedingungen an, so ergeben sich die Konstanten A und B zu Null und der Verschiebungsverlauf $u(x)$ kann wie folgt angegeben werden:

$$u(x) = \frac{e^{-\beta x}}{2 \cdot \beta^3 \cdot EI_A} \cdot [P_0 \cdot \cos \beta x - \beta \cdot M_0 \cdot (\cos \beta x - \sin \beta x)]. \quad (3.12)$$

Die Ableitung der Gleichung (3.12) nach dx ergibt die Verdrehung $\phi(x)$:

$$\phi(x) = \frac{e^{-\beta x}}{2 \cdot \beta^2 \cdot EI_A} \cdot (2 \cdot \beta \cdot M_0 - P_0) \cdot \cos \beta x - P_0 \cdot \sin \beta x. \quad (3.13)$$

Auf Basis dieses Vorgehens leitet *Friberg 1992* eine Gleichungen zur Bestimmung der Stabverdrehung und -durchbiegung (Abbildung 35) an der Betonoberfläche her.

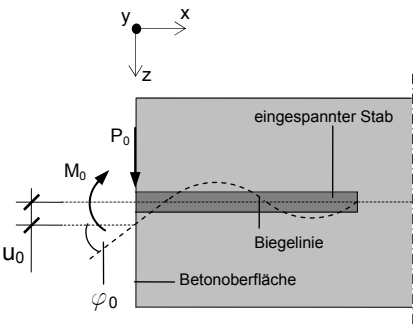
<p>Durchbiegung u_0</p> $u_0 = \frac{P_0}{4 \cdot \beta^3 \cdot EI_A} \cdot (2 + \beta \cdot d_D) \quad (3.14)$	
<p>Verdrehung φ_0</p> $ \varphi_0 = \left \frac{-P_0}{2 \cdot \beta^2 \cdot EI_A} \cdot (1 + \beta \cdot d_D) \right \quad (3.15)$	
<p>mit F_V Vertikallast auf dem Stab d_D Abstand zwischen P_V und der Betonoberfläche P_0 Stablast an der Betonoberfläche M_0 Stabrandmoment h_A Stabdurchmesser / -höhe EI_A Biegesteifigkeit des Stabes β relative Steifigkeit des vom Beton umschlossenen Stabes K_0 Bettungsmodul des Betonaufagers</p>	<p>mit $P_0 = F_V$ $M_0 = P_V \cdot z$ $\beta = \sqrt[4]{\frac{K_0 \cdot h_A}{4 \cdot EI_A}}$ $\tan(\varphi) \approx \varphi$</p>

Abbildung 35: Durchbiegung und Verdrehung eines einbetonierten Stabes an der Betonoberfläche nach *Friberg 1992*

In einer weiteren Arbeit geht *Albertson 1992* auf den Widerspruch zwischen der Annahme eines semi-infiniten Stabes und einer endlichen Einbindetiefe t ein. Er zeigt, dass der Ansatz nach *Friberg* für Einbindetiefen $t \geq 2/\beta$ mit geringem Fehler anwendbar ist.

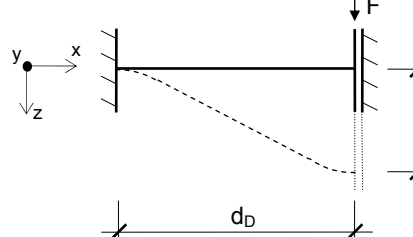
<p>Durchbiegung u_Q</p> $u_Q = \frac{d_D}{G_{A,mat} \cdot \chi \cdot A_A} \cdot F_V \quad (3.16)$	
<p>Durchbiegung u_M</p> $u_M = \frac{d_D^3}{12 \cdot EI_A} \cdot F_V \quad (3.17)$	
<p>mit d_D Stützweite $G_{A,mat}$ Schubmodul des Ankers A_A Querschnittsfläche des Ankers χ Schubkorrekturfaktor</p>	<p>mit $u = u_M + u_Q$</p>

Abbildung 36: Verschiebungsanteile u aus Schub- und Biegetragwirkung des beidseitig eingespannten Balkens

Die Berechnung der Stabverformungsanteile im Bereich der freien Länge ist in Abbildung 36 zusammengefasst. Neben dem Anteil der Biegetragwirkung u_M nach Gleichung (3.17) findet die Schubtragwirkung nach Gleichung (3.16) Berücksichtigung.

Mit der Zusammenfassung aller Verschiebungsanteile ergibt sich die Gesamtverformung u_{ges} nach Abbildung 34 zu:

$$u_{ges} = 2 \cdot u_0 + u_\varphi + u_M + u_Q$$
$$u_{ges} = \left(\frac{2 + \beta \cdot d_D}{2 \cdot \beta^3 \cdot EI_A} + \frac{\beta \cdot d_D^2 - d_D}{2 \cdot \beta^2 \cdot EI_A} + \frac{d_D^3}{12 \cdot EI_A} + \frac{d_D}{G_{A,mat} \cdot \chi \cdot A_A} \right) \cdot F \quad (3.18)$$

Eine übersichtliche Zusammenfassung der Modelle mit einer Darstellung der berücksichtigten Verformungsanteile zeigt Tabelle 7.

Tabelle 7: Zusammenfassung der Modelle zum Last-Verformungsverhalten für den im Beton eingespannten Stab

Nr.	Modell	u_M aus Biegetragwirkung	u_Q aus Schubtragwirkung	u_{EIN} (aus der Einspannung im Beton)
1	Referenz	X	-	-
2	nach <i>BÜV</i>	X	X	-
3	nach <i>ETAG</i>	X	-	ideelle Stützweite $d_{D,i}(\emptyset)$
4	<i>Gastmeyer</i>	X	-	ideelle Stützweite $d_{D,i}(t, d_D)$
5	<i>Porter</i>	X	X	Mechanisches Modell nach <i>Friberg 1992</i>

Dem Modell 1 liegt ausschließlich die Biegetragwirkung zu Grunde. Es dient als Referenzmodell für die Nachrechnungen in Abschnitt 3.4. Zusätzlich zu den oben beschriebenen Modellen wird ein Modell 2 in der Übersicht Tabelle 7 aufgenommen. Es beinhaltet die Kombination von Biege- und Schubtragwirkung, welche nach *BÜV 2010* für „unidirektional verstärkte Lamine“ bei der Ermittlung von Verformungen, Spannungen und Schnittgrößen berücksichtigt werden soll.

3.2.4 Rechenmodell für die Verbundfuge aus Dämmstoff und Verbindungsmittel

Wie in Abschnitt 3.2.2.2 dargelegt, basiert das Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung nach *Gastmeyer (1995, 1997, 2006)* auf

- der Biegetragwirkung des Verbindungsmittels ,
- der Schubtragwirkung der Dämmung und
- der Zug- / Drucktragwirkung zwischen Dämmung und Verbindungsmittel.

Das Modell basiert auf der Annahme, dass sich die Traganteile (Abbildung 37) additiv ergänzen.

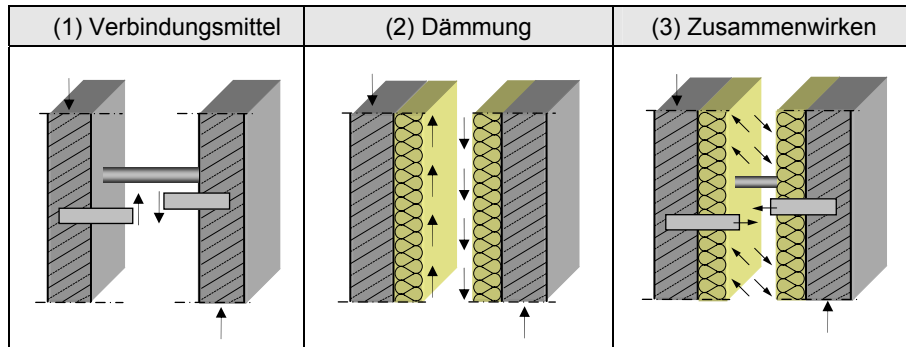


Abbildung 37: (1) – Tragwirkung Verbindungsmittel, (2) – Schubtragwirkung Dämmung,
(3) – Zusammenwirken von Dämmung und Verbindungsmittel

Die folgende Erläuterung des Modells erfolgt anhand einer prinzipiellen Last-Verformungskurve einer in Fassadenebene aufgezwungenen Verformung, wie in Abbildung 38 gezeigt.

Der Kurvenverlauf kann in die Bereiche $0 \leq u = u_{D,u}$ und $u_{D,u} < u \leq u_{A,u}$ unterteilt werden. Die Verschiebung u_D kennzeichnet den Punkt des Versagens des Haftverbundes zwischen Dämmung und Betonoberfläche. Sobald die ertragbare Haftscherspannung $\tau_{h,D}$ überschritten wird, entzieht sich die Dämmung der Beanspruchung woraus ein Lastabfall resultiert. Unterliegt das System einer Lastbeanspruchung ergibt sich eine plötzliche Zunahme der Verschiebung u bei konstanter Last F , wie in Abbildung 31 gezeigt. Beim Erreichen der Verschiebung $u_{A,u}$ erfolgt das Versagen des Verbindungsmittels.

Im Bereich $0 \leq u = u_{D,u}$ erfolgt der Lastabtrag über die Biegetragwirkung des Verbindungsmittels und die Schubtragwirkung der Dämmung. Die Kraft $F(u)$ setzt sich zusammen aus der Summe der Scherkraft $F_A(u)$ und aus der Schubkraft $F_D(u)$, welche über das Verbindungsmittel bzw. über den Dämmstoff übertragen werden.

Mit dem Erreichen der Verschiebung u_D setzt das Zusammenwirken der Komponenten ein. Die Kraft $F(u)$ unterteilt sich nun in die Kraft $F_v(u)$ aus Zug- / Drucktragwirkung zwischen Anker und Dämmung und der Scherkraft $F_A(u)$.

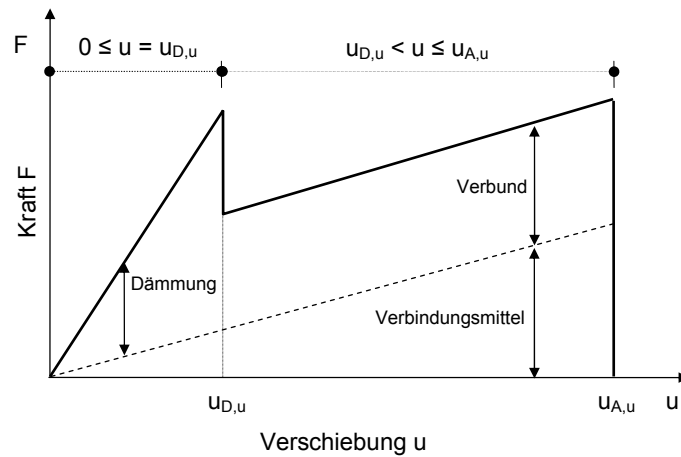


Abbildung 38: Prinzipeller Verlauf der Last-Verformungskurve nach *Gastmeyer 1997*

Das Modell zum Last-Verformungsverhalten des Verbindungsmittels ist in Abschnitt 3.2.3 und Abbildung 38 dargelegt. Aus der nach $F_A(u)$ umgestellten Gleichung (3.6)

$$F_A(u) = \frac{12 \cdot E I_A}{d_A^3} \cdot u \quad (3.19)$$

kann ein konstanter Verschiebungsmodul C_A

$$C_A = \frac{12 \cdot E I_A}{d_A^3} \quad (3.20)$$

abgeleitet werden.

Das Last-Verformungsverhalten der Wärmedämmung wird auf eine Gleitung zurückgeführt. Mit dem Schubmodul G_D und der Fläche der Dämmung A_D ergibt sich die Beziehung zu

$$F_D(u) = \frac{G_D \cdot A_D}{d_D} \cdot u \quad (3.21)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (3.4) beträgt der Verschiebungsmodul C_D

$$C_D = \frac{G_D \cdot A_D}{d_D} \quad (3.22)$$

Das Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Wärmedämmung ist in Abbildung 39 gezeigt. Mit zunehmender Vertikalverschiebung u kommt es zu einer Horizontalverschiebung v infolge der zugsteifen Verbindung der Schalen durch das Verbindungsmittel. Diese Verschiebung v wird durch die Dämmung behindert. Die daraus resultierende Druckkraft in der Dämmung und die Zugkraft im Anker stehen im Gleichgewicht. Der Traganteil ist stark abhängig vom Druckelastizitätsmodul der Dämmung E_D und nimmt mit zunehmender Verformungen u überproportional zu.

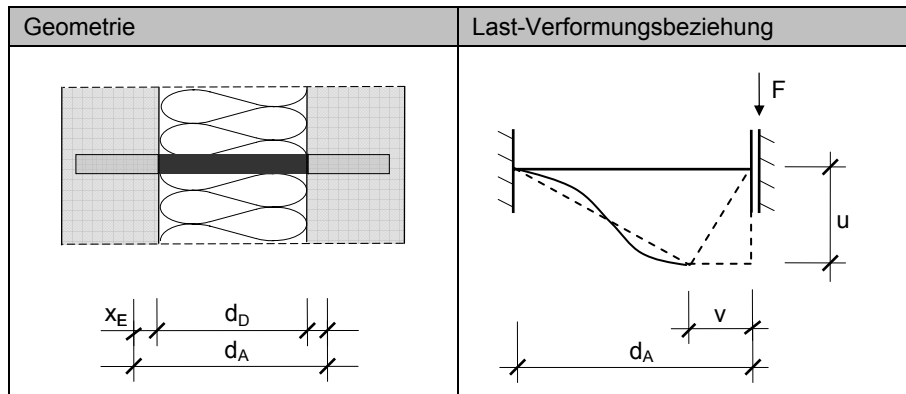


Abbildung 39: Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Dämmung

Unter der Annahme das ein Versagen durch Überschreiten der Haftscherfestigkeit $\tau_{h,D}$ zwischen Dämmung und Beton erfolgt und anschließend eine Gleitreibung einsetzt ergibt sich die Last-Verformungsbeziehung unter Berücksichtigung des Gleitreibungskoeffizienten μ zu:

$$F(u) = \frac{\mu \cdot E_D \cdot A_D}{2 \cdot d_D \cdot d_A} \cdot u^2 \quad (3.23)$$

Der Verschiebungsmodul C_V ergibt sich in Abhängigkeit von u zu:

$$C_V = \frac{\mu \cdot E_D \cdot A_D}{2 \cdot d_D \cdot d_A} \cdot u \quad (3.24)$$

Zusammenfassend kann das Last-Verformungsgesetz für die Verbundfuge nach *Gastmeyer* wie folgt angegeben werden:

$$F(u)_{u \leq u_{D,u}} = \frac{12 \cdot E_A \cdot I_A}{d_A^3} \cdot u + \frac{G_D \cdot A_D}{d_D} \cdot u \quad \text{für: } 0 \leq u \leq u_{D,u}, \quad (3.25)$$

$$F(u)_{u > u_{D,u}} = \frac{12 \cdot E_A \cdot I_A}{d_A^3} \cdot u + \frac{\mu \cdot E_D \cdot A_D}{2 \cdot d_D \cdot d_A} \cdot u^2 \quad \text{für } u_{D,u} < u \leq u_{A,u}. \quad (3.26)$$

3.2.5 Diskussion der Modelle und Schlussfolgerungen

Der Modellansatz von *Gastmeyer* stellt den in der Praxis angewendeten Stand der Wissenschaft dar und soll als Grundlage für die weiteren Betrachtungen dienen. Allerdings liegen dem Berechnungsansatz sehr produktspezifische Gesichtspunkte zugrunde, da er im direkten Zusammenhang mit der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung des TM[®]-Verbundsystems (*DIBt 2004*) steht. Die Allgemeingültigkeit der vorgestellten Modelle für das Verbindungsmittel und die Verbundfuge werden im Folgenden diskutiert.

Last-Verformungsverhalten des Verbindungsmittels

Die Modellbildung nach Gastmeyer berücksichtigt zur Berechnung des Last-Verformungsverhaltens des Verbindungsmittels im Bereich der freien Stützweite ausschließlich die Biegetragwirkung nach Gleichung (3.19). Der Ansatz ist für die Betrachtung des TM[®]-Ankers gerechtfertigt, da er eine geringe Biegesteifigkeit aufweist und eher als Vernadelung zu betrachten ist. Beim Einsatz von Verbindungsmitteln mit

- größeren Querschnittshöhen h bzw. d und
- geringen Stützweiten d_D

führt die Vernachlässigung der Schubverformung zur Unterschätzung der Durchbiegung.

Die Verformung in der Einspannung des Verbindungsmittels im Beton berücksichtigt *Gastmeyer* durch eine Vergrößerung der Stützweite d_D entsprechend Gleichung (3.8) nach dem Ansatz von *Wiedenroth 1971*. Dessen Annahme einer linearen Betonspannungsverteilung unter dem Stab stellt lediglich einen Sonderfall für kurz eingebundene, starre Stäbe dar (*Hunziker 1984*). Wie in *Cziesielski 1983*, *Utescher 1983* und *Paschen 1983* an Untersuchungen über metallische Stahldollen gezeigt und in *Hunziker 1984* beschrieben, verlaufen die Reaktionsspannungen unter dem Stab gekrümmt und wachsen zur Betonoberfläche überproportional an. Die Einspanntiefe x_E (Abbildung 33) fällt bei der Berechnung unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeit des Stabes EI_A und dessen elastischer Bettung auf dem Beton im Vergleich zum linearen Ansatz der Betonpressungen geringer aus.

Diese Erkenntnisse treffen auch auf GFK-Stäbe zu. So weist *Porter 1992* in seiner Arbeit auf eine zunehmende Verschiebung unter dem Stab am Betonanschnitt infolge nichtlinear ansteigender, lokaler Betonstauchungen hin. Die Lage des Einspannpunktes ist beim Einsatz von GFK-Stäben im Vergleich zu Stäben aus Stahl näher am Betonanschnitt zu erwarten. Gründe dafür sind das deutlich geringere Elastizitätsmodul von GFK ($E_{\text{Stahl}}/E_{\text{GFK}} \approx 3,3...5,5$) und die Tatsache, dass die Verteilung der Betonpressungen abhängig vom Verhältnis der Steifigkeit des Verbindungsmittels zur Steife des Betonlagers ist.

An der TU Kaiserslautern durchgeführte Versuche an einseitig einbetonierten GFK-Stäben (*Schmeer 2009*) zeigen sehr geringere Einspanntiefen. Für einen Stabdurchmesser von $\varnothing 18$ mm treten Werte zwischen $x_E = 0...10$ mm in Abhängigkeit vom Lastniveau und dem Verhältnis zwischen einwirkendem Moment

$M = F_A \cdot d_D$ und einwirkender Querkraft $Q = F_A$ (M/Q-Verhältnis) auf. Tendenziell rückt der Einspannpunkt mit ansteigender Last F_A und größerer Stützweite d_D an den Betonanschnitt. Für den Anwendungsbereich von Verbindungsmitteln aus GFK (nach den Zulassungen *DIBt 2010, 2009*) ist davon auszugehen, dass die Einspanntiefe im Gebrauchszustand zwischen $x_E = 0 \dots 4$ mm beträgt. Die Berechnung der Stützweite $d_{D,i}$ mit den Gleichungen nach *Wiedenroth 1971* ergibt generell größere Werte.

Die Modellbildung von Porter 2002 berücksichtigt sowohl die Biege- als auch die Schubtragwirkung des Stabes. Der Vertikalverschiebungsanteil aus der Einspannung des Stabes im Beton wird über das Modell nach *Friberg 1952* berechnet. Als Eingangsgrößen der Berechnung müssen neben den Materialeigenschaften

- der Elastizitätsmodul des Verbindungsmittels E_A ,
- der Schubmodul des Verbindungsmittels G_A und
- die Bettungsziffer der Auflagerung auf dem Beton K_0

bekannt sein.

Der Bettungsziffer K_0 ist genau genommen keine Betonkonstante, sondern unter anderem abhängig von der Größe der Auflagerfläche. Für die rechnerische Bestimmung dieser Größe existieren derzeit keine theoretischen Modelle. Sie muss für jedes Stab-Beton-System experimentell ermittelt werden. Die Zusammenfassung der bekannten Arbeiten in *ACI 1956* kann nur grobe Tendenzen für K_0 aufzeigen. So steigt die Bettungsziffer mit höherer Betonfestigkeit an, nimmt mit zunehmender Dicke des Betonlagers ab und vermindert sich mit ansteigendem Stabdurchmesser.

Tabelle 8: Übersicht über die Bettungsziffern K_0 aus der Literatur

Literaturquelle	K_0 [N/mm ²] für Stahl-Stab	K_0 [N/mm ²] für GFK-Stab	Bemerkung
<i>Friberg 1938</i>	278		
<i>Grinter 1940</i>	83-407		
<i>Paschen 1975</i>	400		gilt für Rundstab
<i>Joder 1975</i>	407		empfohlener Wert
<i>Manava 1999</i>		240-1250	gilt für Rundstab
<i>Porter 2002</i>		36-580	gilt für Rundstab

Es ist anzumerken, dass die Variation von K_0 nur geringen Einfluss auf die Ergebnisse hat, da sie unter der vierten Wurzel in die Berechnung einfließt. Nach *Hunziker 1984* verändert die Fehleinschätzung der Bettungsziffer um $\pm 20\%$ die Größe der Betonkantenpressung unter dem Stab um höchstens $\pm 10\%$.

Eine Übersicht über experimentell ermittelte Bettungsziffern K_0 aus der Literatur gibt Tabelle 8. Für kreisrunde Stäbe unter Gebrauchslast wird von *Paschen 1975* ein allgemeingültiger Wert von $K_0 = 400$ N/mm² vorgeschlagen.

Weitere Gesichtspunkte schränken die Allgemeingültigkeit des Berechnungsmodells nach *Porter* ein. Es kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Voraussetzung eines kreisrunden Querschnittes des Verbindungsmittels in jedem Fall erfüllt ist. Auch

ist die Geometriekonstanz über die Verankerungslänge im Beton, beispielsweise bei der Ausbildung einer Hinterschnittverankerung, nicht gegeben.

In Anbetracht der zahlreichen Kritikpunkte wird es als erforderlich angesehen, für die Beschreibung der Verformung des GFK-Verbindungsmittels experimentelle Untersuchungen durchzuführen, um die vorgestellten Rechenmodelle zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen.

Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge

Die Modellbildung von Gastmeyer 1992a zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge basiert auf Untersuchungen an einem extrudierten Polystyrol (XPS) mit glatter Oberfläche. Das Versagen der Dämmung (Abbildung 38) ist auf das Überschreiten der Haftscherfestigkeit $\tau_{h,D}$ zwischen Dämmstoff und Beton zurückzuführen. Ein Versagen im Dämmstoff durch Überschreitung der Scherfestigkeit τ_D findet keine Berücksichtigung. Ein derartiger Versagensfall ist denkbar, wenn die Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ bei Verwendung einer profilierten Dämmstoffoberfläche stark ansteigt oder beim Einsatz von Dämmmaterialien mit geringer Scherfestigkeit τ_D , wie expandierten Polystyrolen (EPS). Für eine allgemeingültige Aussage zum Last-Verformungsverhalten der Dämmung besteht die Notwendigkeit diese zweite Versagensform experimentell zu untersuchen, und das Modell zum Tragverhalten der Verbundfuge zu vervollständigen.

3.3 Experimentelle Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge

3.3.1 Vorüberlegungen

Experimentelle Untersuchungen an Verbundfugen existieren entweder für diskrete Verbindungsmittel (z.B. Kopfbolzen) oder für Fugen mit flächigem Kraftschluss (z.B. Klebefugen). Die Versuchsrandbedingungen dieser Arbeiten ermöglichen keinen direkten Vergleich und keine Übertragbarkeit der Ergebnisse auf die vorliegende Problematik. Zu Untersuchungen an Verbundfugen bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln sind lediglich die Arbeiten von *Gastmeyer 1991, 1991a, 1992, 1992a* bekannt, welche vorwiegend auf die Traglastbestimmung des Verankerungssystems abzielen.

Folglich werden eigene Versuche mit dem GFK-Verbindungsmittel allein und in Kombination mit einer Wärmedämmung durchgeführt. Die Versuchsrandbedingungen sind auf den Einsatz in mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln abgestimmt und dienen als Orientierung für das Vorgehen in dieser Arbeit. Grundsätzlich bestehen keine allgemeingültigen Erkenntnisse zum Last-Verformungsverhalten von GFK-Verbindungsmitteln in Kombination mit einem Dämmstoff. Dies ist auf die große Anzahl an Parameter des GFK-Verbindungsmittels, wie

- die physikalischen Eigenschaften des glasfaserverstärkten Kunststoffes,
- der Querschnittsgeometrie,
- die geometrische Ausbildung,
- der Einbindetiefe in den Beton

und den Parametern der Wärmedämmung, wie

- den mechanischen Eigenschaften,
- der Dicke,
- des Verbundes mit dem Beton

zurückzuführen. Die Versuche werden unter statischer Belastung durchgeführt. Im Rahmen des vorliegenden Versuchsprogramms wird im Wesentlichen die Variation der Dämmschichtdicke d_0 (=Fugendicke; freie Ankerlänge) als maßgebender Parameter vorgenommen. Aufgrund der Vielzahl an GFK-Stäben mit stark variierenden Materialeigenschaften kann eine Beurteilung des Last-Verformungsverhaltens nur stabspezifisch erfolgen. Gleiches gilt für die Wärmedämmstoffe, deren Prüfung auf eine begrenzte Anzahl von Dämmstofftypen beschränkt wird. Das Ziel der experimentellen Parameterstudie ist die Schaffung einer Grundlage für die rechnerische Bestimmung des Last-Verformungsverhaltens der Verbindungsmittel sowie der Kombination von Dämmstoff und Verbindungsmittel.

3.3.2 Versuchsprogramm

Aus der Vielzahl von GFK-Verbindungsmitteln, werden die in Deutschland zugelassenen Verbindungsmittel

- Schöck-Thermoanker® (CB) und
- Thermomass®-Anker (TM)

für die Versuche herangezogen. Beim Schöck-Thermoanker® handelt es sich um einen Bewehrungsstab ComBAR®-Ø12mm, welcher für den Einsatz als Verbindungsmittel in der Länge angepasst wird. Die Biegesteifigkeit liegt bezogen auf die Bandbreite von GFK-Verbindungsmitteln am oberen Ende. Dagegen weist der Thermomass®-Anker, infolge seiner kleinen Querschnittsfläche und eines deutlich niedrigerem Biegeelastizitätsmoduls, eine geringe Biegesteifigkeit auf und kann im Sinne einer Vernadelung betrachtet werden. Beide Materialien besitzen im Zusammenhang mit ihrer Anwendung ein allgemein bauaufsichtliche Zulassung (DIBt 201, 2009) und werden in der Praxis eingesetzt. Die Wahl der Dämmstoffe basiert ebenfalls auf baupraktischen Gesichtspunkten. Es kommen die beiden Dämmstofftypen

- expandiertes Polystyrol (EPS) und
- extrudiertes Polystyrol (XPS)

zum Einsatz. Die Dämmstoffwahl beinhaltet mit dem EPS ein Material mit geringer Schubsteifigkeit und -festigkeit. Extrudiertes Polystyrol (XPS) deckt den Bereich hoher Schubfestigkeiten ab. Der Einfluss einer profilierten Dämmstoffoberfläche bleibt in den Versuchen unberücksichtigt. Geprüft werden ausschließlich glatte und unbehandelte Oberflächen. Im Bezeichnungsschlüssel entsprechend Tabelle 9 werden alle genannten Parameter aufgeführt.

Tabelle 9: Schema zur Bezeichnung der Versuchserien Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge

Schlüssel der Versuchsbezeichnung	
Verbindungsmitteltyp – Prüfkörperart – Dämmung (Typ) – Dämmung (Dicke) – Beton – Nr.	
Verbindungsmitteltyp	TM - Thermomass®-Anker TMw - Thermomass®-Anker (Querschnitt 90° gedreht) CB - Schöck-Thermoanker®
Prüfkörperart	UVP - Kleinprüfkörper (Schubfläche A _D = 585cm²) SK - Scherkörper (Schubfläche A _D =1382 cm²)
Dämmung - Typ	EPS XPS
Dämmung - Dicke	d _D in [mm]
Beton	B1 - C20/25; B2 - C50/60
Versuchsnummer	Vi (mit i = 1...n)

Als Parameter mit dem größten Einfluss auf das Last-Verformungsverhalten unter Scherbeanspruchung wird die Fugendicke d_D mit

- CB: $d_D = 60 \text{ mm}, 80 \text{ mm}, 100 \text{ mm}$ und 140 mm ,
- TM: $d_D = 60 \text{ mm}, 90 \text{ mm}$ und 120 mm

variiert.

Tabelle 10: Überblick über die Versuche und Einflussgrößen

Typ	Nr.	Prüf- körper	d _D [mm]	Dämm- stoff	Beton	Anz.	Bezeichnungs- schlüssel
Versuche mit GFK-Verbindungsmitel							
TM	1	UVP	60	-	B1	3	TM-60-i
	2		90			3	TM-90-i
	3		120			3	TM-120-i
	4		60			3	TMw-60-i
CB	1	UVP	60	-	B1	5	CB-60-i
	2		80			5	CB-80-i
	3		100			5	CB-100-i
	4		140			5	CB-140-i
	5		60		B2	3	CB-60-B2-i
	6		140			3	CB-140-B2-i
Versuche mit GFK-Verbindungsmiteln und Dämmung							
CB	6	UVP	60	EPS	B1	3	UVP-EPS-60-i
	7		80			3	UVP-EPS-80-i
	8		100			3	UVP-EPS-100-i
	9		140			3	UVP-EPS-140-i
	10	SK	60			2	SK-EPS-60-i
	11		80			2	SK-EPS-80-i
	12		100			2	SK-EPS-100-i
	13		140			2	SK-EPS-140-i
	14	UVP	60	XPS		3	UVP-XPS-60-i
	15		80			3	UVP-XPS-80-i
	16		100			3	UVP-XPS-100-i
	17		SK			100	2

In Anbetracht der zahlreichen Einflussparameter und der entsprechend großen Anzahl an Versuchen kommen zwei Probekörper mit unterschiedlichen Abmessungen zum Einsatz. Für die Prüfung der Verbindungsmitel werden Kleinprüfkörper (Bezeichnung: UVP) nach den Abmessungen in Abbildung 40 hergestellt. Die Prüfung der Kombination von Anker und Dämmung erfolgt an Scherkörpern (Bezeichnung: SK), welche einen Wandausschnitt simulieren, dessen Maße auf einem realistischen, quadratischen Ankerraster von rund 40 cm basieren. Zur Zuordnung der Versuche und der untersuchten Parametern dient ein

Bezeichnungsschlüssel, welcher in Tabelle 9 erläutert ist. Eine Übersicht über das Versuchsprogramm gibt Tabelle 10.

3.3.3 Versuchskonzeption und Versuchsdurchführung

Aufbau der Probekörper

Bei den Versuchen kommen zweihüftige Scherkörper nach Abbildung 40 zum Einsatz. Die beiden außen liegenden Betonschalen weisen stets eine Stärke von 60 mm auf und repräsentieren die Vorsatzschalen. Sie sind mit der Mindestbewehrung von $\varnothing 6/s=15\text{cm}$ bewehrt, wobei die Betondeckung der Innenseite entsprechend Expositionsklasse XC3 nach (FDB 2005) mit $c_{\text{nom}} = 35\text{ mm}$ ausgeführt ist. Der Betonkörper in der Probekörpermitte stellt die Tragschale dar und weist eine den Rand einfassende Bewehrung auf. Generell ist die Bewehrung so verlegt, dass die Verbindungsmittel in Maschenmitte liegen. Ein Einfluss der Bewehrung auf die Einbindung des Ankers in den Beton kann ausgeschlossen werden.

Herstellung der Versuchskörper

Sämtliche Probekörper entstammen der Produktion des Labors für konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern.

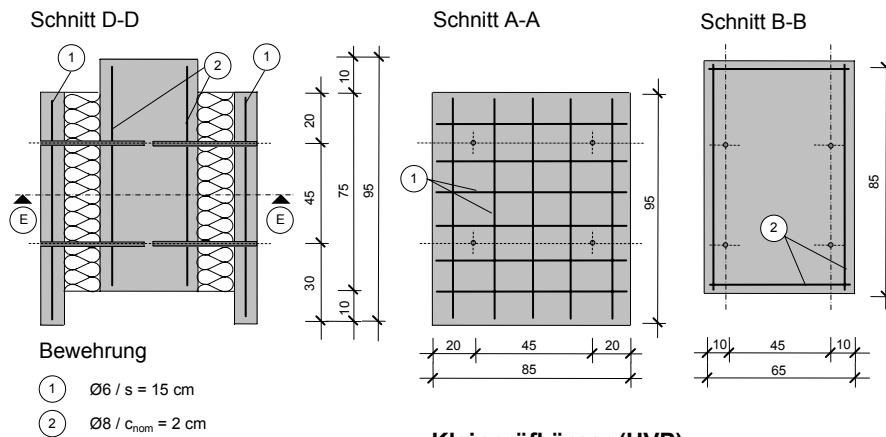
Scherkörper SK

Die Herstellung der Scherkörper (SK) erfolgt lagenweise, in einer rechteckigen Schalung aus Magnoplan-Schalungsplatten. Die Bewehrung der ersten Vorsatzschale wird mit Abstandhaltern auf dem Schalboden verlegt, danach die Schale ausbetoniert und mittels Innenrüttler verdichtet. Anschließend wird eine vorgebohrte Dämmung auf dem Frischbeton aufgelegt, durch deren Löcher die Verbindungsmittel passgenau eingesteckt werden. Im direkten Anschluss erfolgt die Betonage der Tragschalenschicht, die Anordnung der Dämmung der zweiten Fuge und die Erstellung der zweiten Vorsatzschale. Der Beton wird nach dem Betonieren mit Plastikfolien abgedeckt und nach einer Woche ausgeschalt.

Kleinprüfkörper UVP

Die einzelnen Betonschalen des Kleinprüfkörpers werden seitlich, nebeneinander liegend hergestellt. Die Außenschalung aus Magnoplan-Platten stellt eine glatte und ebene Lasteinleitungs- und Aufstandsfläche der Probekörper sicher. In die Schalung eingebaute EPS-Blöcke ermöglichen die Herstellung der Fuge und des Freiraums unter dem Mittelblock und werden nachträglich entfernt. Die Anker sind passgenau in vorgebohrten Löchern im Dämmstoff fixiert und in der Schalung positioniert. Die Lagersicherung ist durch eine Verspannung der Dämmung mit der Außenschalung sichergestellt. Eine Versuchskörpercharge umfasst zwischen 8 und 15 Prüfkörper. Die einzelnen Schalen werden nacheinander betoniert und mit einem Innenrüttler verdichtet. Die Betonkörper werden nach der Betonage mit Plastikplanen abgedeckt und unter Raumklima (20°C; ~60% RH) gelagert.

Scherkörper (SK)



Kleinprüfkörper (UVP)

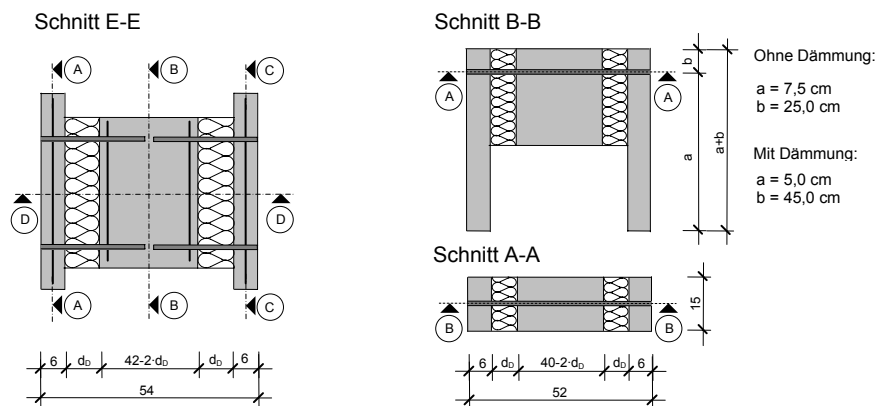


Abbildung 40: Aufbau der Prüfkörper - Scherkörper (SK) und Kleinprüfkörper (UVP)

Versuchsdurchführung

Die Versuchsdurchführung erfolgt in einem Vier-Säulen-Prüfrahmen an der servohydraulischen Schwingprüfmaschine EVO 600 der Firma MFL Prüf- und Messsysteme GmbH. Die Probekörper sind auf den Außenschalen im Prüfrahmen aufgestellt und ausgerichtet. Die Lasteinleitung erfolgt zentrisch in der Probekörperlängsachse, so dass die Anker einer Verformung quer zu ihrer Längsachse ausgesetzt sind. Die Lasteinleitung erfolgt bei den Scherkörpern (SK) über eine Lastverteilungsplatte (200 mm x 200 mm). Bei den Kleinprüfkörpern (UVP) kommt ein Querjoch mit einer Auflagerung über die gesamte Probekörperdicke zum Einsatz. Die Aufbringung der Last geschieht servohydraulisch weggesteuert mit dem Kolbenweg der Presse als Steuersignal. Bei allen Versuchsreihen wird eine konstante Kolbenhubgeschwindigkeit zwischen 1 mm/min und 5 mm/min in Abhängigkeit von den Fugendicken d_0 gewählt. Die Prüfgeschwindigkeit ergibt sich

aus der Dehnrates des GFK-Materials von rund 1% an der Einspannstelle im Beton. Diese Wahl wird in *DIN EN ISO 178* für die Prüfung der Biegeeigenschaften von Kunststoffen empfohlen. Die Versuche werden ohne Unterbrechung gefahren und beim Auftreten von Schädigungen in allen Verbindungsmitteln (SK) oder eines einzelnen Ankers (UVP) beendet. Die Versuchsdauer liegt zwischen 5 und 10 Minuten.

Mess- und Regelungstechnik

Die Steuerung der Versuche erfolgt mit einem digitalen Mehrkanalregelungssystem Labtronic 8600 der Firma IST (Instron).

In allen Scherkörperversuchen werden

- die Scherkraft F und
- die Scherverformung u

gemessen.

Wie in Tabelle 42 dargestellt, werden die Kraft (KMD 0) und der Weg (WA 0) des Prüfzylinders EVO 600 aufgenommen. Bei den Kleinprüfkörpern (UVP) wird die Vertikalverschiebung am Mittelblock in Achse der Lasteinleitung gemessen (WA 1). Weitere zwei Wegaufnehmer (WA 2,3) sind auf der Mittelblockoberseite über der Stelle der Ankereinbindung angeordnet, um mögliche Verdrehungen des Betonblocks zu erfassen. Um einer hohen Messgenauigkeit Rechnung zu tragen, werden in den Versuchsreihen induktive Wegaufnehmer mit unterschiedlichen Messbereichen (10 mm ... 50 mm), entsprechend der Höhe der erwarteten Verformung, verwendet. Die am Versuchskörper angreifende Druckkraft wird zwischen Prüfzylinder und Prüfkörperoberseite mittels einer Kraftmessdose (KMD 1) gemessen. In Abhängigkeit von der prognostizierten Maximallast kommen Kraftaufnehmer unterschiedlicher Nennkräfte (10 kN ... 50 kN) zum Einsatz.

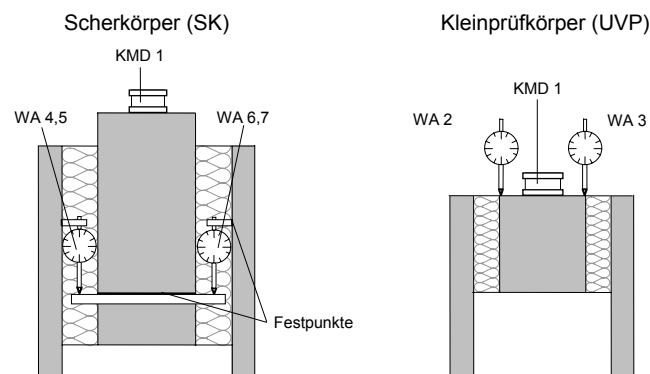


Abbildung 41: Anordnung der Messtechnik nach Tabelle 11 an den Scher- und Kleinprüfkörpern

Die Relativverschiebung zwischen Vorsatzschale und Tragschale an den Probekörpern (SK) wird an allen vier Ecken des Mittelblocks gemessen. Dazu sind die Wegaufnehmer (WA 4-7) an der Vorsatzschale befestigt. Die Induktionskerne

ruhen auf Stahllaschen, welche im unteren Eckbereich des Probekörpermittelteils angeklebt sind. Sämtliche Messgrößen werden während des gesamten Versuchs kontinuierlich mit einem digitalen Messverstärker des Typs HBM Spider 8 in Verbindung mit einem PC erfasst und aufgezeichnet. Die Messfrequenz ist in Abhängigkeit von der Versuchsdauer mit 10 Hz gewählt. Die verwendete Messtechnik ist in Tabelle 11 und die verwendeten Betonrezepturen sind in Tabelle 12 dargelegt.

Tabelle 11: Übersicht über die verwendete Messtechnik der Scherversuche

Bez.	Typ	Messbereich	No.	Prüfkörper
KMD 0	EVO 600	600 kN	-	UVP/SK
WA 0	EVO 600	100 mm	-	UVP/SK
KMD 1	HBM U2B	10 kN	0814671	UVP
	HBM U2B	50 kN	97381K	SK
WA 1	HBM W50	50 mm	37099	UVP
WA 2	HBM W10TK	10 mm	40103	UVP
	HBM W20TK	20 mm	35475	UVP
	HBM W50 TS	50 mm	1147P03	UVP
WA 3	HBM W10TK	10 mm	75680	UVP
	HBM W20TK	20 mm	59588	UVP
	HBM W50 TS	50 mm	1147P01	UVP
WA 4	HBM W50 TS	50 mm	1147P04	SK
WA 5	HBM W50 TS	50 mm	1147P03	SK
WA 6	HBM W50 TS	50 mm	1147P01	SK
WA 7	HBM W50 TS	50 mm	10726	SK

Tabelle 12: Zusammensetzung der Betonrezepturen B1 und B2

Mischung	B1	B2
Betonfestigkeitsklasse	C50/60	C20/25
w/z-Wert	0,42	0,66
angestrebte Konsistenz	F2	F3
Ausgangsstoffe		
Zement	CEM I 42,5 R	CEM I 32,5 R
Zuschlag	A/B 16	A/B 16
Betonzusammensetzung [kg/m³]		
Wasser	174,0	194,0
Zement	414,3	293,9
Zuschlag	1752,5	1797,2
Korngruppen [kg/m³]		
Rheinsand 0/2	566,1	580,5
Rheinkies 2/8	615,1	630,8
Rheinkies 8/16	571,3	585,9

3.3.4 Ergebnisse der Scherversuche

Um das Last-Verformungsverhalten umfassend zu beschreiben, sind aus den Versuchen Aussagen über

- a) die Größe und die Entwicklung des Verschiebungsmoduls des Verbindungsmittels unter Laststeigerung,
- b) die Versagenslast und -art des Verbindungsmittels,
- c) den Einfluss der Festigkeit des Betonlagers,
- d) den Einfluss verschiedener Dämmstofftypen in der Verbundfuge

abzuleiten. Den Untersuchungen zu den Punkten a) bis c) liegen die Versuchserien ohne Wärmedämmung (CB 1-5; TM 1-3) zu Grunde. Der Einfluss der Dämmung und das Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Dämmung werden anhand der Serien (CB 6-17) beurteilt.

3.3.4.1 Verschiebungsmoduln der GFK-Verbindungsmittel

In Abbildung 42 sind exemplarische Versuchskurven mit den extremalen Stützweiten $d_{D,min} = 60 \text{ mm}$ und $d_{D,max} = 120 \text{ mm} / 140 \text{ mm}$ beider Verbindungsmitteltypen aufgetragen. Alle Last-Verformungskurven zeigen eine ähnliche Charakteristik. Sie weisen einen kontinuierlichen Verlauf bis zum Versagen des Verbindungsmittels auf und enden mit dem abrupten Abfall der Kraft F . Der Anstieg und damit das Verschiebungsmodul C_A ist nicht konstant, sondern nimmt unter Steigerung der Beanspruchung geringfügig ab.

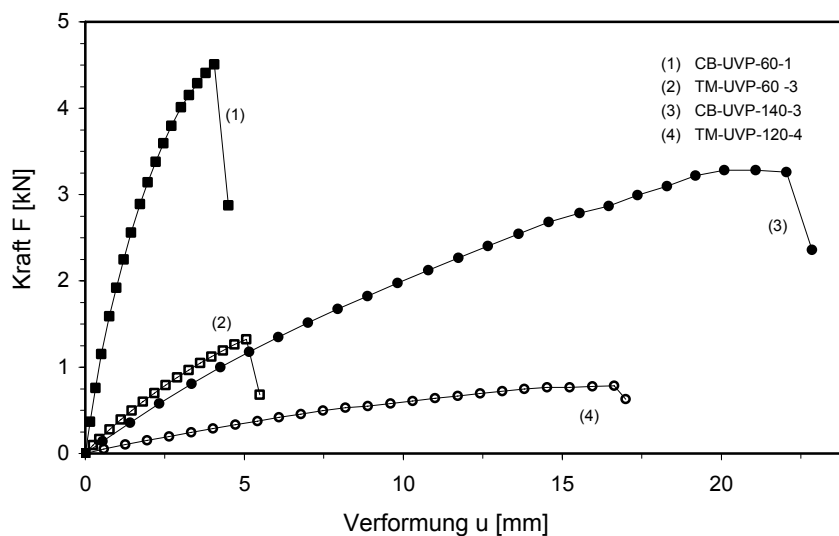


Abbildung 42: Exemplarische Last-Verformungskurven der Scherversuche ohne Wärmedämmung

Die Ermittlung des Verschiebungsmoduls C_A aus den Versuchen erfolgt in Anlehnung an *DIN EN 26891* im Anfangsbereich der Versuchskurven (Abbildung 27). Der Abschnitt für das Anfangsverschiebungsmodul erstreckt sich bis zur Prüflast von $0,4 \cdot F_u$ und ist als Verschiebungsmodul im Gebrauchslastbereich definiert. Tabelle 13 fasst die aus den Versuchen ermittelten Anfangsverschiebungsmoduln $C_{A,A}$ und deren Mittelwerte aller Versuchsserien zusammen.

Tabelle 13: Ergebnisse der Scherversuche an GFK-Verbindungsmitteln:
Anfangsverschiebungsmoduln $C_{A,A}$

R.	d_D	$C_{A,A,1}$	$C_{A,A,2}$	$C_{A,A,3}$	$C_{A,A,4}$	$C_{A,A,5}$	$C_{A,A}^{(1)}$
	[mm]	[N/mm]					[N/mm]
CB-1	60	1623	1495	1540	1540	1227	1550
CB-2	80	824	809	755	795	804	798
CB-3	100	498	484	471	509	517	496
CB-4	140	193	193	193	186	190	191
CB-5	140	222	222	226			223
TM-1	60	323	335	309	439	402	362
TM-2	90	130	129	128	139	140	134
TM-3	120	62	57	66	63	70	64
TM-4	60	151	164	175	164	169	165
¹⁾ Die Ermittlung des Mittelwertes erfolgt an gemittelten Versuchskurven und kann somit vom Mittelwert aus den Einzelwerten abweichen.							

Eine Alternative ist die Ermittlung des Ursprungsverschiebungsmoduls $C_{A,0}$. Dieser wird im Lastbereich zwischen $0 \dots 0,10 \cdot F_u$ berechnet und ist in Tabelle 14 ausgewertet.

Tabelle 14: Ergebnisse der Scherversuche an GFK-Verbindungsmitteln:
Ursprungsverschiebungsmodul $C_{A,0}$

R.	d_D	$C_{A,0,1}$	$C_{A,0,2}$	$C_{A,0,3}$	$C_{A,0,4}$	$C_{A,0,5}$	$C_{A,0}^{(1)}$
	[mm]	[N/mm]					[N/mm]
CB-1	60	1658	1538	1405	1507	969	1630
CB-2	80	845	798	845	785	809	820
CB-3	100	519	521	496	521	601	532
CB-4	140	205	207	204	202	194	203
CB-5	140	253	263	262			260
TM-1	60	384	381	364	301	481	400
TM-2	90	144	147	143	170	171	168
TM-3	120	70	63	75	60	83	73
TM-4	60	189	202	205	196	196	196
¹⁾ Die Ermittlung des Mittelwertes erfolgt an gemittelten Versuchskurven und kann somit vom Mittelwert aus den Einzelwerten abweichen.							

Einen grafischen Überblick über die ermittelten Verschiebungsmoduln gibt Abbildung 43. Für die untersuchten Verbindungsmitteltypen CB und TM ist die Entwicklung des Verschiebungsmoduls über die Fugendicke d_D aufgetragen.

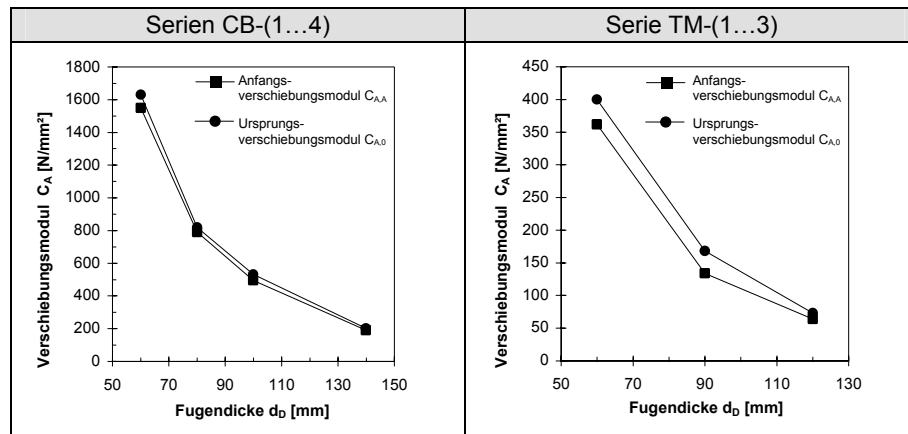


Abbildung 43: Entwicklung der Verschiebungsmoduln C_A der Versuchserien CB und TM über die Fugendicke d_D

Schlussfolgerungen:

- Die Verschiebungsmoduln $C_{A,A}$ und $C_{A,0}$ weisen eine nichtlineare Abhängigkeit von der Fugendicke d_D auf. Mit immer kleineren Werten d_D nimmt das Verschiebungsmodul überproportional zu.
- In der Tendenz weichen Anfangs- und Ursprungsverschiebungsmodul bei kleiner Fugendicke d_D stärker voneinander ab. Grundsätzlich ist die Abweichung als gering einzustufen.

3.3.4.2 Versagen der GFK-Verbindungsmittel

Für das Versagen der GFK-Verbindungsmittel sind zwei charakteristische Versagensmechanismen zu identifizieren. In Versuchen mit geringer Fugendicke d_D (Kurven 1 und 2 in Abbildung 42) tritt ein Versagen infolge Querkraft auf. Plötzlich und ohne Vorankündigung zeigt sich ein horizontaler Schubriss im Verbindungsmittel (Abbildung 44a), welcher auf das Überschreiten der ertragbaren Schubspannungen parallel zur Faser zurückzuführen ist. Die Versagensart wird als Schubversagen infolge Zwischenfaserbruchs bezeichnet und tritt durch einen interlaminaeren Scherriss im Bereich der größten Schubbeanspruchung ein.

Im Gegensatz dazu stehen die Versuche mit großen Fugendicken d_D (Kurven 3 und 4 in Abbildung 42). Mit zunehmender Verformung u flacht die Versuchskurve bis auf ein nahezu horizontales Niveau ab. In diesem Bereich kündigt sich das Versagen durch eine hörbare Schädigung des Faser-Matrix-Verbundes an. Als Versagensart ist ein Biegeversagen infolge Faserbruchs an der Einspannstelle des Verbindungsmittels im Beton zu identifizieren.

Eine genauere Untersuchung der Schädigung und der Versagensmechanismen erfolgt anhand der nachträglich freigelegten Verbindungsmittel aus den Versuchskörpern. Die Ergebnisse werden in Abhängigkeit vom untersuchten Verbindungsmitteltyp und der Versagensart beschrieben.

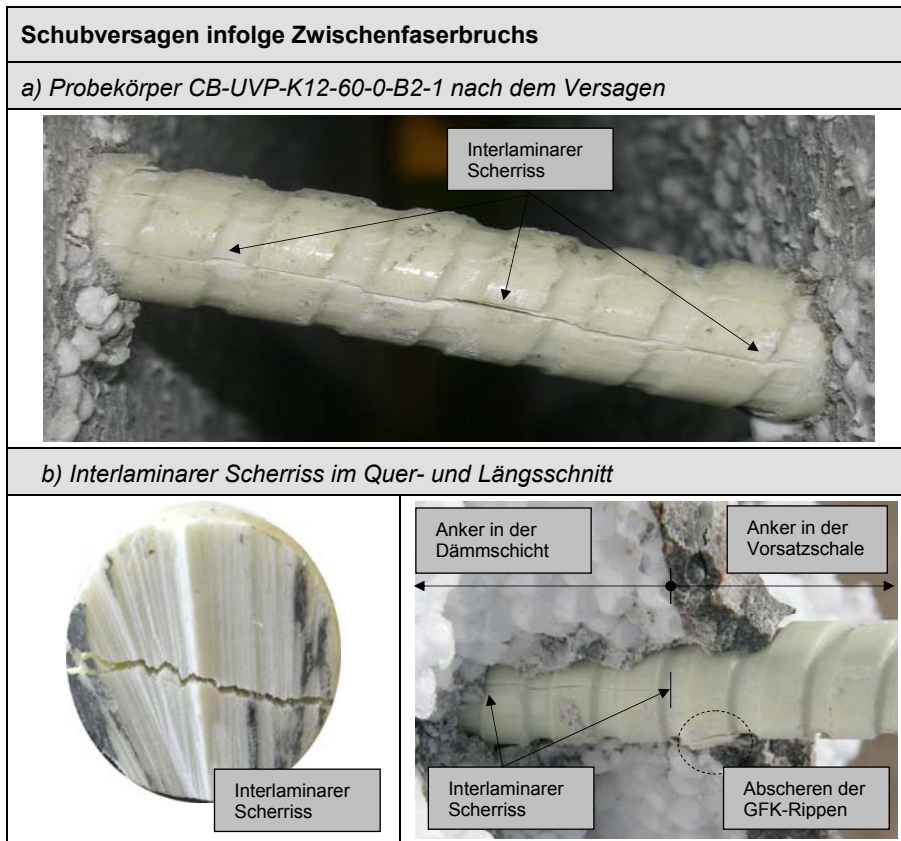


Abbildung 44: Interlaminares Scherversagen im Bereich der freien Länge beim Thermoanker®

Beim Thermoanker® sind in den Versuchen beide Versagensarten zu beobachten. In Abhängigkeit von der freien Ankerlänge d_D tritt in den Versuchsreihen CB 1, 2 mit $d_D = 60 - 80$ mm ein Schubversagen infolge Zwischenfaserbruch auf. Wie in Abbildung 44-a gezeigt, stellt sich ein horizontaler, interlaminarer Scherriss in der Ankerschwerachse über die Querschnittsbreite ein. In Ankerlängsrichtung erstreckt sich der Riss über die gesamte freie Länge und endet am Betonanschnitt. Vereinzelt ist das Abschören einer einzelnen GFK-Rippe im Bereich der Einspannung in der Betondruckzone zu beobachten (Abbildung 44-b). Eine Schädigung des Stabkernquerschnittes sowohl auf der Druck- als auch auf der Zugseite kann nicht festgestellt werden. Der den Stab umgebende Beton weist keine nennenswerten Schäden auf. Bis auf geringe Ablösungen einer dünnen Betonhaut unter dem Stab sind weder Anzeichen von Betonabplatzungen noch von einem Betonausbruch unter dem Stab, wie in *Paschen 1983* beschrieben, zu beobachten.

In den Versuchsserien CB 3,4 mit freien Ankerlängen von $d_D = 100 \dots 140$ mm beginnt das Versagen in der Druckzone des GFK-Verbindungsmittels direkt am Betonanschnitt (Abbildung 45-b). Das Versagensbild (Abbildung 45-c) zeigt ein vollständiges Durchtrennen der Druckzone in einem ebenen, glatten Schnitt. Nach *Schürmann 2005* wird dieses Versagen auf mikromechanischer Ebene als

Schubknicken des Faser-Matrix-Verbunds bezeichnet. Erst bei weiterer Verformung tritt ein interlaminarer Scherriss auf, welcher von der Versagenszone ausgeht und den deutlichen Lastabfall in der Versuchskurve (3) markiert. Schädigungen in der Zugzone sind erst bei Verformungen weit nach dem Auftreten der Maximallasten festzustellen.

Biegeversagen infolge Faserbruchs

a) Probekörper CB-UVP-K12-140-0-B2-3 nach dem Versagen



b) Versagen in der Biegerdruck- (li) und Biegezugzone (re)



c) Querschnitt im Versagensbereich



Abbildung 45: Biegeversagen im Bereich der Einspannung beim Thermoanker®-Anker

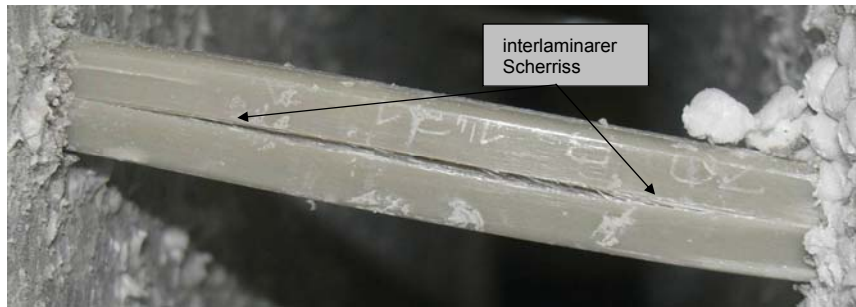
Nach dem Bruch zeigt der Thermoanker® unabhängig vom Versagensmodus ein robustes Tragverhalten. In keinem der Versuche ist ein vollständiges Abreißen eines Ankers zu erreichen. Mit zunehmender Verformung u (Abbildung 45-c) stellt sich eine einer Seiltragwirkung ein. Dabei werden Zugkräfte im Verbindungsmittel aktiviert. Die

weitaus höhere Tragfähigkeit in Stablängsrichtung (Fasern), im Vergleich zur Querrichtung (Matrix), hat nun ein Versagen des Versuchskörpers zur Folge. Diese kündigt sich durch das Auftreten von Rissen in den Vorsatzschalen an.

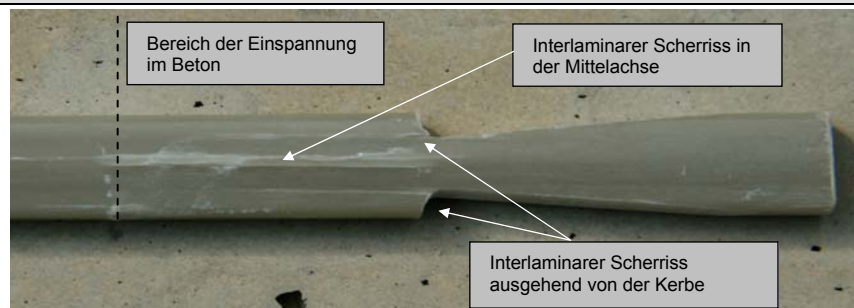
Auch beim *Thermomass*®-Anker sind beide Versagensformen zu beobachten. Stützweitenabhängig ist in den Versuchen TM-1, 2 mit $d_D = 60 \dots 90$ mm mit der biegesteiferen Einbaurichtung das Schubversagen maßgebend (Abbildung 46-a). Abweichend von den Beobachtungen am Thermoanker® wandert der Scherriss über den Betonanschnitt in die Betonschale bis zur Einkerbung hinein (Abbildung 46-b). Häufig sind weitere interlaminaire Risse im Bereich der Einspannung zu beobachten, welche von den Kerben der Verankerung über den Bereich der Einspannung im Beton verlaufen.

Schubversagen infolge Zwischenfaserbruchs

a) Probekörper TM-UVP-R1-0-60-2 nach dem Versagen



b) Ansicht im Bereich der Einspannung im Beton



c) Nachbruchverhalten

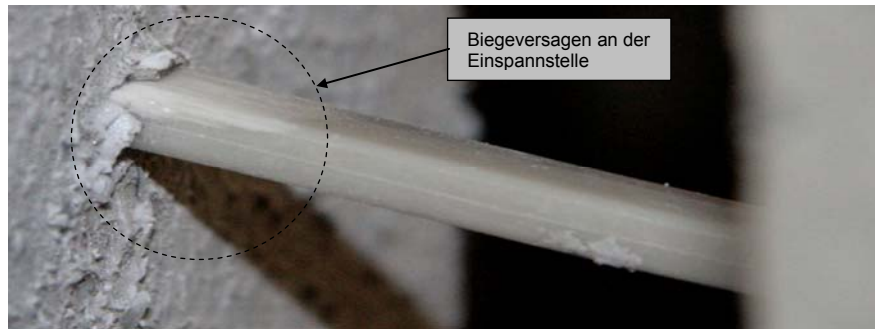


Abbildung 46: Schubversagen im Bereich der freien Länge beim Thermomass®-Anker

Für freie Verbindungsmittellängen mit $d_D = 120$ mm (TM-3) und den Versuchen mit um 90° gedrehtem Querschnitt bei $d_D = 60$ mm (TMw-4) ist ein Biegeversagen festzustellen. Das Versagen des GFK-Verbindungsmittels tritt direkt am Anschnitt zur Betonoberfläche auf (Abbildung 47-b). Beobachtet werden das Schubknicken des Faser-Matrix-Verbundes in der Druckzone und die Delamination des Verbundwerkstoffes in der Zugzone des Stabes. Beide Versagensmechanismen treten nahezu gleichzeitig auf und gehen einher mit einem geringer werdenden Anstieg in der Last-Verformungskurve (Abbildung 42, Kurven 3, 4). Mit dem Auftreten von interlaminaren Rissen, ausgehend vom Bereich der Einspannung, tritt ein deutlicher Lastabfall ein. Bei weiterer Steigerung der Verformung u (Nachbruchverhalten) schert der Thermomass-Anker am Betonanschnitt ab (Abbildung 46-c). Eine Schädigung des umgebenden Betons ist in keinem Versuch der Serien TM zu beobachten.

Biegeversagen infolge Faserbruchs

a) Probekörper TM-UVP-R2-0-60-3 nach dem Versagen



b) Versagensbilder in Druck- und Zugzone / Ansicht im Bereich der Einspannung

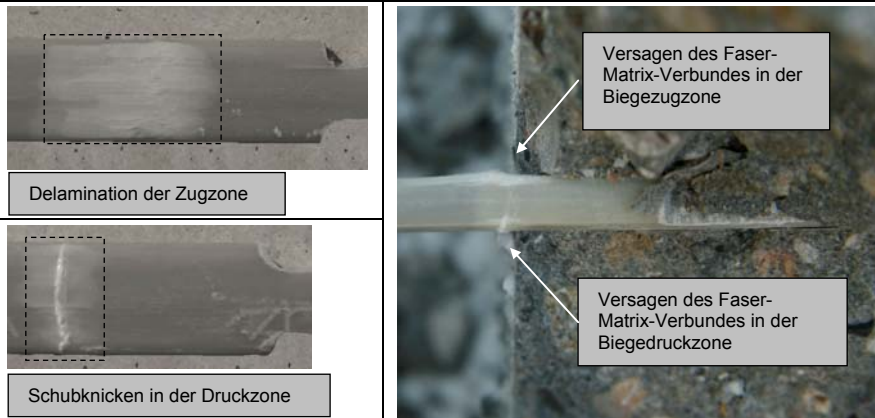


Abbildung 47: Biegeversagen im Bereich der Einspannung beim *Thermomass*®-Anker

Folgende qualitative Schlussfolgerungen lassen sich aus den Versuchen ziehen:

- Als Versagensarten sind Schubversagen durch das Auftreten interlaminarer Scherrisse und Biegeversagen in Form von Delamination der Zugzone und Schubknicken in der Biegedruckzone des GFK-Stabes festzustellen.

- Das Versagen tritt entweder plötzlich über die gesamte Länge des GFK-Verbindungsmittels (Schubversagen) oder im Bereich der Einspannung (Biegedruckversagen) auf. Als maßgebender Schnitt kann in jedem Fall der Betonanschnitt (Abbildung 47-b, Bild rechts) identifiziert werden.
- Das Schubversagen geht mit einem deutlichen Lastabfall einher.
- Ein Biegeversagen deutet sich durch ein Abflachen der Last-Verformungskurve an. Der Beginn einer irreversiblen Schädigung ist nicht eindeutig definierbar.
- Die Versagensart ist abhängig von der freien Ankerlänge d_D und der Steifigkeit des Verbindungsmittels.
- Betonversagen oder eine Schädigung des Betons treten nicht auf.

Die Traglasten F_u und Bruchverformungen u_u der Versuchsserien sind in Tabelle 15 zusammengestellt.

Tabelle 15: Ergebnisse der Scherversuche mit GFK-Verbindungsmitteln - Traglasten F_u [kN] und zugehörige Verformungen u_u [mm]

R.	d_D	$F_{u,1...5}$					$F_{u,m}$	$u_{u,1...5}$					$u_{u,m}$	V.
	[mm]	[kN]					[kN]	[mm]					[mm]	¹⁾
Versuch		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		
CB-1	60	5,5	5,4	6,2	5,6	4,9	5,67	5,4	5,0	6,2	5,3	5,2	5,4	IS
CB-2	80	4,9	4,9	5,1	5,0	4,8	4,94	8,4	8,3	9,7	9,1	8,3	8,8	IS
CB-3	100	5,1	4,7	4,6	4,5	4,7	4,73	14,1	13,7	13,6	12,3	13,8	13,5	B
CB-4	140	3,9	3,3	3,1	3,5	3,5	3,46	25,0	20,5	20,2	24,2	23,9	22,8	B
TM-1	60	1,3	1,3	1,4	1,4	1,2	1,32	4,9	5,1	4,1	4,7	3,9	4,5	IS
TM-2	90	0,9	0,9	1,0	1,0	0,9	0,94	7,4	8,0	9,0	9,4	7,2	8,2	B/IS
TM-3	120	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,76	12,4	14,5	13,4	19,5	16,6	15,3	B

¹⁾ Versagensarten: IS – Interlaminares Schubversagen, B – Biegeversagen

Die Auswertung der Bruchlasten bedarf einer näheren Betrachtung des GFK-Materials. Die Versagensmechanismen bei faserverstärkten Kunststoffen sowie die zugehörigen Festigkeiten sind in Abschnitt 2.3 beschrieben. Als maßgebende Festigkeiten sind dem Biege(druck)versagen die Druckfestigkeit R_{\parallel} und dem Schubversagen die Längs-Quer-Schubfestigkeit $R_{\perp\parallel}$ zugeordnet. Die mittleren Versagenslasten $F_{u,m}$ aus Tabelle 15 werden in Spannungsgrößen umgerechnet und im Sinne einer Grenzzustandskurve im $\tau_{\perp\parallel}$ - σ_{\parallel} -Diagramm (Abbildung 48) aufgetragen. Die Spannungsermittlung erfolgt am statischen System eines beidseitig eingespannten *Bernoulli*-Balkens. Der maßgebende Schnitt (A-A) befindet sich am Beginn der Einbindung in den Beton. Die Schubspannungen $\tau_{\perp\parallel,max}$ ($= R_{\perp\parallel}$) unter der Maximallast $F_{u,m}$ treten in Querschnittsmitte auf und ergeben sich zu:

$$\tau_{\perp\parallel,max} \triangleq R_{\perp\parallel} = \frac{F_{u,m} \cdot S_{y,A}}{I_{y,A} \cdot d_A} \quad (3.27)$$

Die Normalspannungen $\sigma_{\parallel,max}$ ($= R_{\parallel}$) werden im Versagensfall für die äußere Randfaser im Druckbereich mit:

$$\sigma_{II,max} \triangleq R_{II} = \frac{F_{u,m} \cdot d_D}{2 \cdot W_{y,A}} \quad (3.28)$$

berechnet. Um die Aussagekraft zu erhöhen werden die Versuche von *Gastmeyer* 1992, welchen vergleichbare Versuchsrandbedingungen zu Grunde liegen, in das Diagramm mit aufgenommen.

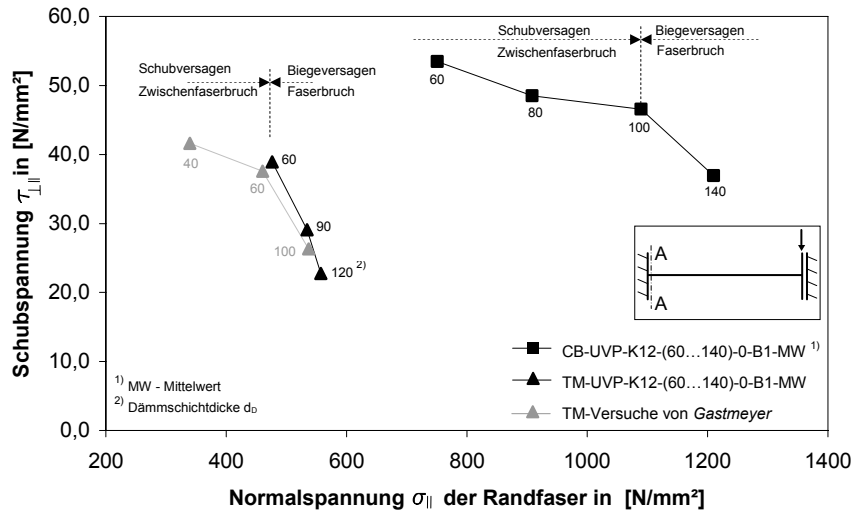


Abbildung 48: Bruchkurven der GFK-Verbindungsmitel in Abhängigkeit der Normal- und Schubspannungen

Die Ergebnisse in Abbildung 48 lassen einen stark gedehnten, elliptischen Verlauf der τ_{\perp} - $\sigma_{||}$ -Versagenskurve vermuten, wie er in *Ehrenstein 2006* beschrieben wird. Der Einfluss einer faserparallelen Spannung auf die Schubfestigkeit R_{\perp} wird als gering eingestuft. Das lässt sich gut für die Versuchsserie CB-1...3 mit $d_D = 60 \dots 100$ mm belegen. Die Festigkeit R_{\perp} liegt um 50 N/mm^2 , was nach *Schießl 2007* dem Wert der maximalen Schubfestigkeit für das Material entspricht, und fällt mit ansteigender Dämmschichtdicke d_D nur gering ab.

Der auffällige Knick in beiden Kurven für die Serie TM-1 bei 60 mm und die Serie CB-3 bei 100 mm ist nach *Schürmann 2006* charakteristisch für einen Wechsel des Versagensmodus. Tatsächlich ist in den Versuchen in diesen Bereichen der Übergang von Zwischenfaserbruch (Schubversagen) zu Faserbruch (Biegeversagen) zu beobachten.

Der Abfall der Versagenskurve ist im Bereich des Faserbruches sehr steil, wie für die Serie TM-(1...3) mit $d_D = 60 \dots 120$ mm deutlich zu sehen. Dieser stark abfallende Verlauf der Kurve ist ansatzweise auch zwischen den Versuchsserien CB-(3...4) mit $d_D = 100 \dots 140$ mm zu erkennen. Mit nachlassendem Einfluss der Schubbeanspruchung auf die Druckfestigkeit ist eine Annäherung an den Wert der reinen Zug- bzw. Druckfestigkeit zu erwarten (*Ehrenstein 2006*). Für den Thermoanker® (CB) sind nach *Schnell 2007* maximale Biegerandspannungen

($R_{\parallel} \approx R_{\parallel}^+$) zwischen 1200...1400 N/mm² zu erwarten. Für den Thermomass®-Verbundanker (TM) ist ein Endwert zwischen der Druckfestigkeit $R_{\perp}^- = 400$ N/mm² und der Zugfestigkeit $R_{\parallel}^+ = 700$ N/mm² anzunehmen.

Um das Last-Verformungsverhalten von GFK-Verbindungsmitteln geschlossen zu beschreiben, ist die Formulierung einer mechanisch-mathematischen oder empirischen Bruchbedingung für die $\tau_{\perp\parallel}$ - σ_{\parallel} -Interaktion erforderlich. Auf Grundlage der experimentellen Bruchkurven in Abbildung 48 werden die Modellansätze kurz diskutiert:

- Die Formulierung auf Basis der *Puck'schen* Wirkebenen-Kriterien (*Puck 1996*) scheidet auf Grund der Komplexität und des dafür zu geringen Versuchsumfangs aus.
- Der Vorschlag von *Ehrenstein 2006* einer vereinfachten Formulierung der Bruchkurve in Form einer Ellipsengleichung $\left(\frac{\sigma_{\parallel}}{R_{\parallel}^-}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 = 1$ mit der Schubfestigkeit und Druckfestigkeit als Hauptscheitel erscheint für die Abbildung des engen Bereiches der betrachteten Dämmschichtdicken zwischen 60 mm und 140 mm ungeeignet. Das liegt zum einen an dem Wechsel der Versagensmodi, zum anderen bleibt der druckfestigkeitsmindernde Effekt der belastungsbedingten Faserfehlorientierung am Auflager unberücksichtigt. Gleiches gilt in dieser Form für die lineare Bruchbedingung.
- Eine empirisch genäherte Formulierung der Bruchbedingung durch eine lineare Funktion mit den Wertepaaren (τ/σ) bei $d_{D,min}$ und $d_{D,max}$ lägen zwar auf der sicheren Seite, würden aber die Bruchfestigkeit zum Teil klar unterschätzen, wie in der Versuchserien TM ($d_D = 40...120$ mm) deutlich wird.

Eine einfache und zugleich genaue Formulierung der Bruchbedingung erscheint somit nicht möglich. Für die weiteren Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit werden die experimentell ermittelten Bruchwertepaare in grafischer Form aufbereitet. Diese werden für jedes Verbindungsmittel in einem „charakteristischen Diagramm“ in Abhängigkeit von der Schubspannung τ über die Dämmschichtdicke d_D aufgetragen. Die weiterführende Auswertung erfolgt im Abschnitt 3.4 „Modellbildung und Auswertung der Versuche“.

3.3.4.3 Einfluss der Betondruckfestigkeit auf den Verschiebungsmodul

Der Einfluss der Betonfestigkeit auf das Last-Verformungsverhalten respektive auf den Verschiebungsmodul C_A wird anhand von vergleichenden Versuchen im niederfesten und hochfesten Beton durchgeführt. Gemäß *ETAG 001* entsprechen diese Betone den Betondruckfestigkeitsklassen C20/25 und C50/60. Die im Versuch verwendeten Materialien weisen eine mittlere Betonwürfeldruckfestigkeit entsprechend Tabelle 16 auf.

Tabelle 16: Mittlere Betondruckfestigkeiten des Probekörper am Versuchstag

Reihe	Bezeichnungsschlüssel	Mittlere Betondruckfestigkeit $f_{ck,cube}$ in [N/mm ²]
CB-1	CB-UVP-K12-60-0-B1	71,2
CB-5	CB-SK-K12-60-0-B2	39,9
CB-4	CB-UVP-K12-140-0-B1	72,5
CB-6	CB-SK-K12-140-0-B2	28,9

Die Werte überschreiten die in der Leitlinie angegebenen zulässigen Grenzen der Betondruckfestigkeit in einem geringen Maß ($C20/25 \leq 35\text{MPa}$; $C50/60 \leq 70\text{MPa}$). Allerdings liegen die vorhandenen Druckfestigkeitsunterschiede von $31,3 \text{ N/mm}^2$ zwischen CB-1 und CB-5 bzw. $43,6 \text{ N/mm}^2$ zwischen CB-4 und CB-6 in einer Größenordnung, welche grundsätzliche Aussagen zum Einfluss der Betondruckfestigkeit zulassen.

Die vergleichenden Versuche beschränken sich auf den Ankertyp Thermoanker®, da die größere Biege- und Schubsteifigkeit sowie die höhere Festigkeit des faserverstärkten Kunststoffes die Übertragung einer großen Scherkraft über die Fuge ermöglicht. Exemplarisch sind die Mittelwerte der Versuchskurven für die minimale und maximale Fugendicke d_D in Abbildung 49 aufgetragen.

Daraus resultieren folgende Schlussfolgerungen:

- Bei der Fugendicke von $d_D = 60\text{mm}$ resultiert die Beanspruchung des Betonlagers überwiegend aus der eingeleiteten Querkraft. Im Verlauf beider Last-Verformungskurven ist keine Abweichung ersichtlich.
- Für eine überwiegende Momentenbeanspruchung am Auflager bei $d_D = 140 \text{ mm}$ verlaufen die Versuchskurven ebenfalls nahezu identisch.
- An den Versuchskörpern wurde keine Schädigung des Betons unter den Verbindungsmitteln beobachtet. Selbst im Bruchzustand des Ankers waren durch optische Prüfung keine Risse oder Abplatzungen feststellbar.

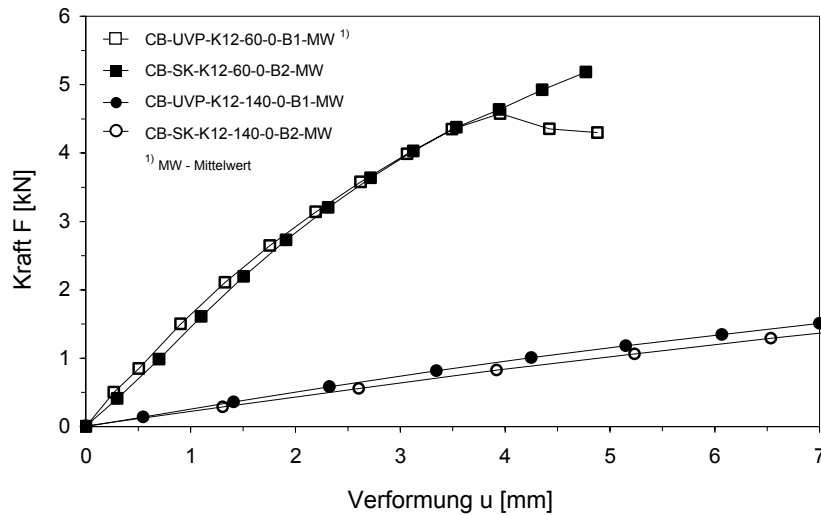


Abbildung 49: Einfluss der Betondruckfestigkeit auf das Last-Verformungsverhalten des Verbindungsmittels

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff die Betoneigenschaften des Verankerungsgrundes keinen Einfluss auf das Last-Verformungsverhalten unter Scherbeanspruchung haben.

Diese Aussage gilt allgemein für

- den beidseitig voll eingespannten Stab bei M/Q-Verhältnissen zwischen 30 und 70,
- für Verbindungsmittel mit höchstens gleich großer Steifigkeit und Festigkeit,
- in den Grenzen der Betondruckfestigkeiten $f_{ck,cube} = 30 - 70 \text{ N/mm}^2$.

Für Verbindungsmittel mit großer Steifigkeit und bei geringer Fugendicke d_D oder bei geringer Einbindetiefe in den Beton muss diese Aussage neu überprüft werden. Ebenso bedarf es bei einer Anordnung der Verbindungsmittel am Bauteilrand oder im Eckbereich der Vorsatzschale einer gesonderten Betrachtung.

3.3.4.4 Versuche mit GFK-Verbindungsmitteln und Dämmstoff

Versuche mit expandiertem Polystyrol (EPS)

Zur Erläuterung des prinzipiellen Tragverhaltens der Verbundfuge in den Versuchen mit EPS-Wärmedämmung sind für alle untersuchten Fugendicken d_D ausgewählte Versuchsgraphen in Abbildung 50 aufgetragen. Im Kurvenverlauf sind zwei charakteristische Abschnitte zu beobachten. Der erste Abschnitt erstreckt sich vom Belastungsbeginn bis zum Erreichen eines lokalen Lastmaximums $F_{1,max}$. Hier weisen alle Versuchsgraphen einen anfangs linearen und mit zunehmender Verschiebung leicht abfallenden Kurvenverlauf auf. Verbindungsmittel und Dämmung zeigen keine Schädigung. Mit dem Erreichen der Last $F_{1,max}$ geht ein plötzlicher Lastabfall einher, welcher auf das Versagen der Dämmung zurückzuführen ist. Dieser Punkt markiert den Beginn des zweiten Abschnittes. Der weitere Kurvenverlauf weist nun einen geringen Anstieg, Last-Verformungskurve bis zum Erreichen des zweiten lokalen Lastmaximums $F_{2,max}$ auf und endet abrupt mit dem Versagen des Verbindungsmittels.

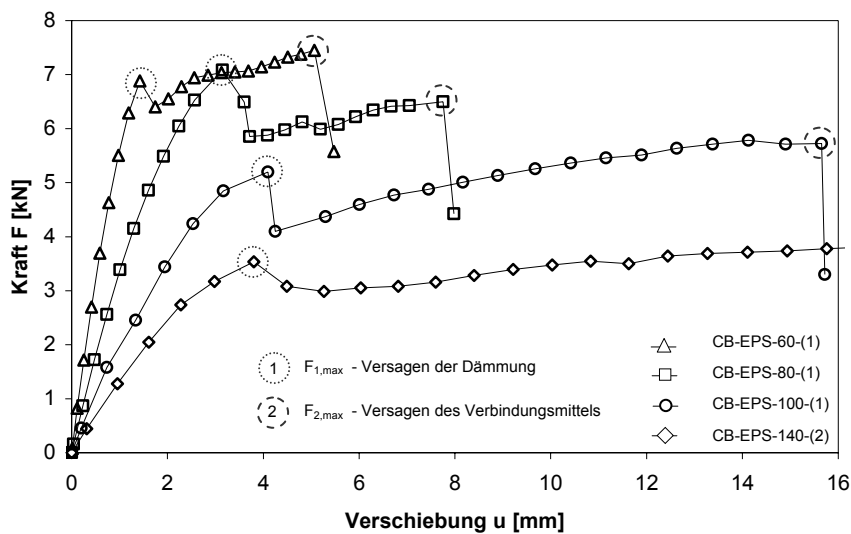


Abbildung 50: Ausgewählte Last-Verformungskurven der Versuche mit EPS Wärmedämmung

Als Grundlage für die Erarbeitung eines mechanischen Modells zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens werden die Beobachtungen in den beiden Abschnitten sowie an den Lastmaxima im Folgenden genauer beschrieben und Schlussfolgerungen gezogen.

Abschnitt 1 $u(F=0) < u < u(F=F_{1,max})$

In Abschnitt 1 erfolgt die Kraftübertragung zwischen den Betonschichten über die vollflächig am Beton haftende Wärmedämmung sowie über die GFK-Verbindungsmittel. Mit zunehmender Verschiebung u wird eine deutliche Schubverformung der Dämmschicht sichtbar, wie in Abbildung 53-a gezeigt. Im Last-

Verformungs-Diagramm (Abbildung 50) zeigt sich für die Verbundfugen ein näherungsweise lineares Verhalten. Dabei resultiert der Anstieg der Graphen aus der Summe der Steifigkeiten des Verbindungsmittels und der Wärmedämmung. Durch den Vergleich der Ergebnisse miteinander wird deutlich, dass der Anstieg der Graphen mit abnehmender Fugendicke d_D überproportional zunimmt (siehe auch Abbildung 18). Das ist zum einen auf die ansteigende Steifigkeit des Verbindungsmittels bei geringerer Stützweite zurückzuführen. Zum anderen nimmt auch der Schubmodul G_D der Wärmedämmung mit abnehmender Dämmschichtdicke d_D zu.

Lastmaximum 1 $u(F=F_{1,max})$

Der Lastabfall an der Stelle $u(F=F_{1,max})$ ist auf ein Materialversagen des Dämmstoffes zurückzuführen. Der Verbund zwischen Beton und Dämmstoff weist an keiner Stelle Störungen auf. Ebenso sind keine Schädigungen am Verbindungsmittel wahrzunehmen. Mit dem Erreichen der Last $F_{1,max}$ stellen sich über die gesamte Dicke der Fuge diagonale Risse unter einem Winkel von ca. 45° ein (Abbildung 53-b). Über die Fugenhöhe weisen sie Abstände zwischen 1,0...2,0mal der Fugendicke d_D auf. Wie in Abbildung 51 schematisch dargestellt, untergliedert sich die Dämmung nun in einzelne, trapezförmige und in der Fugenhöhe übereinander liegende Dämmstoffschichten. Das beschriebene Rissbild ist charakteristisch für ein Schubversagen und ist auf das Überschreiten der Scherfestigkeit τ_D des Dämmstoffes zurückzuführen.

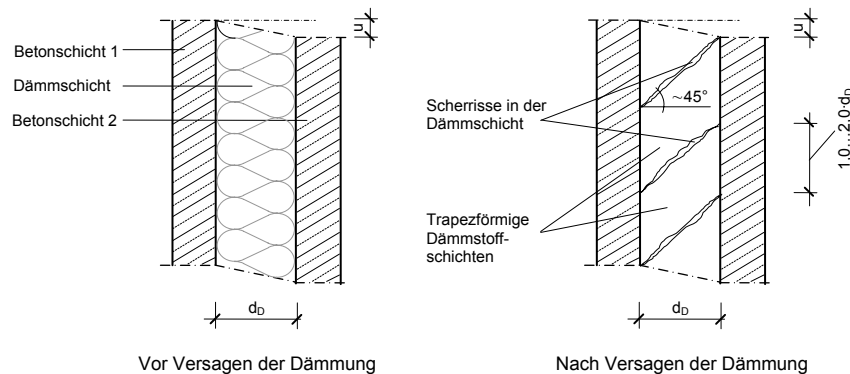


Abbildung 51: Schematische Darstellung des Versagensbildes des EPS-Dämmstoffes

Ein Zusammenhang zwischen den erreichten Maximallasten $F_{1,max}$ beim Versagen der Dämmung und der Dämmschichtdicke d_D kann nicht festgestellt werden. So tritt der Bruch in den Versuchen mit $d_D = 60$ mm und 80 mm auf nahezu gleichem Niveau bei rund 7 kN auf, wobei die Bruchverschiebungen mit zunehmender Dämmstoffdicke zunehmen ($u_{D,60,u} < u_{D,80,u}$). Eine andere Tendenz zeigt sich für die Versuchserien mit den Fugendicken von 100 mm und 140 mm. Bei deutlich abweichenden Lasten von ~5 kN und ~3,5 kN erfolgt das Versagen der Dämmung bei gleicher Bruchverschiebung von rund 4 mm.

Mit hoher Wahrscheinlichkeit ist dies auf die unterschiedlichen, mechanischen Eigenschaften der verwendeten Dämmmaterialien zurückzuführen. So stammen die

in den Versuchen verwendeten EPS-Platten mit unterschiedlicher Dicke produktionsbedingt aus unterschiedlichen Chargen. Eine genaue Betrachtung der Bruchbilder des Dämmstoffes in Abbildung 53c gibt Aufschluss über das Auftreten unterschiedlicher Versagensmodi in der Zellstruktur. Bei Versuchen mit Dämmstoffdicken von $d_D = 60$ mm und 80 mm versagt der Haftverbund zwischen den Styroporkugeln. Dagegen weisen die Versuchsserien mit $d_D = 100$ mm und 140 mm überwiegend Brüche der Styroporkugeln selbst auf. Ohne detailliertes Wissen über das Bruchverhalten von EPS-Dämmstoffen scheint ein quantitativer Vergleich der Kräfte $F_{1,max}$ nicht sinnvoll. So weist *Stamm 1974* darauf hin, dass die Werkstoffkenngrößen von Schaumstoffen abhängig von der Zellstruktur des Schaums, der Rohdichte, der Schäumethode und der Geometrie (d.h. Dämmstoffdicke) und für jeden Fall experimentell neu zu ermitteln sind. Folgerichtig werden die Werkstoffkonstanten Schub- und Elastizitätsmoduln sowie die Scherfestigkeit der verwendeten EPS-Hartschaumplatten jeder Versuchsreihe ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 17 aufgelistet.

Tabelle 17: Experimentell ermittelte Materialeigenschaften der verwendeten EPS-Dämmstoffe

Versuchsserie	Schubmodul $G_D^{(1)}$	Scherfestigkeit $\tau_{D,u}^{(1)}$	Elastizitätsmodul $E_D^{(2)}$
	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
UVP 60	4,15	0,080	7,0
UVP 80	2,35	0,077	4,4
UVP 100	2,20	0,061	4,0
UVP 140	2,20	0,050	4,4
SK 60	3,27	0,080	6,0
SK 80	3,32	0,071	6,0
SK 100	2,50	0,065	4,0
SK 140	1,87	0,045	3,4

¹⁾ nach DIN EN 12090:1997
²⁾ nach DIN EN 826:1996

Abschnitt 2 $u(F=F_{1,max}) < u < u(F=F_{2,max})$

Der Beginn des zweiten Abschnittes der Last-Verformungskurven tritt mit einem Abfall der Kraft auf rund 77% von $F_{1,max}$ bei den Versuchsserien SK ($A_D = 1381\text{cm}^2$) und auf rund 83% von $F_{1,max}$ bei den Versuchsserien UVP ($A_D = 585\text{cm}^2$) ein. Das verringerte Lastniveau ist auf den Steifigkeitsabfall beim Bruch der Dämmung und auf Spannungsumlagerungen beim Auftreten der Risse im Dämmstoff (Abbildung 53b) zurückzuführen. Die Kraftübertragung in der Fuge erfolgt über das GFK-Verbindungsmittel und über die trapezförmigen Dämmstoffschichten. Mit zunehmender Verformung u ist ein Abscheren der Wärmedämmung parallel zu den Betonschichten zu beobachten.

Zwei Kurven von Versuchen mit gleicher Fugendicke $d_D = 100$ mm aber unterschiedlicher Dämmstofffläche A_D sind in Abbildung 52 zur Veranschaulichung des prinzipiellen Kurvenverlaufes im Abschnitt 2 aufgetragen. Zudem werden sie dem Verlauf der Last-Verformungskurve des Verbindungsmittels – ohne Dämmung – gegenübergestellt.

Folgende Feststellungen können für den Abschnitt 2 getroffen werden:

- Das Lastniveau der Last-Verformungskurve ist abhängig von der Dämmstofffläche A_D . Mit ansteigender Fläche A_D verbleibt die Kurve auf einem höheren Lastniveau.
- Der Kurvenanstieg ist unabhängig von der Dämmstofffläche A_D und entspricht in etwa dem Anstieg der Last-Verformungskurve des Verbindungsmittels.

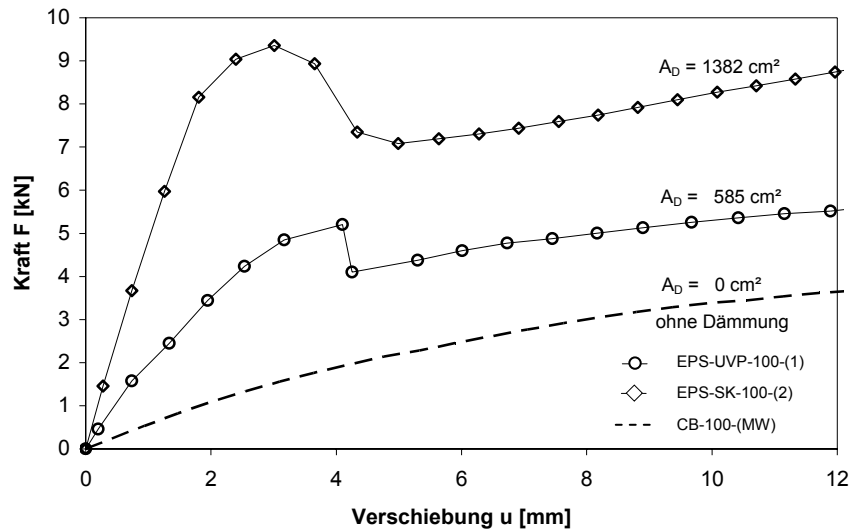


Abbildung 52: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven von Versuchen mit Verbindungsmittel und mit Verbindungsmittel + Dämmung

Zieht man im Gedankenmodell die Verbindungsmitteltragwirkung ($A_D = 0 \text{ cm}^2$) von den Versuchskurven mit Verbindungsmittel und Dämmung ($A_D > 0 \text{ cm}^2$) ab, so verbleibt ein konstanter Traganteil des Dämmstoffes.

Lastmaximum 2 $u(F=F_{2,\max})$

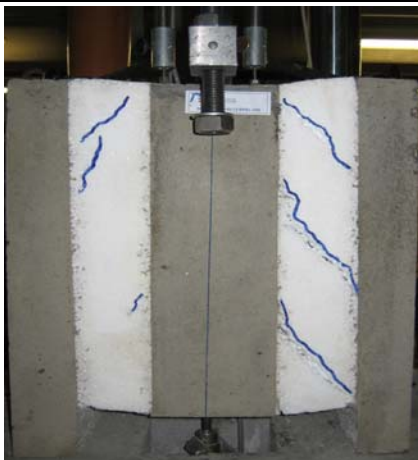
Mit dem Erreichen der Kraft $F_{2,\max}$ versagt das GFK-Verbindungsmittel, wie unter Abschnitt 3.3.4.1 beschrieben. Dieser Punkt in der Last-Verformungskurve wird als Versagen der kombinierten Verbundfuge definiert.

Für die untersuchten Versuchsparameter kann festgehalten werden, dass sich das Kraftmaximum $F_{2,\max}$ in der Höhe des ersten Kraftmaximums $F_{1,\max}$ einstellt. Aus den Versuchsergebnissen nach Tabelle 18 kann das Verhältnis beider Werte zueinander mit $F_{2,\max}/F_{1,\max} = 0,92 \dots 1,23$ angegeben werden.

a) Versuchskörper ($d_D = 80 \text{ mm}$) vor und während des Versuchs



b) Rissbilder in der Wärmedämmung bei $d_D = 100 \text{ (li.)} / d_D = 80 \text{ mm (re.)}$



c) Bruch in den Styroporkugeln / Versagen des Haftverbundes der Kugeln



Abbildung 53: Fotodokumentation der Versuche mit EPS-Wärmedämmung

Die aus den Versuchen ermittelten Ergebnisse der Maximallasten sind in Tabelle 18 und die Verschiebungsmoduln in Tabelle 19 zusammengefasst.

Tabelle 18: Maximallasten der Scherversuche mit EPS-Dämmung

R.	d _D	F_{1,max,(1...3)}			F_{1,m}	F_{2,max,(1...3)}			F_{2,max}
	[mm]	[kN]			[kN]	[mm]			[mm]
Versuch		1	2	3		1	2	3	
EPS-UVP-60	60	6,9	7,0	6,8	6,9	7,5	7,3	7,0	7,2
EPS-UVP-80	80	7,1	7,2	7,3	7,2	6,5	6,7	6,8	6,6
EPS-UVP-100	100	5,2	5,6	5,2	5,3	5,7	5,8	5,8	5,8
EPS-UVP-140	140	4,0	3,5	3,9	3,8	4,5	3,8	4,8	4,4
EPS-SK-60	60	13,5	13,9	-	13,7	10,5	11,0	-	10,8¹⁾
EPS-SK-80	80	11,3	11,2	-	11,3	9,7	10,2	-	10,0
EPS-SK-100	100	9,4	10,3	-	9,9	9,1	9,9	-	9,5
EPS-SK-140	140	7,2	7,1	-	7,2	6,6	6,8	-	6,7

¹⁾ Mit Erreichen von F_{1,max} nimmt die Last bis zum Ankerversagen bei F_{2,max} ab. F_{2,max} ist kein lokales Maximum.

Tabelle 19: Verschiebungsmoduln der Scherversuche mit EPS-Wärmedämmung

R.	d _D	C_{1,max,(1...3)}			C_{1,m}	C_{2,max,(1...3)}			C_{2,max}
	[mm]	[N/mm]			[N/mm]	[N/mm]			[N/mm]
Versuch		1	2	3		1	2	3	
EPS-UVP-60	60	6771	6805	6400	6659	242	335	544	374
EPS-UVP-80	80	3632	3114	2683	3143	160	272	200	211
EPS-UVP-100	100	1834	2091	2239	2055	131	113	138	127
EPS-UVP-140	140	1278	1270	1247	1265	75	73	92	80
EPS-SK-60	60	9910	9168	-	9539	neg.	neg.	-	-
EPS-SK-80	80	7370	7075	-	7222	247	313	-	280
EPS-SK-100	100	4753	5455	-	5104	231	197	-	214
EPS-SK-140	140	2065	2251	-	2185	75	75	-	75

Versuche mit extrudiertem Polystyrol (XPS)

Das prinzipielle Tragverhalten der Verbundfuge in den Versuchen mit XPS-Dämmung wird anhand der ausgewählten Graphen in Abbildung 54 erläutert. Die entsprechende Fotodokumentation enthält Abbildung 55. Mit Versuchsbeginn steigt die Last-Verformungskurve sehr steil und linear an. Die Übertragung der Last F über die Fuge erfolgt maßgeblich über die Schubtragwirkung der Dämmung und die Tragwirkung des Verbindungsmittels. Nach einem Lastabfall, welcher auf eine plötzliche Verschiebung der Wärmedämmung infolge des Versagens des Haftverbundes zum Beton zurückzuführen ist, folgt ein Bereich mit wiederkehrenden Laststeigerungen und -abfällen. Dieses Verhalten resultiert aus dem einseitigen Abrutschen der Dämmung und einer leichten Verkeilung des mittleren Betonblockes im Probekörper und endet mit dem Ablösen der zweiten Dämmschicht. Dabei nimmt die Kraft über den Weg in der Tendenz zu. Anschließend geht der Kurvenverlauf in einen annähernd linear ansteigenden Ast über, welcher bis zum Bruch des GFK-Verbindungsmittels anhält.

Somit kann auch bei XPS-Dämmstoffen das Auftreten zweier charakteristischer Abschnitte mit den Maximallasten $F_{1,max}$ und $F_{2,max}$ festgehalten werden.

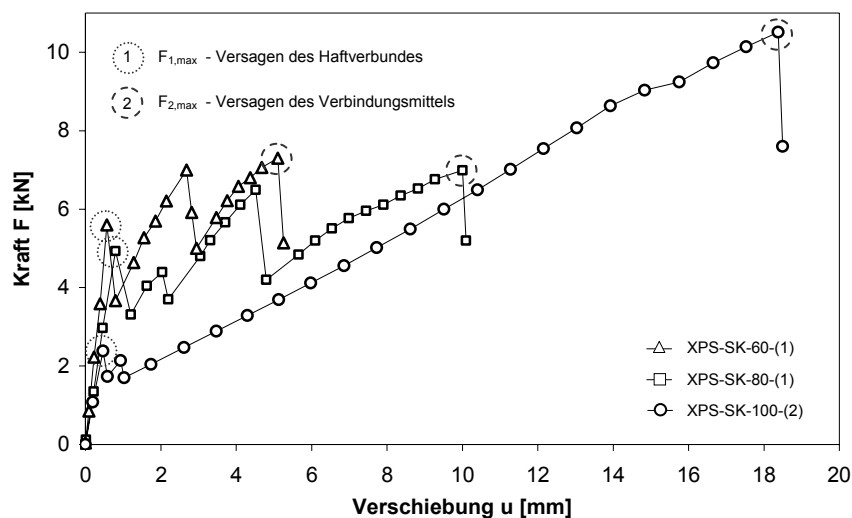


Abbildung 54: Ausgewählte Last-Verformungskurven mit XPS-Wärmedämmung

Das Versagen des Haftverbundes ist auf das Überschreiten der Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ zwischen Wärmedämmung und Beton zurückzuführen. Somit ist das Ablösen der Wärmedämmung ausschließlich abhängig von der Kraft F und tritt bei allen Versuchen auf nahezu gleichem Lastniveau auf. Lediglich der Traganteil des Ankers lässt die Versagenslast $F_{1,max}$ über die Fugendicke d_D variieren. Die auffällig abweichende, geringe Versagenslast des Versuches CB-XPS-100 ist auf eine Vorschädigung des Haftverbundes zurückzuführen.

Tabelle 20: Maximallasten der Scherversuche mit XPS-Dämmung

Ver- such	d_D	$F_{1,max}$			$F_{1,m}$	$F_{2,max}$			$F_{2,m}$
	[mm]	[kN]			[kN]	[mm]			[mm]
XPS-1	60	3,6	5,6	5,0	4,7	6,6	7,3	7,5	7,2
XPS-2	80	5,1	4,9	4,6	4,9	7,9	7,0	6,7	7,2
XPS-3	100	1,8	2,4	2,2	2,1	7,9	11,1	7,1	8,7

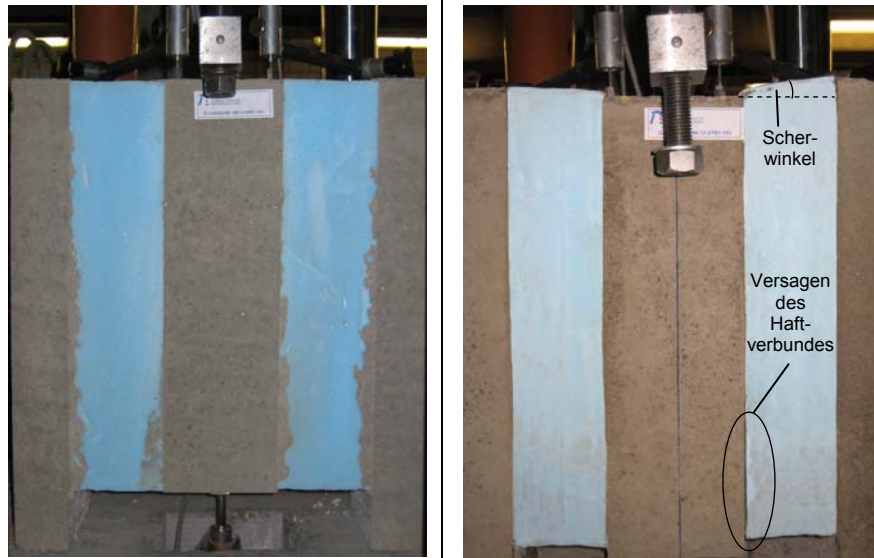
Tabelle 21: Verschiebungsmoduln der Scherversuche mit XPS-Wärmedämmung

Ver- such	d_D	$C_{1,max}$			$C_{1,m}$	$C_{2,max}$			$C_{2,m}$
	[mm]	[N/mm]			[N/mm]	[N/mm]			[N/mm]
XPS-1	60	8784	9126	8791	8900	816	932	784	844
XPS-2	80	6986	6162	6755	6635	687	460	573	570
XPS-3	100	4665	5064	1557 ⁽¹⁾	4865	466	422	382 ⁽¹⁾	423

¹⁾ Vorschädigung der Dämmung - bei der Mittelwertbildung nicht berücksichtigt

Infolge des hohen Schubmoduls des Dämmstoffes XPS steigt die Kraft sehr schnell an, so dass der Haftverbund bei allen Versuchen bereits bei Verschiebungen unter 1 mm versagt. Der Lastabfall nach Erreichen des ersten lokalen Maximums variiert stark und fällt ohne eindeutige Tendenz auf Werte zwischen $0,39 \dots 0,80 \cdot F_{1,max}$ ab.

a) Probekörper unbelastet (links) und belastet (rechts)



b) Verschiebung zwischen Dämmung und Beton nach gelösten Haftverbund



Abbildung 55: Fotodokumentation der Versuche mit XPS-Wärmedämmung

Der folgende lineare Anstieg der Versuchskurven nach Versagen des Haftverbundes ist maßgeblich auf die Ankertragwirkung zurückzuführen. Trotzdem verbleibt ein Lastanteil, welcher über Gleitreibung zum Beton in die Wärmedämmung eingeleitet und über die Fuge übertragen wird. Der Kurvenanstieg im Nachbruchverhalten der Dämmung kann nach Tabelle 21 mit $C_2 \approx C_1 / 11$ angegeben werden. Die Versagenslasten der Verbindungsmittels $F_{2,max}$ überschreiten für die gewählten Versuchsparameter das lokale Lastmaximum $F_{1,max}$ in jedem Fall. Auf Grundlage

einer mittleren Versagenslast von $F_{1,max,m} = 4,8 \text{ kN}$ ergibt sich ein Verhältnis von $F_{2,max}/F_{1,max} = 1,30 \dots 1,50$ entsprechend den Versuchsergebnissen in Tabelle 20.

Tabelle 22: Experimentell ermittelte Materialeigenschaften der verwendeten XPS-Dämmstoffe

Versuchsserie	Schubmodul $G_D^{(1)}$ [N/mm ²]	Elastizitätsmodul $E_D^{(2)}$ [N/mm ²]
UVP 60	7,1	18,3
UVP 80	7,0	14,4
UVP/SK 100	7,1	16,0

¹⁾ nach DIN EN 12090:1997
²⁾ nach DIN EN 826: 1996

Zusammenfassung und Diskussion der Versuche mit Dämmstoff und GFK-Verbindungsmitteln

Im Folgenden werden die Erkenntnisse aus den Versuchen mit Dämmstoffen und GFK-Verbindungsmitel zusammengefasst. Zur Verdeutlichung sind in Abbildung 56 ausgewählte Versuche mit XPS- und EPS-Dämmung dem Tragverhalten des Ankers gegenübergestellt. Dabei handelt es sich um Versuche mit einer Fugendicke von 100 mm.

Allgemein kann das Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge für den Umfang der untersuchten Material- und Geometrieparameter in zwei Abschnitte unterteilt werden.

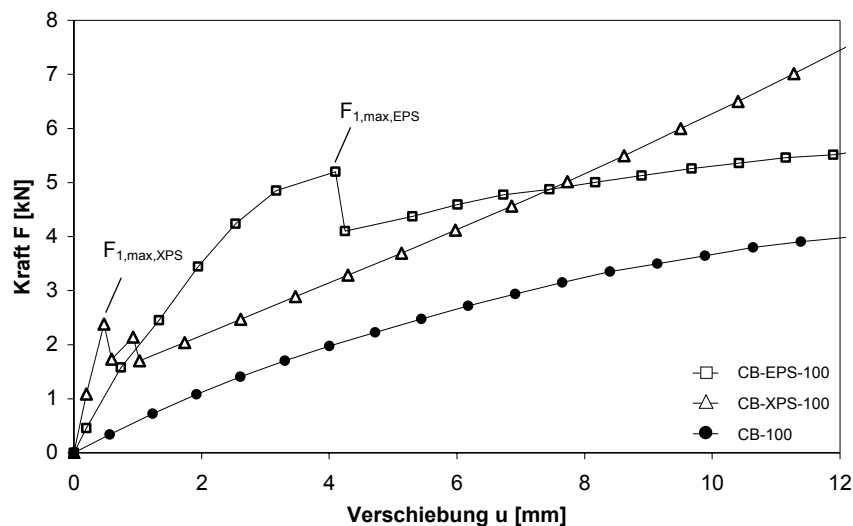


Abbildung 56: Gegenüberstellung ausgewählter Scherversuche der Reihen XPS und EPS sowie ohne Dämmung bei einer Fugendicke von 100 mm

Der erste Bereich erstreckt sich vom Belastungsbeginn bis zu einem ersten lokalen Lastmaximum $F_{1,max}$. Anker und Wärmedämmung weisen keine Schädigungen auf.

Beide Fugenelemente beteiligen sich an der Übertragung der Verbundfugenkraft entsprechend dem Verhältnis ihrer Verschiebungsmoduln.

Mit Erreichen der Last $F_{1,max}$ tritt unter weggesteuerter Zunahme der Verformung u ein Abfall der Last auf, welcher auf

- das Überschreiten der Scherfestigkeit des Dämmstoffes $\tau_{D,s}$ oder
- die Überschreitung der Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ zwischen Dämmung und Beton

zurückzuführen ist. Eine Zuordnung der Versagensmodi zu einem Dämmstofftyp (EPS/XPS) erscheint nicht sinnvoll. Über die hier untersuchten Dämmstoffe mit glatter Oberfläche hinaus werden Dämmstoffe mit Oberflächenprofilierung bei der Herstellung von mehrschichtigen Wandtafeln eingesetzt. Diese Profilierung hat die Prägung eine Waffelstruktur und ist für einen optimierten Verbund zwischen Dämmung und Beton ausgelegt, so dass ein Versagen des Haftverbundes bei XPS-Dämmstoffen nicht in jedem Fall vorausgesetzt werden kann. Ebenso ist es vorstellbar, dass bei einem EPS-Dämmstoff mit großer Rohdichte und dementsprechend ansteigender Scherfestigkeit die Haftscherfestigkeit maßgebend ist.

Das Last-Verformungsverhalten zwischen den Lastmaxima $F_{1,max}$ und $F_{2,max}$ ist abhängig vom Versagensmodus. Für die Überschreitung der Scherfestigkeit τ_D des Dämmmaterials verbleibt die Last-Verformungskurve auf relativ konstantem Lastniveau. Die Tragfähigkeit der Dämmung nimmt mit zunehmender Verformung u durch weitere Schädigung ab. Die Kurve CB-EPS-100 nähert sich der Kurve des Ankertragverhaltens (Abbildung 56) und endet mit dem Verbindungsmittelversagen.

Bei Versagen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton ist ein plötzliches Abfallen der Last-Verformungskurve zu beobachten. Theoretisch kann dieser Lastabfall das Niveau der Kurve des Ankers erreichen. Anschließend steigt die Last F linear unter Zunahme der Verformung u bis zum Versagen des Verbindungsmittels an. Die Lastaufnahme in der Kurve CB-XPS-100 erfolgt dabei mit größerer Steigung als die Versuchskurve des Verbindungsmittels (CB-100), was auf eine zusätzliche, gemeinsame Tragwirkung von Ankers und Dämmung schließen lässt. Diese Verbundtragwirkung deckt sich mit den Erkenntnissen von *Gastmeyer 1995* und ist in Abschnitt 3.2.4 dieser Arbeit beschrieben.

Mit dem Erreichen der Kraft $F_{2,max}$ ist in den Versuchen das Versagen des GFK-Verbindungsmittel zu beobachten, wobei in fast allen Fällen $F_{2,max} \geq F_{1,max}$ ist. Dieses Verhalten ist nicht als allgemeingültig anzusehen. Das Verhältnis beider Lasten ist abhängig von den Verhältnissen der Schubsteifigkeit und der Verformungsfähigkeit von Dämmstoff und Verbindungsmittel. So kann auch $F_{1,max} \gg F_{2,max}$ gelten, wenn eine Dämmung mit großem Schubmodul und hoher Schub- und Haftscherfestigkeit vorliegt. Denkbar ist auch der Fall eines GFK-Verbindungsmittels mit großer Steifigkeit aber geringer Verformungsfähigkeit, welches bei der Last $F_{1,max}$ versagt und an der Stelle $u(F_{1,max})$ die Maximalkraft in der Fuge hervorruft.

3.4 Modellbildung und Auswertung der Versuche

3.4.1 Modellbildung für das GFK-Verbindungsmittel

3.4.1.1 Allgemeines

Um das Zusammenwirken von GFK-Anker und Wärmedämmung zu beschreiben, muss das Last-Verformungsverhalten auf Basis vergleichbarer Größen ausgewertet werden. Für das weitere Vorgehen werden die Kraft- und Verformungsgrößen des Verbindungsmittels in die der Sandwichtheorie zu Grunde gelegten äquivalenten Größen (Stamm 1974) umgerechnet. Die Kraft F wird als auf die Querschnittsfläche des GFK-Ankers bezogene Schubspannung τ_A angegeben:

$$\tau_A = \frac{F}{A_A} . \quad (3.29)$$

Der Verschiebungsmodul C_A wird durch den Schubmodul G_A entsprechend Gleichung (3.4) ausgedrückt:

$$G_A = C_A \cdot \frac{d_D}{A_A} . \quad (3.30)$$

Die in den Versuchen ermittelte Größe der Verschiebung u wird über die Gleitung γ beschrieben:

$$\gamma = \frac{u}{d_D} . \quad (3.31)$$

Für die Auswertung und Modellbildung werden zwei Vorgehensweisen gewählt. Zur exakten Beschreibung des nichtlinearen Last-Verformungsverhaltens bis zum Verbindungsmittelversagen wird ein empirisches, mechanisches Modell vorgeschlagen.

In einem zweiten Schritt erfolgt eine Beschreibung über einen linear-elastischen Modellansatz. Mittels der in Abschnitt 3.2.3 vorgestellten analytischen, mechanischen Modelle findet eine Versuchsnachrechnung sowie die Überprüfung ihrer Anwendbarkeit statt. Hierbei wird das Ziel verfolgt eine vereinfachte Formulierung für Berechnungen und Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit anzugeben.

3.4.1.2 Empirisches, nichtlineares Modell zum Lastverformungsverhalten

Durch numerische Approximation der Versuchsergebnisse kann ein funktionaler Zusammenhang in Abhängigkeit von Bruchschubspannung und -gleitung angegeben werden.

$$\tau_A(\gamma) = n_A \cdot \tau_{A,u} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\gamma_A}{\gamma_{A,u}} \right)^k \right] \quad (3.32)$$

Dabei sind

n_A	-	Anzahl der GFK-Anker
k	-	Exponent der Kurvenkrümmung
$\tau_{A,u}$	-	Schubspannung im Verbindungsmittel
$\gamma_{A,u}$	-	Gleitung bei Verbindungsmittelversagen

Eine Beschreibung unter Berücksichtigung der Verbindungsmittelsteifigkeit kann über das Ersetzen des Bruchschubwinkels $\gamma_{A,u}$ durch den Ursprungsverschiebungsmodul $G_{A,0}$ erfolgen. Durch Differentiation der Funktion $\tau_A(\gamma)' = G(\gamma)$ und der Bestimmung des Schubmodul im Ursprung mit $G(\gamma=0)$ ergibt sich der Zusammenhang

$$\gamma_{A,u} = \frac{\tau_{A,u} \cdot k}{G_{A,0}}, \quad (3.33)$$

welcher eingesetzt in Gleichung (3.32) die Gleichung (3.34) ergibt (Abbildung 57).

Nichtlineare, empirische Schubspannungs-Gleitungsbeziehung	
$\tau_A(\gamma_A) = \tau_{A,u} \cdot n_A \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{G_{A,0}}{k \cdot \tau_{A,u}} \cdot \gamma_A \right)^k \right) \quad (\text{für } \tau_A(\gamma_A) \leq \tau_{A,u})$	
$\tau_A(\gamma_A) = 0 \quad (\text{für } \tau_A(\gamma_A) > \tau_{A,u}) \quad (3.34)$	
$G_{A,0}$ Ursprungsschubmodul $\tau_{A,u}$ Schubfestigkeit k Exponent der Kurvenkrümmung	

Abbildung 57: Empirische, nichtlineare Formulierung des Last-Verformungsverhaltens für ein beidseitig einbetoniertes GFK-Verbindungsmittel

Die Größen $G_{A,0}$ und $\tau_{A,u}$ sind in Abbildung 57 beschrieben und für jede Dämmschichtdicke experimentell zu ermitteln. Der Exponent k_A kann durch eine Ausgleichsrechnung mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate für jedes GFK-Verbindungsmittel bestimmt werden. Es zeigt sich, dass er unabhängig von der Fugendicke d_D ist, aber für jeden GFK-Verbindungsmitteltyp einen unterschiedlichen Wert annehmen kann. Die Zusammenfassung der Kenngrößen zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens kann in einem für das Verbindungsmittel *charakteristischen Diagramm* erfolgen. Für die Versuchsergebnisse aus Abschnitt 3.3.4 sind solche Diagramme in Abbildung 58 aufgestellt. Über die Fugendicke d_D können der Ursprungsmodul $G_{A,0}$ und die Schubfestigkeit $\tau_{A,u}$ abgelesen werden. Ebenso ist der Wert k_A vermerkt. Zwischenwerte können linear interpoliert und anschließend in Gleichung (3.34) eingesetzt werden.

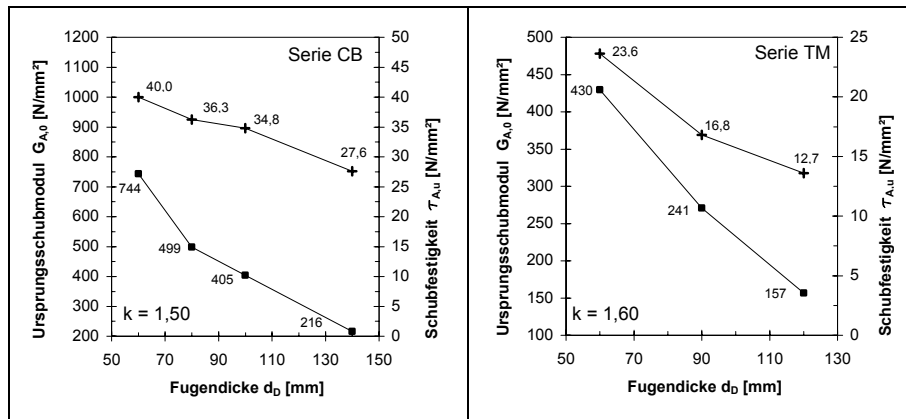


Abbildung 58: Charakteristische Diagramme für die GFK-Verbindungsmittel der Serie CB (links) und TM (rechts)

3.4.1.3 Linear-elastisches, analytisches Modell zum Last-Verformungsverhalten

Die in Abschnitt 3.2.3 vorgestellten Berechnungsmodelle zum Last-Verformungsverhalten des beidseitig eingespannten GFK-Verbindungsmittels weisen ausnahmslos einen linearen Zusammenhang zwischen der Last F und der Verformung u auf. Beide Größen sind über den Proportionalitätsfaktor (=Anfangsverschiebungsmodul) $C_{A,A}$ verknüpft:

$$F(u) = C_{A,A} \cdot u \quad (3.35)$$

Für einen qualitativen Vergleich der Modelle zeigt Abbildung 59 die prozentuale Abweichung zwischen den nach den Modellen in Abschnitt 3.2.3 berechneten Anfangsverschiebungsmodulen $C_{A,A}$ und den Versuchsergebnissen der Versuchserien CB und TM in Abschnitt 3.3.4, Abbildung 43. Der Nachrechnung liegen die Geometrie- und Materialkennwerte der GFK-Verbindungsmittel nach Tabelle 4 zu Grunde.

Das Referenzmodell (1) des beidseitig eingespannten Stabes überschätzt die Anfangsverschiebungsmodul $C_{A,A}$ mit dem 1,8 - 2,9fachen Wert deutlich. Auffallend ist ein stark zunehmender Unterschied zwischen Versuch und Nachrechnung mit abnehmender Fugendicke d_D .

Die Berücksichtigung der Schubtragwirkung des GFK-Stabes (2) am Modell des *Timoshenko*-Balkens zeigt eine geringfügige Verbesserung der Versuchsnachrechnung. Die Serie TM weist eine konstante, ~1,7fache Überschätzung der Steifigkeit $C_{A,A}$ auf. Für Fugendicken $d_D = 100, 140$ mm der Serie CB ist dieser Wert ebenfalls konstant mit 1,8 anzugeben, nimmt aber für die Versuche CB-60 (2,3fach) und CB-80 (2,1fach) deutlich zu.

Das Modell nach *Porter* (5) berücksichtigt zusätzlich die Verformungen aus der elastischen Einspannung des Stabes im Beton. Mit einer Abweichung von -5% bis

11% über alle Versuche beschreibt das Modell den Verschiebungsmodul $C_{A,A}$ in akzeptablen Grenzen.

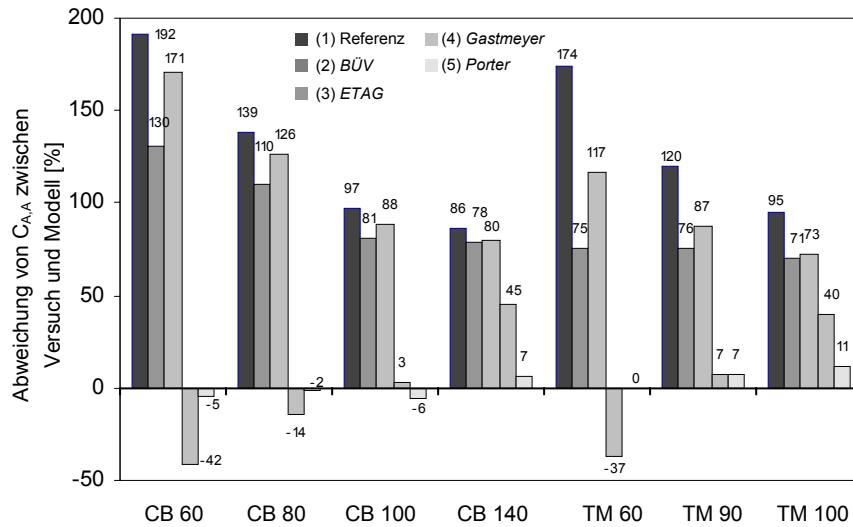


Abbildung 59: Prozentuale Abweichung des Anfangsverschiebungsmoduls $C_{A,A}$ zwischen Versuch und Nachrechnung mit den Modellen (1) bis (5)

Die Modelle (3) und (4), welche die Schubtragwirkung und die Einspannung im Beton durch eine ideell vergrößerte Stützweite berücksichtigen, erscheinen für eine genaue Berechnung der Verbindungsmittelsteifigkeit nur bedingt geeignet.

Mit der Empfehlung einer konstanten Stützweitenverlängerung nach *ETAG* (3) um den Summanden $0,5 \cdot d_A$ (bzw. $0,5 \cdot h_A$) ergibt sich eine gleichmäßige Abweichung vom Versuchswert über alle Versuche. Die mittlere Abweichung ist mit 55% sehr groß. Zwar ließen sich die Versuchsergebnisse durch Variation des Summanden gut nähern, jedoch kann kein Wert angegeben werden, welcher für beide untersuchten Verbindungsmittel gleichermaßen gilt.

Gastmeyer (4) berechnet einen von der Einbindetiefe t_E des Verbindungsmittels und der Fugendicke d_D abhängigen Summanden x_E nach Gleichung (3.9). So ergibt sich bei abnehmender Fugendicke d_D ein Anwachsen der ideellen Stützweite, was dem Tragverhalten grundsätzlich entspricht. Dennoch sind sinnvolle Ergebnisse nur zu erwarten, wenn sich die Einbindetiefe t_E im Wirkungsbereich der Einspannung des Verbindungsmittels befindet. Experimentelle Untersuchungen von *Hanz 2008* zeigen, dass bereits bei Einbindetiefen zwischen $t_E = 40$ und $t_E = 200$ mm keine Unterschiede im Last-Verformungsverhalten bei Versuchen an einseitig einbetonierten GFK-Stäben zu beobachten sind. Eine rechnerische Auswertung des Summanden x_E für diesen Bereich ergibt nahezu eine Verdopplung der Stützweite!

So sind die Ergebnisse der Nachrechnung in Abbildung 59 stark von den Annahmen für die Einbindetiefe t_E abhängig. Im vorliegenden Fall ergeben sie sich aus der Probekörpergeometrie (siehe Abbildung 40). Es ist zu sehen, dass die

Verbindungsmittelsteifigkeit für geringe Fugendicken unterschätzt und für große Fugendicken in gleichem Maße überschätzt wird.

Zusammenfassend leistet nur das Modell *nach Porter* (5) eine hinreichend genaue Bestimmung des Verschiebungsmoduls C_A . Um den Einfluss der einzelnen Verformungsanteile u_i auf die Gesamtverformung u_{ges} einschätzen zu können, sind diese als bezogene Verschiebung über die Fugendicke d_D für beide Verbindungsmitteltypen in Abbildung 60 aufgetragen.

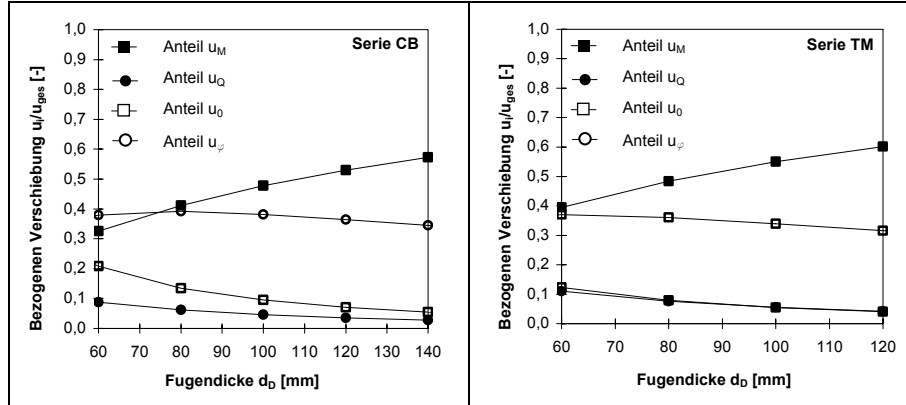


Abbildung 60: Auswertung der Verformungsanteile des Modells (5) nach Porter

Folgende Feststellungen lassen sich für den Bereich der untersuchten Fugendicken und Verbindungsmitteltypen treffen:

- Der Einfluss der Biegetragwirkung u_M beträgt rund 60% und nimmt mit abnehmender Fugendicke d_D deutlich ab.
- Der Anteil der Verdrehungen u_φ im Bereich der Einspannung ist mit 35% - 40% in beiden Fällen annähernd konstant.
- Mit zunehmend geringerer Fugendicke d_D steigen der Anteil der Schubtragwirkung u_Q und Vertikalverschiebung im Bereich der Einspannung u_0 überproportional an. Der Anteil u_Q infolge Schub ist mit maximal ~10% generell gering.

Als Fazit kann festgehalten werden, dass der Einfluss der Verformungsanteile stark über die Fugendicke variiert, so dass weitere Vereinfachungen des Modells nicht sinnvoll erscheinen. Fasst man die einzelnen Traganteile nach Gleichung (3.18) zusammen und bildet das Reziprok, ergibt sich unter Berücksichtigung von Gleichung (3.30) der Schubmoduls $G_{A,A}$, wie in Abbildung 61 angegeben.

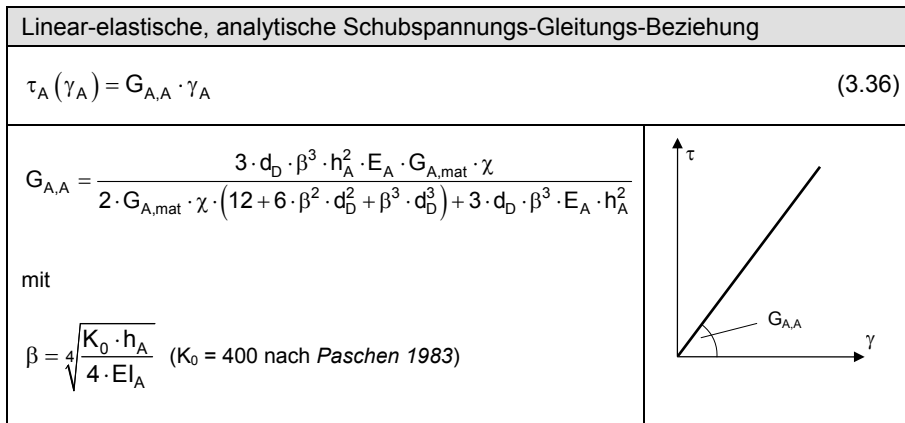


Abbildung 61: Linear-elastische, analytische Formulierung des Last-Verformungsverhaltens für beidseitig einbetonierte GFK-Verbindungsmittel

3.4.1.4 Rechnerische Überprüfung der Versuchsserien CB und TM

Zur Verifikation der Modelle zum Last-Verformungsverhalten sind in Abbildung 62 und Abbildung 63 Versuche und Modellrechnung gegenübergestellt. Das empirische Modell entsprechend Abbildung 57 bildet den Kurvenverlauf bis zum Versagen an der Stelle $\tau_A(\gamma_A) = \tau_{A,u}$ sehr genau ab. Für das Nachbruchverhalten ist ein vollständiges Verbindungsmittelversagen $\tau_A(\gamma_A) = 0$ zu Grunde gelegt. Diese Annahme liegt auf der sicheren Seite und resultiert aus den Erkenntnissen in Abschnitt 3.3.4, welche keine eindeutige Quantifizierung für den Bereich nach dem Verbindungsmittelversagen ermöglicht.

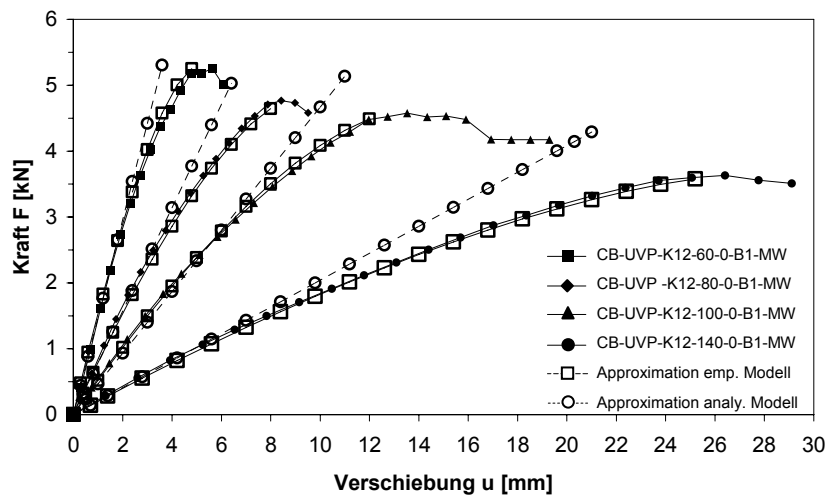


Abbildung 62: Approximation der Versuchsserien CB-UV-P-K12-60...140-B2-MW

Im AC320 wird als Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für GFK-Verbindungsmittel unter Scherbeanspruchung die Schubspannung von $0,25 \cdot \tau_{A,u}$ definiert. Das analytische Modell nach Abbildung 61 beschreibt den Kurvenverlauf in diesem Abschnitt mit hoher Genauigkeit, da alle Versuchskurven einen nahezu linearen Verlauf aufweisen. Bei größeren Verformungen wird die Steifigkeit des Verbindungsmittels zunehmend überschätzt.

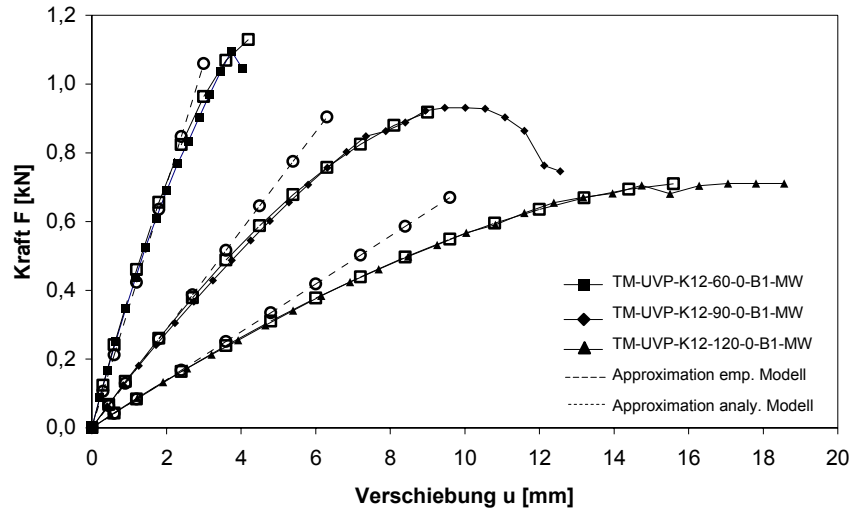


Abbildung 63: Approximation der Versuchsreihen TM-UDP-K12-60...120-B2-MW

Abschließend wird empfohlen, das empirische Modell bei Betrachtungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu Grunde zu legen. Für Betrachtungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist die analytisch geschlossene Lösung hinreichend genau und praktikabler.

3.4.2 Modellbildung für die Verbundfuge

3.4.2.1 Herleitung des Verbundfugengesetzes

Das Verhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung wird als zweiteiliges Fugengesetz abgebildet. Das entspricht den Beobachtungen aus den Versuchen nach Abschnitt 3.3.4.4. Unter der Annahme, dass die Schertragfähigkeit des Verbindungsmittels stets größer als die der Dämmung ist, erfolgt die Unterteilung in

- Abschnitt 1 für Verformungen bis zum Versagen der Dämmung ($0 \leq \gamma \leq \gamma_{D,u}$) und
- Abschnitt 2 für Verformungen nach Versagen der Dämmung bis zum Verbindungsmittelversagen ($\gamma_{D,u} < \gamma \leq \gamma_{A,u}$).

Aus den Versuchsergebnissen geht weiterhin hervor, dass eine phänomenologische Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens der Verbundfuge in Abhängigkeit der Versagensmodi der Dämmung erfolgen muss. Dementsprechend wird eine Fallunterscheidung für den Abschnitt 2 vorgenommen. Es werden

- der Fall A als Überschreitung der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ des Dämmmaterials $\tau_D(\gamma_{D,u}) = \tau_{D,s}$ und
- der Fall B als Überschreitung der Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ zwischen Dämmung und Beton $\tau_D(\gamma_{D,u}) = \tau_{D,h}$

definiert. Das Fugengesetz kann für die dargelegten Abschnitte sowie die Fallunterscheidung wie folgt aufgestellt werden.

Abschnitt 1

Die Verbindungsmittel und die Dämmung sind im mechanischen Sinn als voneinander unabhängige Federn in Parallelschaltung zu betrachten (Abbildung 64).

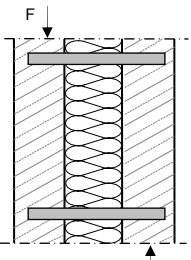
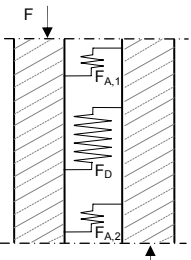
System	Mechanisches Modell	Erläuterung
		<p>F - Scherkraft $F_{A,i}$ - Kraft im Verbindungsmittel i F_D - Kraft in der Dämmung</p> <p>Es gilt: $F = n_A \cdot F_A + F_D$ mit n_A - Anzahl der Verbindungsmittel</p>

Abbildung 64: Modellbildung für das Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Dämmstoff im Abschnitt 1

Die Gesamtkraft in der Fuge setzt sich aus der Summe der Kräfte zusammen, welche über die Verbindungsmittel und über die ungeschädigte, vollflächig haftende Dämmung übertragen werden.

$$F(u) = n_A \cdot F_A(u) + F_D(u) \quad (3.37)$$

Entsprechend der Vorgehensweise bei der Modellbildung für das Verbindungsmittel in Abschnitt 3.4.1, werden die Verformungen u über den Schubwinkel γ nach Gleichung (3.31) und die Kraft F über die Schubspannung τ nach Gleichung (3.29) ausgedrückt. Daraus resultiert eine über die Fugenfläche verschmierte Schubspannung τ_V , welche sich unter der Annahme $A_{\text{Fuge}} \approx A_{\text{Dämmung}}$ mit

$$\tau(\gamma) = \frac{n_A \cdot A_A}{A_D} \tau_A(\gamma) + \tau_D(\gamma) \quad (3.38)$$

ausdrücken lässt. Die Schubspannung des Verbindungsmittels kann entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.4.1 basierend auf empirischen Daten als nichtlineare Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung nach Gleichung (3.34) oder als linear-elastisches Fugengesetz nach Gleichung (3.36) eingesetzt werden. Unter der Annahme linear-elastischen Verhaltens des Dämmstoffes folgt mit

$$\tau_D(\gamma) = G_D \cdot \gamma \quad (3.39)$$

die Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung im Abschnitt 1 zu:

$$\tau(\gamma) = G_D \cdot \gamma + \frac{n_A \cdot A_A}{A_D} \cdot \tau_A(\gamma) \quad (3.40)$$

Abschnitt 2 - Fall A

Entsprechend den Beobachtungen in den Versuchen ist der Schubspannungsabfall auf die Schädigung der Wärmedämmung zurückzuführen. Dabei sind die Überschreitung der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ und das Auftreten von Rissen mit Umlagerungen der Kräfte im Dämmstoff verbunden. Um diesen Effekt quantitativ zu erfassen, werden in einem Stabwerksmodell die Zustände vor und nach dem Versagen einander gegenübergestellt. Abbildung 65-(1) zeigt den idealisierten Verlauf der Kraftkomponenten in der Dämmschicht vor der Schädigung. Wie in *Dorfmueller 1998* beschrieben, stellen sich infolge einer Schubkraft T die Druck- und Zugkomponenten unter einem Winkel von 45° ein und weisen den gleichen Betrag auf.

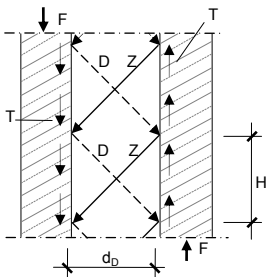
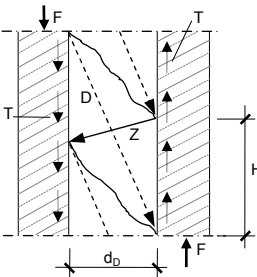
(1) Vor Versagen	(2) Nach Versagen	Erläuterung
		<p> D – Druckstrebe Z – Zugstrebe T – Schubkraft F – Scherkraft H – Höhe eines Dämmstoffabschnittes </p>

Abbildung 65: Prinzipielle Verteilung der Zug- und Druckkomponenten im Dämmstoff vor und nach der Rissbildung

Über die Aufstellung der Last-Verformungsbeziehung für das gezeigte Kräftesystem lässt sich der Schubmodul G bzw. die Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung nach Gleichung (3.39) herleiten. Abbildung 65-(2) stellt den Verlauf der Kraftkomponenten nach der Rissbildung dar. Die Übertragung der Schubkraft T erfolgt nun über die durch Risse abgegrenzt, parallelogrammförmigen Dämmstoffbereiche. Folgende Aussagen lassen sich für das Modell (2) im Vergleich zu dem Modell (1) treffen:

- Die Druckstrebe F_D neigt sich zur vertikalen Achse. Die Vertikalkomponente $F_{D,v}$ nimmt zu.
- Die Zugstrebe F_Z neigt sich zur horizontalen Achse, was eine Verringerung der Vertikalkomponente $F_{Z,v}$ zur Folge hat.
- Die Steigung beider Kraftkomponenten ist abhängig vom Verhältnis H/d_D des Parallelogramms. Nimmt dieses Verhältnis ab, so steigt die Neigung der Druckstrebe F_D an, die der Zugstreben F_Z verringert sich. Die Schubkraft T wird zunehmend über die Druckstrebe abgetragen, da sie sich aus der Summe der Vertikalkomponenten $F_{D,v}$ und $F_{Z,v}$ zusammensetzt.
- Für den Grenzfall $H = d_D$ verläuft die Zugstrebe F_Z horizontal. Sie weist keinen vertikalen Anteil mehr auf, so dass die Schubkraft T vollständig über die Druckstrebe abgetragen wird. Es gilt $F_{D,v} = T$.

Aus den Versuchsergebnissen in Abschnitt 3.3.4.4 geht ein Verhältnis $H/d_D = 1,0 \dots 2,0$ hervor. Schlussfolgernd kann angenommen werden, dass die Schubkraft T hauptsächlich über die vertikale Komponente der Druckstrebe $F_{D,v}$ abgetragen wird.

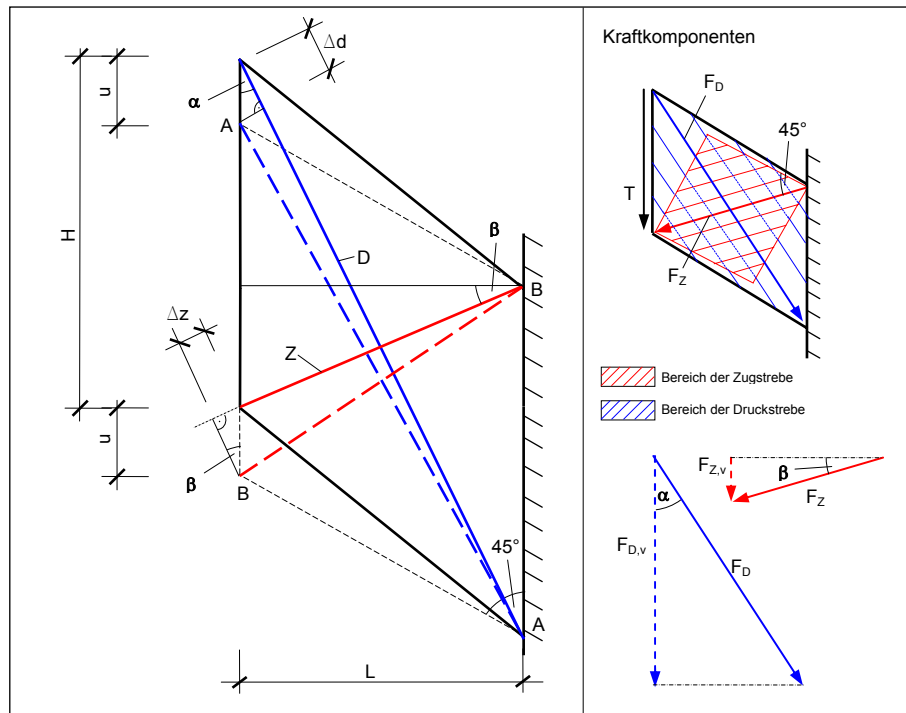


Abbildung 66: Kinematischer Zusammenhang zur Beschreibung der Spannungumlagerungen im Abschnitt 2 - Fall B

Die Herleitung der Schubspannungs-Gleitungsbeziehung für den Dämmstoff nach der Rissbildung wird auf Grundlage der kinematischen Zusammenhänge in Abbildung 66 hergeleitet.

Aus der Verschiebung u resultieren eine Verkürzung Δd der Druckstrebe B-B und eine Verlängerung Δz der Zugstrebe A-A mit:

$$\Delta d = u \cdot \cos(\alpha) \quad \text{und} \quad \Delta z = u \cdot \sin(\beta). \quad (3.41)\text{-a,b}$$

Aus den daraus resultierenden Dehnungen:

$$\varepsilon_D = \frac{\Delta d}{BB} = \frac{\Delta d}{L_D} \quad \text{und} \quad \varepsilon_Z = \frac{\Delta z}{AA} = \frac{\Delta z}{L_Z} \quad (3.42)$$

können über das Elastizitätsgesetz $\sigma = E \cdot \varepsilon = F/A$ und unter Vernachlässigung der Querdehnung schließlich die Kräfte in Druck- und Zugstrebe angegeben werden:

$$F_D = EA_D \cdot \frac{\Delta d}{L_D} \quad \text{und} \quad F_Z = EA_Z \cdot \frac{\Delta z}{L_Z}. \quad (3.43)$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma V=0$ ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Schubkraft T und den Vertikalkomponenten $F_{D,v}$ und $F_{Z,v}$:

$$T = F_{D,v} + F_{Z,v} \quad (3.44)$$

unter Berücksichtigung der Winkelbeziehungen zu:

$$T = F_D \cdot \cos(\alpha) + F_Z \cdot \sin(\beta) \quad (3.45)$$

Setzt man Gleichung (3.41) in Gleichung (3.43) und anschließend in Gleichung (3.45) ein resultiert die Kraft-Verformungsbeziehung:

$$T = \left(\frac{EA_D}{L_D} \cdot \cos^2(\alpha) + \frac{EA_Z}{L_Z} \cdot \sin^2(\beta) \right) \cdot u \quad (3.46)$$

Die Fläche der Zugstrebe wird unter der Annahme einer Lastausbreitung von 45° und der Verbundfugenbreite b_V ermittelt:

$$A_Z = \frac{L_Z \cdot b}{\sqrt{2}} \quad (3.47)$$

Aus dem rissparallelen Druckspannungsverlauf ergibt sich für die Druckstreben eine Fläche von:

$$A_D = \frac{H \cdot b}{\sqrt{2}} \quad (3.48)$$

Die Längen der Kraftvektoren resultieren aus den geometrischen Beziehungen zu:

$$L_D = \sqrt{(H+L)^2 + L^2} \quad \text{und} \quad L_Z = \sqrt{(H-L)^2 + L^2} \quad (3.49)$$

Das Einsetzen der Gleichungen (3.47) bis (3.49) in Gleichung (3.46) ergibt den Ausdruck:

$$T(u) = \left(\frac{(H+L)^2 \cdot H}{(H^2 + 2 \cdot H \cdot L + 2 \cdot L^2)^{3/2}} + \frac{(H-L)^2}{(H^2 - 2 \cdot H \cdot L + 2 \cdot L^2)} \right) \cdot \frac{b_V \cdot E}{\sqrt{2}} \cdot u \quad (3.50)$$

Ersetzt man die Schubkraft mit $T = H \cdot b_V \cdot \tau$ und die Verschiebung mit $u = \gamma \cdot L$ ergibt sich die Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung. Unter der Annahme $H = 1,5 \cdot L$ für die mittlere Höhe der Dämmstoffparallelogramme erhält man nach Zusammenfassen für das Modell 2:

$$\tau(\gamma)_{(2)} = \frac{8 \cdot E_D}{25} \cdot \gamma \quad (3.51)$$

Die Schubspannungs-Gleitungsbeziehung der Dämmung für das Modell 1 ergibt sich unter Vernachlässigung der Querdehnung zu:

$$\tau(\gamma)_{(1)} = \frac{E_D}{2} \cdot \gamma \quad (3.52)$$

Stellt man die Gleichungen (3.51) und (3.52) nach γ um und setzt sie für die Stelle des Dämmstoffversagens ($\gamma = \gamma_{D,s}$) gleich, so ergibt sich nach der Rissbildung eine Schubspannung in der Dämmschicht von:

$$\tau_{D,s,2} = 0,64 \cdot \tau_{D,s,1} \quad (3.53)$$

Der Kurvenverlauf nach Gleichung (3.40) muss folgerichtig um den Term (3.53) reduziert werden. Unter der Annahme, dass der Schubspannungsanteil der Dämmung bis zum Ankerversagen auf konstantem Niveau verbleibt, kann die Schubspannungs-Gleitungsbeziehung für den Abschnitt 2 - Fall A wie folgt angeschrieben werden:

$$\tau(\gamma) = \frac{n_A \cdot A_A}{A_D} \cdot \tau_A(\gamma) + 0,64 \cdot \tau_{D,s} \quad (3.54)$$

Abschnitt B - Fall 2

Nach Versagen des Haftverbundes entfällt der Anteil der Schubtragwirkung der Dämmung vollständig. Die Scherkraft F resultiert aus der Summe der Verbindungsmittelkraft F_A und einer Kraft resultierend aus dem Zusammenwirken von Verbindungsmittel und Dämmung, welche im Folgenden als Verbundkraft F_{Ver} bezeichnet wird:

$$F(u) = n_A \cdot F_A(u) + F_{Ver}(u) \quad (3.55)$$

Die Beschreibung des Last-Verformungsverhalten der Verbundtragwirkung erfolgt auf Grundlage der kinematischen Zusammenhänge in Abbildung 67.

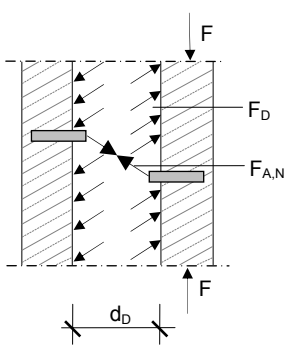
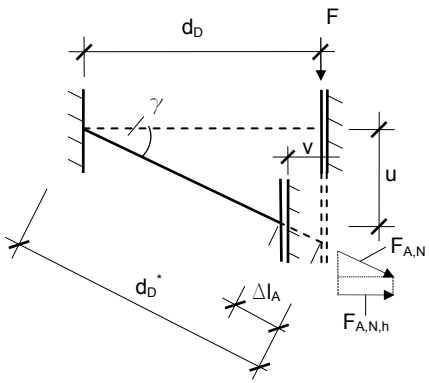
Verbundtragwirkung von GFK-Verbindungsmittel und Dämmung	
	
<p>Größen der Herleitung:</p> <p>F – Scherkraft</p> <p>$F_{A,N}$ – Zugkraft im Anker</p> <p>$F_{A,N,h}$ – Horizontalkomponenten der Ankerzugkraft</p> <p>F_D – Druckkraft in der Dämmung</p> <p>n_A – Anzahl der Anker in der Fuge</p>	<p>EA_A – Dehnsteifigkeit eines Ankers</p> <p>EA_D – Dehnsteifigkeit der Dämmung</p> <p>Δl_A – aufgezwungene Verlängerung des Ankers</p> <p>μ – Reibungskoeffizient zwischen Dämmung und Beton</p>

Abbildung 67: Kinematische Beziehung der Verbundtragwirkung im Fall B

Es gelten folgende geometrischen Beziehungen:

$$d_D^* = d_D + \Delta l_A, \quad (3.56)$$

$$d_D^* = \sqrt{d_D^2 + u^2}. \quad (3.57)$$

Durch die Verformung u erfährt das Verbindungsmittel eine aufgezwungene Stabverlängerung Δl_A . Diese ruft im Verbindungsmittel eine Kraft $F_{A,N}$ hervor, deren Horizontalkomponente $F_{A,N,h}$ eine Kompression der Wärmedämmung mit dem Betrag v erzeugt. Die daraus resultierende Druckkraft in der Wärmedämmung $F_{D,N}$ steht im Gleichgewicht mit der Verbindungsmittelkraft $F_{A,N,h}$:

$$F_{A,N,h} = F_{D,N}. \quad (3.58)$$

Drückt man die Kräfte über das Elastizitätsgesetz durch die Dehnungen aus, wobei für die Dehnung des Verbindungsmittels bzw. die Dehnung der Dämmung:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta l_A - v}{d_D} \cdot \cos(\gamma) \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_D = \frac{v}{d_D} \quad (3.59)a/b$$

gilt, erhält man nach Umstellen und Zusammenfassen die Horizontalverschiebung v :

$$v = \Delta l_A \cdot \frac{n_A \cdot EA_A}{n_A \cdot EA_A + EA_D} \cdot \cos(\gamma). \quad (3.60)$$

Setzt man nun die Gleichungen (3.56) und (3.57) gleich und stellt nach Δl_A um:

$$\Delta l_A = \sqrt{d_D^2 + u^2} - d_D, \quad (3.61)$$

so kann die Horizontalkraft $F_{A,N,h}$ in Abhängigkeit von der Verschiebung u durch aufeinander folgendes Einsetzen von Gleichung (3.61), (3.60) und (3.59)-a angegeben werden:

$$F_{A,N,h} = \varepsilon_A \cdot n_A \cdot EA_A = \frac{n_A \cdot EA_A \cdot EA_D \cdot \cos(\gamma)}{n_A \cdot EA_A + EA_D} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{u^2}{d_D^2}} - 1 \right). \quad (3.62)$$

Die äußere, über Reibung eingeleitete Kraft F steht mit der Druckkraft der Dämmung im Gleichgewicht. So ergibt sich der Zusammenhang zwischen Kraft F und der Verformung u unter Berücksichtigung des Reibungskoeffizienten μ wie folgt:

$$F = \mu \cdot F_{D,N} = \mu \cdot F_{A,N,h}. \quad (3.63)$$

Bezieht man die Kraft F auf die Fugenfläche und drückt die Verformung u über den Schubwinkel γ aus, ergibt sich die Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung infolge Verbundtragwirkung zu:

$$\tau(\gamma) = \frac{\mu \cdot n_A \cdot EA_A \cdot EA_D \cdot \cos(\gamma)}{n_A \cdot EA_A + EA_D} \cdot \frac{\left(\sqrt{1 + \gamma^2} - 1 \right)}{A_D}. \quad (3.64)$$

Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung

Durch Einsetzen von Gleichung (3.64) und Gleichung (3.36) in Gleichung (3.55) ergibt sich nach zusammenfassen und unter Berücksichtigung der Ankerrasterfläche A_R mit:

$$A_R = \frac{A_D}{n_A} \quad (3.65)$$

die Beziehung

$$\tau(\gamma) = \frac{A_A}{A_R} \cdot \tau_A(\gamma) + \frac{\mu \cdot EA_A \cdot E_D}{EA_A + E_D \cdot A_R} \cdot (1 - \cos(\gamma)) \quad (3.66)$$

Die Modellbildung zur Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung für die Verbundfuge ist in Abbildung 68 zusammengefasst.

Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung der Verbundfuge^{*)}	
Abschnitt A nach Gleichung (3.67)	
$\tau(\gamma) = \frac{A_A}{A_R} \cdot \tau_A(\gamma) + G_D \cdot \gamma$	für $0 \leq \gamma \leq \gamma_{D,u}$
Abschnitt B – Fall 1 nach Gleichung (3.54)	
$\tau(\gamma) = \frac{A_A}{A_R} \cdot \tau_A(\gamma) + 0,64 \cdot \tau_{D,s}$	für $\gamma_{D,u} \leq \gamma \leq \gamma_{A,u}$
Abschnitt B – Fall 2 nach Gleichung (3.66)	
$\tau(\gamma) = \frac{A_A}{A_R} \cdot \tau_A(\gamma) + \frac{\mu \cdot EA_A \cdot E_D}{EA_A + E_D \cdot A_R} \cdot (1 - \cos(\gamma))$	für $\gamma_{D,u} \leq \gamma \leq \gamma_{A,u}$
Grafische Darstellung der Schubspannungs-Gleitungs-Beziehungen	
Fall 1: $\tau_{D,s} < \tau_{D,h}$	Fall 2: $\tau_{D,s} > \tau_{D,h}$
^{*)} Schubspannungs-Gleitungsbeziehung des Verbindungsmittels $\tau_A(\gamma)$ nach Gleichung (3.34) oder Gleichung (3.36)	

Abbildung 68: Zusammenfassung der Gesetzmäßigkeiten für die Schubspannungs-Gleitungsbeziehung der Verbundfuge

3.4.2.2 Rechnerische Überprüfung der Versuche zur Verbundfuge

In Abbildung 69 und Abbildung 70 sind exemplarische Versuchsergebnisse mit einer Fugendicke von $d_D = 100$ mm den Nachrechnungen basierend auf der Modellbildung in Abschnitt 3.4.2.1 gegenübergestellt. Die Berechnung des Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge erfolgt in zwei Modellvarianten. Diese unterscheiden sich in der Formulierung der Last-Verformungs-Beziehung $\tau_A(\gamma)$ für das Verbindungsmittel, wobei für

- Variante 1 die nichtlineare, empirische Formulierung nach Gleichung (3.34) und für
- Variante 2 die linear-elastische, analytische Formulierung nach Gleichung (3.36)

verwendet werden.

Für die in Abbildung 69 dargestellten Kurven der Versuche mit EPS-Dämmstoff ist der Fall 1 ($\tau_{D,s} < \tau_{D,h}$) entsprechend der Fallunterscheidung im Modell nach Abschnitt 3.4.2.1 maßgebend.

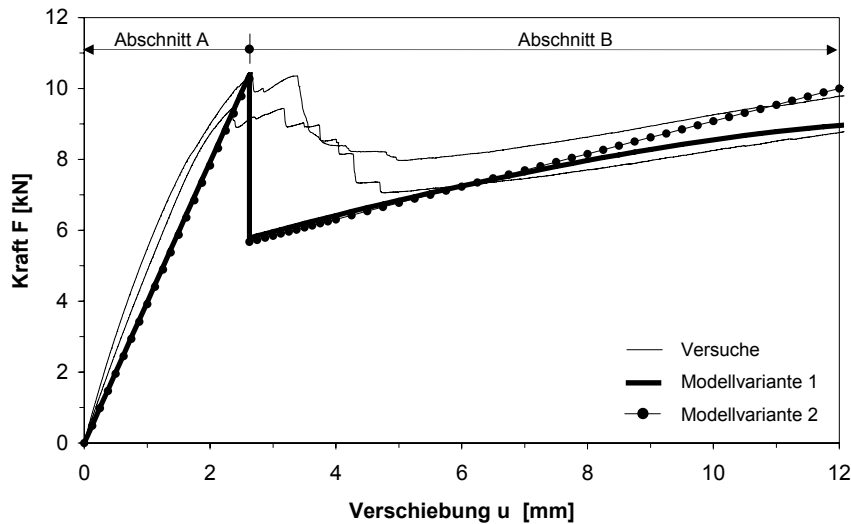


Abbildung 69: Vergleich der Scherversuche EPS / $d_D = 100$ mm mit der Nachrechnung

Im Abschnitt A weisen die Graphen beider Modellvarianten einen konstanten Anstieg auf und verlaufen nahezu identisch. Aufgrund des überproportional großen Traganteils der Dämmung an der Gesamttragwirkung fällt die unterschiedliche Modellbildung für das Verbindungsmittel nicht ins Gewicht. Im Vergleich zu den Versuchskurven wird die Maximallast sehr genau erreicht. Hingegen kann der geringfügig abnehmende Anstieg im Versuchskurvenverlauf aufgrund des linear-elastischen Materialgesetzes der Dämmung in beiden Modellvarianten nicht genau abgebildet werden.

Im Anfangsbereich des Abschnittes B weichen Berechnungs- und Versuchskurven deutlich voneinander ab. Wie unter Abschnitt 3.3.4.4 beschrieben, liegt der sukzessive Lastabfall der Versuchskurven im aufeinanderfolgenden Versagen der beiden Dämmstoffschichten des Probekörpers begründet. Beim Vorhandensein von nur einer Dämmstoffschicht ist von einem deutlich steileren, negativen Anstieg des Graphen auszugehen.

Mit Beginn des positiven Anstiegs im Bereich B zeigt sich wiederum eine Übereinstimmung zwischen den Kurven aus Berechnungen und Versuchen. Gemäß der Modellvorstellung ist eine Zunahme der Kraft im Abschnitt B ausschließlich auf die Tragwirkung des Verbindungsmittels zurückzuführen. So resultiert aus dem empirischen Modell (1) einer Verbundfugensteifigkeit, welche der Steifigkeit in den Versuchen entspricht. Die Annahme einer konstanten Schersteifigkeit des Verbindungsmittels, wie in Modellvariante 2, hat zur Folge, dass die Verbundfugensteifigkeit mit zunehmender Verformung u überschätzt wird. Diese Divergenz wird besonders bei geringer Dämmschichtdicke deutlich, wie die Versuchsnachrechnungen für $d_D = 60$ mm und $d_D = 80$ mm im Anhang A-1 zeigen.

Last-Verformungskurven aus den Versuchen mit XPS-Dämmung sind dem Fall 2 - Versagen des Haftverbundes ($\tau_{D,s} > \tau_{D,h}$) - der Modellbildung nach Abschnitt 3.4.2.1 zuzuordnen.

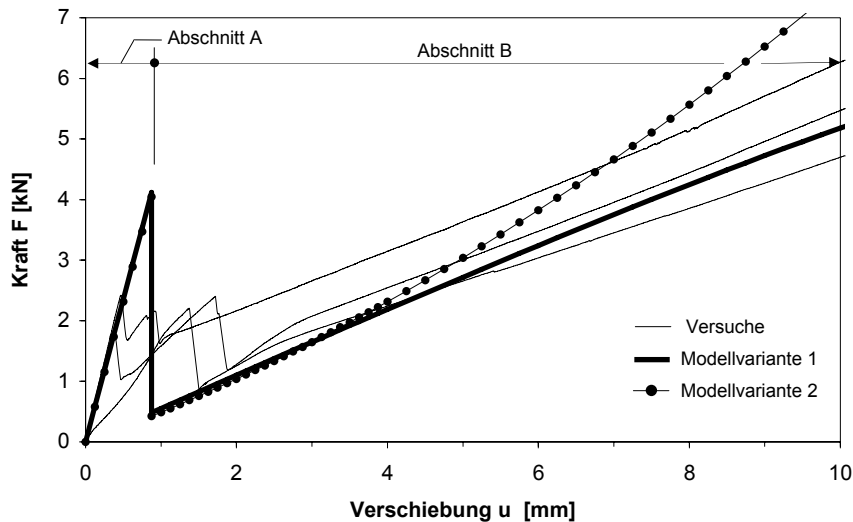


Abbildung 70: Vergleich der Scherversuche XPS / $d_D = 100$ mm mit der Nachrechnung

Die Versuchskurven und die Kurven der Modellrechnung in Abbildung 70 verlaufen identisch und weisen einen linearen Anstieg über den gesamten Abschnitt A auf. Die Steifigkeit der Verbundfuge wird durch die Dämmstoffsteifigkeit dominiert. Unter der Annahme einer Haftscherfestigkeit von $\tau_{D,h} = 0,06$ N/mm² nach *Cziesielski 1984* wird die Maximallast in den Versuchen mit $d_D = 60$ mm und $d_D = 80$ mm (Anhang A-1) punktgenau erreicht. Der Vergleich mit den Versuchen $d_D = 100$ mm besitzt infolge

von Vorschädigungen des Haftverbundes an den Probekörpern keine Aussagekraft. Die Modellvarianten 1 und 2 weisen keine signifikanten Unterschiede auf.

Der Lastabfall in den Versuchskurven mit Beginn des Abschnittes B wird von der Modellrechnung akzeptabel nachvollzogen. Nach dem vollständigen Versagen des Haftverbundes (auch hier versagen beide Fugen des Probekörpers nacheinander) weisen die Versuchskurven und die Modellvariante 1 einen nahezu gleichen Anstieg auf. Mit Modellvariante 2 wird die Steifigkeit mit zunehmender Verschiebung u überschätzt. Zurückzuführen ist dies auf den Modellansatz des Verbindungsmittels. Wie den Versuchsnachrechnungen für das GFK-Verbindungsmittel in Abbildung 62 zu entnehmen, tritt eine Divergenz zwischen Versuch und Modellrechnung ab einer Verschiebung von $u \approx 6 \text{ mm}$ auf. Diese Beobachtung deckt sich mit der Versuchsnachrechnung für XPS-Dämmung in Abbildung 70.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass der Einfluss des Dämmstoffes auf das Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge sehr genau abgebildet werden kann. Diese Aussage gilt für beide Dämmstofftypen und wird durch die Versuchsnachrechnungen aller Versuche, welche im Anhang A-1 dokumentiert sind, bestätigt. Die Abweichungen zwischen Versuchskurven und Modellrechnungen bei Modellvariante 2 sind auf den vereinfachten, linear-elastischen Modellansatz für das Verbindungsmittel zurückzuführen. Somit fällt das Fazit für die Modellbildung zur Verbundfuge entsprechend der Schlussfolgerung in Abschnitt 3.4.1.4 aus. Für Betrachtungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird die Modellbildung mit nichtlinearem, empirischem Ansatz für das Verbindungsmittel (Variante 1) empfohlen. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist der linear-elastische, analytische Ansatz (Variante 2) hinreichend genau.

3.5 Zusammenfassung und Ausblick

Kapitel 3 beinhaltet Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln unter Scherbeanspruchung mit dem Ziel dessen modellhafter Beschreibung.

Im ersten Abschnitt werden allgemeine und normative Grundlagen zu Beschreibung von Verbundfugeneigenschaften und deren experimenteller Bestimmung aufgezeigt. Anschließend ist der Stand des Wissens zu experimentellen Untersuchungen an Verbundfugen mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln mit GFK-Verbindungsmitteln zusammengefasst. Beim folgenden Überblick über existierende Rechenmodelle wird zwischen Modellen zum Last-Verformungsverhalten des beidseitig einbetonierten Stabes und entsprechenden Modellen zur Verbundfuge unter Scherbeanspruchung unterschieden. Eine Sensitivitätsanalyse zeigt den Einfluss der Schubsteifigkeit der Verbundfuge auf die rechnerisch zu erwartende Rissbildung in der Vorsatzschale und unterstreicht das Erfordernis weiterführender Untersuchungen.

Die experimentellen Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge beinhalten Scherversuche an GFK-Verbindungsmitteln und an Verbundfugen bestehend aus GFK-Verbindungsmitteln und Dämmung.

Erste Versuchsreihen berücksichtigen zwei GFK-Verbindungsmitteltypen mit unterschiedlichen Material- und Geometrieigenschaften, welche in etwa die Grenzen praxisüblicher Verbindungsmittel darstellen. Als maßgebender Parameter wird die Fugendicke d_D in den Versuchen variiert. Ein Ergebnis der Versuche ist die Ermittlung eines Verschiebungsmoduls C_A für die Verbindungsmittel (Abschnitt 3.3.4.1). In Abhängigkeit von der Fugendicke d_D weist dieser eine nichtlineare Abhängigkeit auf.

Das Versagen der Verbindungsmittel (Abschnitt 3.3.4.2) zeigt für beide Typen im Bereich der untersuchten Fugendicken d_D einen Wechsel im Versagensmodus. Bei geringen Fugendicken tritt ein Schubversagen infolge Zwischenfaserbruch in Form eines interlaminaren Scherrisses über die gesamte Verbindungsmittellänge auf. In Fällen großer Fugendicken ist ein Biegeversagen am Anschnitt der Einspannung im Beton zu beobachten.

Ein Einfluss der Betongüte und damit verbunden der Betondruckfestigkeit des Betonlagers auf das Last-Verformungsverhalten der untersuchten GFK-Verbindungsmittel kann ausgeschlossen werden (Abschnitt 3.3.4.3).

Scherversuche an Verbundfugen aus Dämmstoff und GFK-Verbindungsmittel (Abschnitt 3.3.4.4) zeigen, dass ein Dämmstoffversagen weit vor dem Versagen des GFK-Verbindungsmittels auftritt. Dabei sind die Versagensformen

- Fall 1: Schubversagen der Dämmung durch Überschreiten der Schubfestigkeit $\tau_{D,s}$ des Dämmstoffes und
- Fall 2: Versagen des Haftverbundes durch Überschreiten der Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ zwischen Beton und Dämmung

zu unterscheiden. Für die Last-Verformungskurve ist dementsprechend eine Unterteilung in einen Abschnitt A vor dem Versagen der Dämmung und einen Abschnitt B nach dem Versagen der Dämmung vorzunehmen.

Der Lastabtrag in Abschnitt A erfolgt über die Tragwirkung des Verbindungsmittels und über die Schubtragwirkung der ungestörten und voll am Beton haftenden Dämmung. Das Last-Verformungsverhalten ist unabhängig vom Dämmstofftyp annähernd linear.

Das Tragverhalten im Abschnitt B ist entsprechend der Versagensformen des Dämmstoffes zu unterscheiden. Mit dem Auftreten von Scherrissen im Fall 1 erfolgt der Lastabtrag in der Verbundfuge über die Tragwirkung des Verbindungsmittels. Zwar verbleibt in der Dämmung nach der Rissbildung rund 2/3 der Beanspruchung im Vergleich zum ungerissenen Zustand, jedoch geht jede Verformungszunahme mit einer weiteren Schädigung einher. Eine Übertragung zusätzlicher Kräfte über die Dämmung ist auszuschließen.

Im Fall 2 erfolgt die Kraftübertragung in der Verbundfuge über die Verbundtragwirkung zwischen Verbindungsmittel und Dämmung. Dabei bilden die Zugkraft im Verbindungsmittel, die Druckkraft in der Dämmung und die Reibungskraft zwischen Dämmung und Beton ein Kräftegleichgewicht. Die Erkenntnisse decken sich mit den Ergebnissen der Untersuchungen von *Gastmeyer 1991, 1992*.

Die Modellbildung zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung ist in Abschnitt 3.4 dargelegt und basiert auf den Versuchsergebnissen und deren Interpretation.

Für das Last-Verformungsverhalten von GFK-Verbindungsmitteln wird basierend auf den Versuchsergebnissen ein empirisches Gesetz (Abschnitt 3.4.1.2) aufgezeigt, welches das nichtlineare Verhalten bis zum Versagen ausreichend genau abbildet.

Alternativ wird ein linear-elastisches, analytisches Modell in Abschnitt 3.4.1.3 erarbeitet. Basierend auf den Modellen für den beidseitig eingespannten Stab nach Abschnitt 3.2.3.1 erfolgt die Ermittlung des konstanten Verschiebungsmoduls C_A . In der Nachrechnung der Versuche wird gezeigt, dass das Modell nach *Porter 2002* die größte Übereinstimmung aufweist und die Versuchskurven bis zur Verformung $u(0,4 \cdot F_u)$ akzeptabel nachvollzieht. Im Bereich großer Verformungen wird der Verschiebungsmodul C_A zunehmend überschätzt. Der Vorteil dieser Art der Formulierung des Gesetzes liegt in der Unabhängigkeit von Ergebnissen aus Scherversuchen bei der Anwendung auf andere GFK-Verbindungsmittel.

Für das Modell zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge wird eine zusammengesetzte Funktion unter Beachtung des Versagens der Dämmung (Abschnitte A und B) und unter Berücksichtigung der Versagensart der Dämmung (Fallunterscheidung im Abschnitt B) formuliert (Abschnitt 3.4.2).

Ein Kernpunkt in der Modellbildung stellt die Beschreibung der Spannungsumlagerung in der Verbundfuge im Falle des Erreichens der Scherfestigkeit des Dämmstoffes (Abschnitt B / Fall 1) und der damit verbundenen Rissbildung im Dämmstoff dar. Zur Prognose des verbleibenden Traganteils der Dämmung nach dem Auftreten der Schubrisse wird ein entsprechender

Zusammenhang hergeleitet. Ebenso erfolgt die Herleitung der Last-Verformungsbeziehung im Bereich des Zusammenwirkens von Dämmung und Verbindungsmittel nach dem Versagen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton (Abschnitt B / Fall 2).

Die Modellbildung für die Verbundfuge ist in Abbildung 68 zusammengefasst. Im Hinblick auf die weitere Verwendung im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Formulierung des Modells als Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung.

Für Berechnungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist die Modellbildung für die Verbundfuge auf Grundlage der analytisch geschlossenen Lösung für das GFK-Verbindungsmittel praktikabel und hinreichend genau. Erfolgen Betrachtungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit, ist die Abbildung des Last-Verformungsverhaltens mit dem empirischen, nichtlinearen Ansatz zu empfehlen.

Um das Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge vollständig zu beschreiben, müssen weiterführende Untersuchungen zum Langzeitverhalten erfolgen.

Es ist zu klären, welche Auswirkungen das Kriechen der Kunststoffmatrix des Verbindungsmittels und des Dämmstoffes unter Dauerlast bei frei hängenden Vorsatzschalen zeigen. Zwar ist infolge der Dauerbeanspruchung aus der Eigenlast der Vorsatzschale nur eine sehr geringe Zunahme der Verformung zu erwarten, trotzdem sollte der Einfluss aufgrund der geringen Fugenbreiten zwischen den Fassadenplatten näher untersucht werden.

Gleiches gilt für die zyklische Beanspruchung der Verbundfuge infolge Temperatur. Aus vergleichenden Traglastversuchen in *Schnell 2009* an GFK-Verbindungsmitteln vor und nach einer zyklischen Beanspruchung (entsprechend *DIBt 1995*) geht eine Abnahme des Verschiebungsmoduls C_A hervor. Die Folgen einer zyklischen Beanspruchung der Dämmung, gegebenenfalls über die Scherfestigkeit hinaus, ist unbekannt. Temperaturverschiebungen in der Verbundfuge treten in relevanter Größenordnung nur in großer Entfernung vom Verformungsruhepunkt auf. Es bleibt offen, in welchem Maße eine randnahe Abnahme der Verbundfugensteifigkeit die Vertikalverformung der Vorsatzschale beeinflusst.

4 Numerische Untersuchungen zum Einfluss der Verbundfugensteifigkeit

In Kapitel 4 werden numerische Untersuchungen zum Einfluss der Verbundfugensteifigkeit auf die maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen im Lastfall $\Delta\vartheta$ durchgeführt. Basierend auf der Herleitung der Differentialgleichungen des Schubelastisch gebetteten Balkens wird ein Berechnungsmodell für ein Wandbauteil aufgestellt, welches die Berücksichtigung des Verbundfugengesetzes aus Kapitel 3 ermöglicht. Abschließend werden grafische Hilfsmittel zur praktischen Ermittlung der bemessungsrelevanten Schnitt- und Verformungsgrößen für den Fall der aufstehenden und nicht aufstehenden Vorsatzschale vorgestellt und allgemeingültige Aussagen abgeleitet.

4.1 Ansatz zur Berechnung der Zustandsgrößen

Eine große Scherbeanspruchung in der Verbundfuge resultiert aus der Temperatureinwirkung $\Delta\vartheta$, der Temperaturdifferenz von Vorsatz- und Tragschale in deren Schwerachse. Die Berechnung der zugehörigen Schnitt- und Verformungsgrößen der Vorsatzschale kann mit der Differentialgleichung des Schubelastisch gebetteten Balkens erfolgen. Deren Lösung wird u.a. von Schäfer 1990 und Oberhaus 1994 zur Ermittlung von Putzspannungen und Putzverschiebungen bei Wärmedämmverbundsystemen und von Pilny 1967 bei Betrachtungen der Beanspruchung von Plattenbelägen verwendet. Die Gleichungen basieren auf den vereinfachenden Annahmen

- einer unendlich dehn- und biegesteifen Tragschale ($EI_{TS} \rightarrow \infty, EA_{TS} \rightarrow \infty$)
- einer linear-elastischen Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung über die gesamte Länge S und
- der Möglichkeit freier Verformungen der Vorsatzschale in der Schwerachse („schwimmende“ Lagerung)

Wie in Kapitel 3 dargelegt sind bei Belastung der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung Schädigungen, wie die Bildung von Schubrissen im Dämmstoff oder das Ablösen der Dämmung vom Beton zu beobachten. Die Annahme einer linear-elastischen Last-Verformungsbeziehung der Verbundfuge und somit einer konstanten Verbundfugesteifigkeit C_v ist somit nicht in jedem Fall gerechtfertigt. Vielmehr muss bei der Berechnung der Zustandsgrößen von einem gestörten und einem ungestörten Bereich entlang der Länge S (Abbildung 73) – vor und nach dem Auftreten der Schädigung in der Verbundfuge – ausgegangen werden.

Um den zweiteiligen Schubspannungs-Gleitungs-Beziehungen entsprechend Abbildung 68 Rechnung zu tragen, wird eine abschnittsweise Lösung der Differentialgleichung mit zwei Bereichen unterschiedlicher, konstanter Verbundfugensteifigkeit C_{v1} und C_{v2} vorgestellt. Ziel der Untersuchungen ist die genaue Ermittlung der bemessungsrelevanten Maximalschnittgröße $N_{\Delta\vartheta, \max}$ und der Maximalverformung $u_{\Delta\vartheta, \max}$.

4.2 Herleitung der Gleichungen zur Berechnung der Zustandsgrößen bei konstanter Verbundfugensteifigkeit

Ausgangspunkt ist die Herleitung der Differentialgleichung für den Fall einer linear-elastischen Schubspannungs-Gleitungsbeziehung über die gesamte Länge L ($C_v = \text{konst.}$). Das Auftreten von Schädigungen in der Verbundfuge bei großen Schiebungen wird somit vernachlässigt.

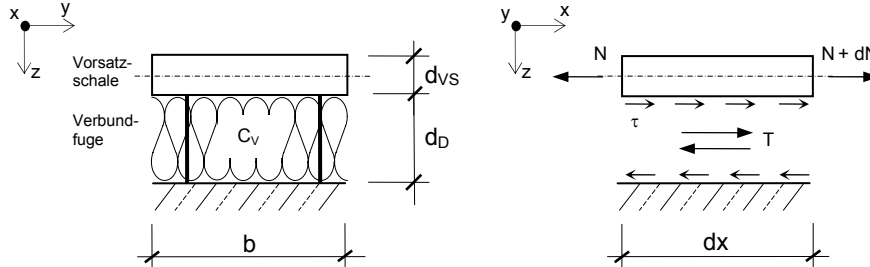


Abbildung 71: Geometrie und Schnittkräfte am differentiellen Element

Die Geometrie Größen und die Zusammenhänge zwischen den Schnittkräften sind in Abbildung 71 dargestellt. Dabei steht die Normalkraft N der Betonschicht im Gleichgewicht mit der Schubkraft T in der Verbundfuge. Diese Beziehung ergibt sich am differentiellen Element zu:

$$\frac{dN(x)}{b} = \tau \cdot dx \quad \text{bzw.} \quad \frac{dN(x)}{dx \cdot b} = \tau = \frac{T}{b \cdot d_D} \quad (4.1)$$

Die Gesamtdehnung ε in der Betonschicht setzt sich aus der Dehnung infolge Lastbeanspruchung und der Temperaturdehnung zusammen:

$$\varepsilon = \varepsilon_{AT} + \varepsilon_N = \alpha_T \cdot \Delta \vartheta + \frac{N(x)}{EA_c} \quad (4.2)$$

Die Verknüpfung von Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingung erfolgt über die Last-Verformungsbeziehung der Verbundfuge. Es gilt:

$$u = \frac{T}{C_v \cdot d_D} \quad (4.3)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (4.1), Ableiten nach x und Einsetzen von Gleichung (4.2) ergibt sich eine inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$u = \frac{1}{C_v} \cdot \frac{dN(x)}{dx},$$

$$u' = \varepsilon = \frac{1}{C_v} \cdot \frac{d^2N(x)}{dx^2},$$

$$\frac{d^2 N(x)}{dx^2} - \frac{C_V}{EA_c} \cdot N(x) = \alpha_T \cdot \Delta \vartheta \cdot C_V \quad (4.4)$$

Mit Einführung der Konstanten:

$$\Omega^* = \sqrt{\frac{C_V}{EA_c}} \quad (4.5)$$

ergibt sich die allgemeine Lösung der Differentialgleichung zu:

$$N(x) = A_1 \cdot e^{\Omega^* \cdot x} + A_2 \cdot e^{-\Omega^* \cdot x} - EA_c \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta \quad (4.6)$$

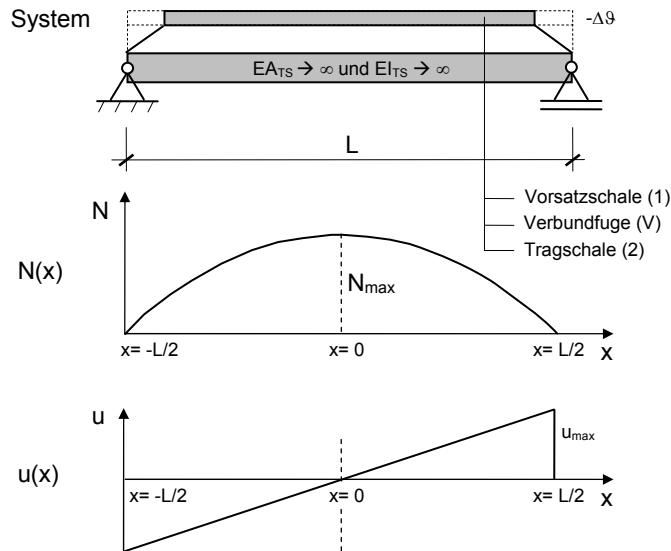


Abbildung 72: Statisches System und qualitativer Verlauf der Normalkraft $N(x)$ und der Verschiebung $u(x)$ in der Vorsatzschale

Die Lösung der Differentialgleichung erfolgt für die Randbedingungen, dass sich die Verschiebung in Plattenmitte bzw. dem Verformungsruhepunkt und die Normalkraft am Plattenrand zu Null ergeben:

$$\text{RB 1: } u(0) = 0,$$

$$\text{RB 2: } N\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \quad (4.7)$$

wobei der Verschiebungsverlauf aus dem Zusammenhang:

$$u(x) = \frac{1}{C_V} \cdot \frac{dN}{dx} \quad (4.8)$$

resultiert. Die Lösung des Gleichungssystems (4.7) stellen die Integrationskonstanten A_1 und A_2 dar:

$$A_1 = A_2 = \frac{E_c \cdot A_c \cdot \alpha_t \cdot \Delta \vartheta}{e^{\frac{\Omega^* \cdot L}{2}} + e^{-\frac{\Omega^* \cdot L}{2}}}, \quad (4.9)$$

welche eingesetzt in Gleichung (4.6) den Verlauf der Normalkraft $N(x)$ und eingesetzt in Beziehung (4.8) den Verlauf der Relativverschiebung $u(x)$ zwischen Trag- und Vorsatzschale ergeben. Nach Zusammenfassen und Umformen erhält man:

$$N(x) = EA_c \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta \cdot \left(\frac{e^{\Omega^* \cdot x} + e^{-\Omega^* \cdot x}}{e^{\frac{\Omega^* \cdot L}{2}} + e^{-\frac{\Omega^* \cdot L}{2}}} - 1 \right) \text{ und} \quad (4.10)$$

$$u(x) = \frac{\alpha_T \cdot \Delta \vartheta}{\Omega^*} \cdot \frac{e^{\Omega^* \cdot x} - e^{-\Omega^* \cdot x}}{e^{\frac{\Omega^* \cdot L}{2}} + e^{-\frac{\Omega^* \cdot L}{2}}}. \quad (4.11)$$

Die prinzipiellen Verläufe der Schnittgröße $N(x)$ und der Verformungsgröße $u(x)$ können Abbildung 72 entnommen werden.

Der Verlauf der Schubspannungen $\tau(x)$ lässt sich aus dem Zusammenhang:

$$\tau(x) = \frac{1}{b} \cdot \frac{dN}{dx} \quad (4.12)$$

ableiten und resultiert zu:

$$\tau(x) = \frac{\Omega^* \cdot EA_c \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta}{b} \cdot \frac{e^{\Omega^* \cdot x} - e^{-\Omega^* \cdot x}}{e^{\frac{\Omega^* \cdot L}{2}} + e^{-\frac{\Omega^* \cdot L}{2}}}. \quad (4.13)$$

Nach dem Umwandeln der Exponentialfunktionen in hyperbolische Funktionen ergeben sich die Gleichungen (4.10) und (4.11) zu:

$$N(x) = EA_c \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta \cdot \left(\frac{\cosh(\Omega^* \cdot x)}{\cosh\left(\frac{\Omega^* \cdot L}{2}\right)} - 1 \right) \quad (4.14)$$

und

$$u(x) = \frac{\alpha_T \cdot \Delta \vartheta}{\Omega^*} \cdot \frac{\sinh(\Omega^* \cdot x)}{\cosh\left(\frac{\Omega^* \cdot L}{2}\right)}. \quad (4.15)$$

4.2.1 Herleitung der Gleichungen zur Berechnung der Zustandsgrößen bei abschnittsweise unterschiedlicher Verbundfugensteifigkeit

Entsprechend der Herleitung der DGL in Abschnitt 4.2 kann die allgemeine Lösung für den Verlauf der Normalkraft im ungestörten Bereich $0 \leq x \leq x(L_{D,u})$ (*Index 1*) mit:

$$N_1(x) = A_1 \cdot e^{\Omega_1^* \cdot x} + A_2 \cdot e^{-\Omega_1^* \cdot x} - EA_{VS} \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta \quad (4.16)$$

angegeben werden. Die Verbundfugensteifigkeit C_{V1} geht über den Ausdruck:

$$\Omega_1^* = \sqrt{\frac{C_{V1}}{EA_c}} \quad (4.17)$$

in die Gleichung ein.

Im gestörten Bereich $x(L_{D,u}) < x \leq x(L/2)$ (*Index 2*) kann der Schubspannungsverlauf $\tau_2(x)$ in einen konstanten Anteil $\tau_{2b}(x)$ und einen ansteigenden Anteil $\tau_{2a}(x)$ unterteilt werden, wie in Abbildung 73 dargestellt:

$$\tau_2(x) = \tau_{2a}(x) + \tau_{2b}(x) \quad (4.18)$$

Entsprechend ergibt sich ebenso der Normalkraftverlauf $N_2(x)$ aus der Überlagerung zweier Anteile zu:

$$N_2(x) = N_{2a}(x) + N_{2b}(x) \quad (4.19)$$

Unter Berücksichtigung der Verbundfugensteifigkeit C_{V2} :

$$\Omega_2^* = \sqrt{\frac{C_{V2}}{EA_c}} \quad (4.20)$$

ist der Normalkraftanteil $N_{2a}(x)$ mit der allgemeinen Lösung anzuschreiben:

$$N_{2a}(x) = B_1 \cdot e^{\Omega_2^* \cdot x} + B_2 \cdot e^{-\Omega_2^* \cdot x} - EA_{VS} \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta \quad (4.21)$$

Der Verlauf des Normalkraftanteils $N_{2b}(x)$ kann über den differentiellen Zusammenhang:

$$\frac{dN_{2b}}{dx \cdot b} = \tau_{2b} \quad (\triangleq \text{konst.}) \quad (4.22)$$

als Integral angeschrieben und direkt gelöst werden:

$$N_{2b}(x) = b \int \tau_{2b} \, dx = b \cdot \tau_{2b} \cdot x + C_1 \quad (4.23)$$

Die Integrationskonstante C_1 wird unter Berücksichtigung der Randbedingung, dass die Normalkraft am Bauteilrand Null ist, ermittelt. Die vollständige Lösung für den Normalkraftverlauf $N_{2b}(x)$ ergibt sich zu:

$$N_{2b}(x) = b \cdot \tau_{2b} \cdot \left(x - \frac{L}{2} \right) \quad (4.24)$$

Auch der Verlauf der Verschiebung $u_2(x)$ wird in einen konstanten und einen ansteigenden Anteil unterschieden:

$$u_2(x) = u_{2a}(x) + u_{2b}(x) \quad (4.25)$$

wobei für $u_{2b}(x)$ gilt:

$$u_{2b}(x) = \text{konst.} = u_{2b} \quad (4.26)$$

Entsprechend der Anzahl der Integrationskonstanten A_1, A_2, B_1 und B_2 müssen zur Anpassung der allgemeinen Lösung zwei konkrete Randbedingungen (RB) formuliert und die Gleichungen über zwei weitere Übergangsbedingungen (ÜB) miteinander gekoppelt werden.

Es gelten:

$$\text{RB 1: } N_1'(0) = 0,$$

$$\text{RB 2: } N_{2a}\left(\frac{L}{2}\right) = 0,$$

$$\text{ÜB 1: } N_1(L_{D,u}) = N_2(L_{D,u}),$$

$$\text{ÜB 2: } u_1(L_{D,u}) = u_2(L_{D,u}). \quad (4.27)$$

Die Gleichungen zur Ermittlung der Integrationskonstanten sind im Folgenden übersichtlich zusammengefasst. Für die Normalkraftverläufe $N_i(x)$ ergeben sich:

Bereich $0 \leq x \leq x(L_{D,u})$:

$$N_1(x) = A_1 \cdot e^{\Omega_1^* x} + A_2 \cdot e^{\Omega_1^* x} - EA_{VS} \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta,$$

Bereich $x(L_{D,u}) < x \leq x(L/2)$:

$$N_2(x) = B_1 \cdot e^{\Omega_2^* x} + B_2 \cdot e^{-\Omega_2^* x} + b \cdot \tau_{2b} \cdot \left(x + \frac{L}{2}\right) - EA_{VS} \cdot \alpha_T \cdot \Delta \vartheta. \quad (4.28)$$

Die Verschiebungsverläufe $u_i(x)$ ergeben sich aus der ersten Ableitung der Normalkraft entsprechend Gleichung (4.8) zu:

Bereich $0 \leq x \leq x(L_{D,u})$:

$$u_1(x) = A_1 \cdot \Omega_1^* \cdot e^{\Omega_1^* x} - A_2 \cdot \Omega_1^* \cdot e^{\Omega_1^* x},$$

Bereich $x(L_{D,u}) < x \leq x(L/2)$:

$$u_2(x) = B_1 \cdot \Omega_2^* \cdot e^{\Omega_2^* x} + B_2 \cdot \Omega_2^* \cdot e^{-\Omega_2^* x} + u_{2b}. \quad (4.29)$$

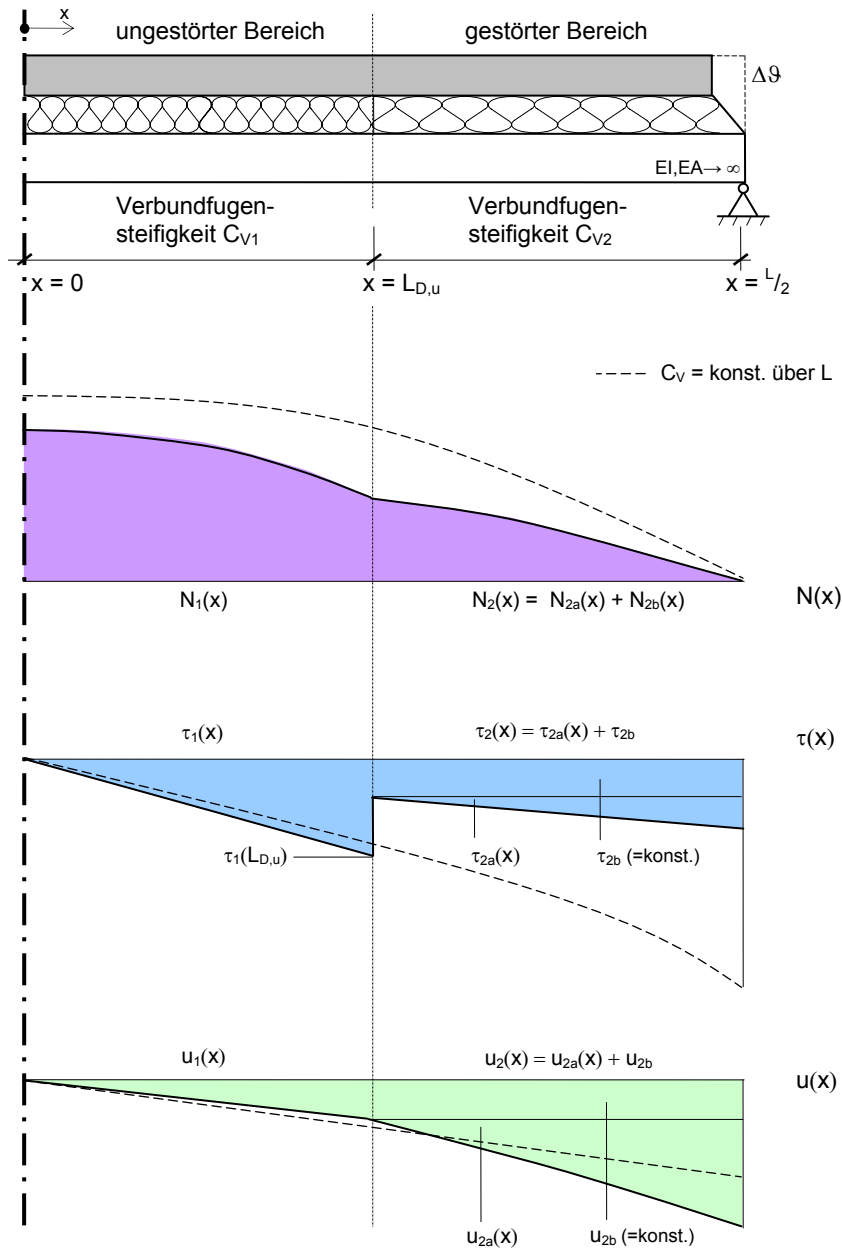


Abbildung 73: Qualitativer Verlauf der Schnitt- und Verformungsgrößen des Schubelastisch gebetteten Balkenstreifens mit abschnittsweise, unterschiedlicher Verbundfugensteifigkeit C_V

Aus der Lösung des Gleichungssystems ergeben sich die Integrationskonstanten, welche anschließend in die Gleichungen (4.28) eingesetzt werden:

$$A_1 = A_2 = \left(\frac{C_{v1} C_{v2} \cdot u_{2b} \cdot \left(e^{\Omega_2^* \left(\frac{L}{2} - L_{D,u} \right)} - e^{-\Omega_2^* \left(\frac{L}{2} - L_{D,u} \right)} \right)}{-\Omega_2^* C_{v1} \cdot \left(e^{\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} + e^{-\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} + e^{-\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} \right)} \right. \\ \left. + \Omega_2^* C_{v1} \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \cdot \left(e^{\Omega_2^* \left(\frac{L}{2} - L_{D,u} \right)} - e^{-\Omega_2^* \left(\frac{L}{2} - L_{D,u} \right)} \right) \right. \\ \left. - \Omega_2^* C_{v1} \cdot \left(+e^{\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} \right) + \Omega_1^* C_{v2} \cdot \left(e^{-\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} + e^{\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} \right) \right. \\ \left. + \frac{2 \cdot \Omega_2^* \cdot E A_c \cdot \Delta \vartheta \cdot \alpha_t}{+\Omega_1^* C_{v2} \cdot \left(-e^{\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} - e^{-\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} \right)} \right)$$

$$B_1 = \left(\frac{C_{v1} C_{v2} \cdot u_{2b} \cdot \left(e^{-\frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_1^* L_{D,u}} - e^{-\frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_1^* L_{D,u}} \right)}{\Omega_2^* C_{v1} \cdot \left(e^{-\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} - e^{\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} \right)} \right. \\ \left. + \Omega_1^* C_{v2} \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \cdot \left(e^{-\frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_1^* L_{D,u}} - e^{-\frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_1^* L_{D,u}} \right) \right. \\ \left. - \Omega_2^* C_{v1} \cdot \left(e^{\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} + e^{-\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} \right) + \Omega_1^* C_{v2} \cdot \left(e^{\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} \right) \right. \\ \left. + E A_c \Delta \vartheta \alpha_t \cdot \left(\Omega_2^* C_{v1} \cdot \left(e^{-(\Omega_1^* + \Omega_2^*) L_{D,u}} + e^{(\Omega_1^* - \Omega_2^*) L_{D,u}} \right) + \alpha_1 C_{v2} \cdot \left(e^{(\Omega_1^* - \Omega_2^*) L_{D,u}} - e^{-(\Omega_1^* + \Omega_2^*) L_{D,u}} \right) \right) \right. \\ \left. + \Omega_1^* C_{v2} \cdot \left(e^{-\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} - e^{\Omega_1^* L_{D,u} + \frac{1}{2} \Omega_2^* L - \Omega_2^* L_{D,u}} - e^{-\Omega_1^* L_{D,u} - \frac{1}{2} \Omega_2^* L + \Omega_2^* L_{D,u}} \right) \right)$$

$$B_2 = \left(\frac{C_{v1}C_{v2} \cdot u_{2b} \cdot \left(e^{\frac{1}{2}\Omega_2^*L + \Omega_1^*L_{D,u}} + e^{\frac{1}{2}\Omega_2^*L - \Omega_1^*L_{D,u}} \right)}{-\Omega_2^*C_{v1} \cdot \left(e^{\Omega_1^*L_{D,u} - \frac{1}{2}\Omega_2^*L + \Omega_2^*L_{D,u}} + e^{-\Omega_1^*L_{D,u} + \frac{1}{2}\Omega_2^*L - \Omega_2^*L_{D,u}} \right)} \right. \\
 \left. + \Omega_1^*C_{v2} \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \cdot \left(e^{\frac{1}{2}\Omega_2^*L - \Omega_1^*L_{D,u}} - e^{\frac{1}{2}\Omega_2^*L + \Omega_1^*L_{D,u}} \right) \right. \\
 \left. - \Omega_2^*C_{v1} \left(e^{-\Omega_1^*L_{D,u} - \frac{1}{2}\Omega_2^*L + \Omega_2^*L_{D,u}} + e^{\Omega_1^*L_{D,u} + \frac{1}{2}\Omega_2^*L - \Omega_2^*L_{D,u}} \right) + \Omega_1^*C_{v2} \left(e^{\Omega_1^*L_{D,u} - \frac{1}{2}\Omega_2^*L + \Omega_2^*L_{D,u}} \right) \right. \\
 \left. + EA_c \Delta \vartheta \alpha_t \left(\Omega_2^*C_{v1} \left(e^{(\Omega_1^* + \Omega_2^*)L_{D,u}} + e^{(\Omega_2^* - \Omega_1^*)L_{D,u}} \right) + \Omega_1^*C_{v2} \left(e^{(\Omega_2^* - \Omega_1^*)L_{D,u}} - e^{(\Omega_1^* + \Omega_2^*)L_{D,u}} \right) \right) \right. \\
 \left. + \Omega_1^*C_{v2} \left(e^{-\Omega_1^*L_{D,u} + \frac{1}{2}\Omega_2^*L - \Omega_2^*L_{D,u}} - e^{-\Omega_1^*L_{D,u} - \frac{1}{2}\Omega_2^*L + \Omega_2^*L_{D,u}} - e^{\Omega_1^*L_{D,u} + \frac{1}{2}\Omega_2^*L - \Omega_2^*L_{D,u}} \right) \right) \quad (4.30)$$

Für eine übersichtliche Darstellung der Zusammenhänge ist es erforderlich, die Exponentialfunktionen als hyperbolische Funktionen auszudrücken und mittels Additionstheoremen (Göhler 1970) zu vereinfachen. Nach umfangreichem Zusammenfassen ergeben sich die exakten Lösungen für die Normalkraftverläufe $N_1(x)$ und $N_2(x)$ unter Berücksichtigung der Abkürzungen:

$$f_0 = EA_{VS} \cdot \Delta \vartheta \cdot \alpha_t, \quad f_1 = \Omega_1^* \cdot L_{D,u} \quad \text{und} \quad f_2 = \Omega_2^* \cdot \left(L_{D,u} - \frac{L}{2} \right). \quad (4.31)$$

Bereich $0 \leq x \leq x(L_{D,u})$:

$$N_1(x) = \frac{C_{v1} \cosh(\Omega_1^*x) \left(\Omega_2^*f_0 - C_{v2} \cdot u_{2b} \cdot \sinh(f_2) + \Omega_2^* \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \cdot \cosh(f_2) \right)}{\Omega_2^*C_{v1} \cdot \cosh(f_1) \cdot \cosh(f_2) - \Omega_1^*C_{v2} \cdot \sinh(f_1) \cdot \sinh(f_2)} - f_0 \quad (4.32)$$

Bereich $x(L_{D,u}) < x \leq x(L/2)$:

$$N_2(x) = \left(\frac{\left(C_{v2} \sinh\left(\Omega_2^* \cdot \left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \right) \left(C_{v1} \cdot u_{2b} - \Omega_1^* \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \cdot \tanh(f_1) \right)}{\cosh(f_2)} \right. \\
 \left. - \frac{f_0 \cdot \cosh(\Omega_2^*(x - L_{D,u})) \cdot \left(\Omega_2^*C_{v1} + \Omega_1^*C_{v2} \cdot \tanh(f_1) \cdot \tanh(\Omega_2^*(x - L_{D,u})) \right)}{\left(\Omega_1^*C_{v2} \cdot \tanh(f_1) \cdot \tanh(f_2) - \Omega_2^*C_{v1} \right)} \right) - f_0 \\
 + b \cdot \tau_{2b} \cdot \left(x - \frac{L}{2} \right) \quad (4.33).$$

Die Schubspannungsverläufe ergeben sich aus dem Zusammenhang:

$$\tau(x) = \frac{1}{b} \frac{dN}{dx}. \quad (4.34)$$

Bereich $0 \leq x \leq x(L_{D,u})$:

$$\tau_1(x) = \frac{\Omega_1^* C_{v1} \cdot \sinh(\Omega_1^* x) \left(\Omega_2^* f_0 - C_{v2} \cdot u_{2b} \cdot \sinh(f_2) + \Omega_2^* \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \cdot \cosh(f_2) \right)}{\left(\Omega_2^* C_{v1} \cdot \cosh(f_1) \cdot \cosh(f_2) - \Omega_1^* C_{v2} \cdot \sinh(f_1) \cdot \sinh(f_2) \right) \cdot b}, \quad (4.35)$$

Bereich $x(L_{D,u}) < x \leq x(L/2)$:

$$\begin{aligned} \tau_2(x) = & \frac{\Omega_2^* C_{v2} \cdot \cosh\left(\Omega_2^* \left(\frac{L}{2} - x\right)\right) \cdot \left(C_{v1} \cdot u_{2b} - \Omega_1^* \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \tanh(f_1)\right)}{\cosh(f_2) \cdot b} \\ & - \frac{f_0 \cdot \cosh(\Omega_2^* (x - L_{D,u})) \cdot \left((\Omega_2^*)^2 C_{v1} \tanh(\Omega_2^* (x - L_{D,u})) + \Omega_1^* \Omega_2^* C_{v2} \tanh(f_1) \right)}{\left(\Omega_1^* C_{v2} \cdot \tanh(f_1) \cdot \tanh(f_2) - \Omega_2^* C_{v1} \right)} \\ & + \tau_{2b} \end{aligned} \quad (4.36).$$

Die Verschiebungsverläufe können entsprechend dem Zusammenhang:

$$u(x) = \frac{1}{C_v} \frac{dN}{dx} \quad (4.37)$$

angeschrieben werden:

Bereich $0 \leq x \leq x(L_{D,u})$:

$$u_1(x) = \frac{\Omega_1^* C_{v1} \cdot \sinh(\Omega_1^* x) \left(\Omega_2^* f_0 - C_{v2} \cdot u_{2b} \cdot \sinh(f_2) + \Omega_2^* \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \cdot \cosh(f_2) \right)}{\left(\Omega_2^* C_{v1} \cdot \cosh(f_1) \cdot \cosh(f_2) - \Omega_1^* C_{v2} \cdot \sinh(f_1) \cdot \sinh(f_2) \right) \cdot C_{v1}}, \quad (4.38).$$

Bereich $x(L_{D,u}) < x \leq x(L/2)$:

$$\begin{aligned} u_2(x) = & \frac{\Omega_2^* C_{v2} \cdot \cosh\left(\Omega_2^* \left(\frac{L}{2} - x\right)\right) \cdot \left(C_{v1} \cdot u_{2b} - \Omega_1^* \cdot N_{2b}(L_{D,u}) \tanh(f_1)\right)}{\cosh(f_2) \cdot C_{v2}} \\ & - \frac{f_0 \cdot \cosh(\Omega_2^* (x - L_{D,u})) \cdot \left((\Omega_2^*)^2 C_{v1} \tanh(\Omega_2^* (x - L_{D,u})) + \Omega_1^* \Omega_2^* C_{v2} \tanh(f_1) \right)}{\left(\Omega_1^* C_{v2} \cdot \tanh(f_1) \cdot \tanh(f_2) - \Omega_2^* C_{v1} \right)} \\ & + u_{2b} \end{aligned} \quad (4.39)$$

4.3 Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen bei abschnittsweise unterschiedlicher Verbundfugensteifigkeit

Die zur Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen erforderlichen Verbundfugensteifigkeiten C_{v1} und C_{v2} werden aus den Schubspannungs-Gleitungs-Beziehungen in Abbildung 68 abgeleitet. Allgemein ergibt sich der Schubmodul G aus deren erster Ableitung $d\tau/d\gamma$ und kann über die Beziehung nach Gleichung (3.5) in die Verbundfugensteifigkeit C_v überführt werden. Für den Bereich der ungestörten Dämmschicht errechnet sich die Verbundfugensteifigkeit zu:

$$C_{v1} = \left(\frac{A_A}{A_R} G_A + G_D \right) \frac{b}{d_D}. \quad (4.40)$$

Entsprechend den Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung in Abschnitt 3 müssen für den Bereich der gestörten Dämmschicht zwei Versagensarten unterschieden werden. Für beide Fälle sind Aussagen über die Verbundfugensteifigkeit C_{v2} und über den konstanten Schubspannungsanteil τ_{2b} , der entsprechenden Verformung u_{2b} und der Normalkraft $N_{2b}(L_{D,u})$ an der Übergangsstelle $L_{D,u}$ zwischen den Abschnitten zu treffen.

Für den Fall des Dämmstoffversagens infolge Überschreiten der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ gilt:

$$C_{v2} = \frac{b}{d_D} \cdot \frac{A_A}{A_R} G_A. \quad (4.41)$$

Aus der linear-elastischen Schubspannungs-Gleitungsbeziehung des Dämmstoffes und der Annahme, dass an der Stelle $L_{D,u}$ gerade die Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ erreicht ist ergibt sich:

$$u_{2b} = \frac{d_D}{G_D} \cdot \tau_{D,s}. \quad (4.42)$$

Entsprechend der Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung der Verbundfuge nach Gleichung (3.54) resultiert der konstante Schubspannungsanteil zu:

$$\tau_{2b} = \frac{A_A}{A_R} \frac{G_A}{G_D} \cdot \tau_{D,s} + 0,64 \cdot \tau_{D,s} \quad (4.43)$$

und nach Gleichung (4.24) ergibt sich am Übergangsbereich $L_{D,u}$ die Normalkraft:

$$N_{2b}(L_{D,u}) = b \cdot \tau_{2b} \cdot \left(L_{D,u} - \frac{L}{2} \right). \quad (4.44)$$

Ist die Verbundsteifigkeitsabnahme auf das Versagen des Haftverbundes zwischen Wärmedämmung und Beton mit dem Erreichen der Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ zurückzuführen, so resultiert nach Ableiten der Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung:

$$C_{v2} = \frac{b}{d_D} \cdot \left(\frac{A_A}{A_R} G_A + \frac{\mu \cdot E_{A_A} \cdot E_D}{E_{A_A} + E_D \cdot A_R} \cdot \sin(\gamma) \right). \quad (4.45)$$

Aus Gleichung (4.45) wird die Abhängigkeit der Verbundfugensteifigkeit C_{v2} vom Gleitwinkel γ ersichtlich. Um der getroffenen Annahme einer linear-elastischen Last-Verformungsbeziehung zu entsprechen, wird ein konstanter Mittelwert für C_{v2} verwendet. Die Untergrenze für den Gleitwinkel γ ist der Übergang zwischen gestörtem und ungestörtem Bereich. Er ergibt sich aus Gleichung (4.44) zu:

$$\gamma(L_{D,u}) = \frac{\tau_{D,u}}{G_D}. \quad (4.46)$$

Der größte Gleitwinkel γ ist bei freier Verformung des Bauteils möglich und resultiert am Bauteilende zu:

$$\gamma\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\alpha_t \cdot \Delta\vartheta \cdot L}{2}. \quad (4.47)$$

Zusammengefasst kann die Verbundfugensteifigkeit C_{v2} mit:

$$C_{v2} = \frac{b}{d_D} \cdot \left(\frac{A_A}{A_R} G_A + \frac{\mu \cdot EA_A \cdot E_D}{2 \cdot (EA_A + E_D \cdot A_R)} \left(\sin\left(\frac{\alpha_t \cdot \Delta\vartheta \cdot L}{2 \cdot d_D}\right) + \sin\left(\frac{\tau_{D,u}}{G_D}\right) \right) \right) \quad (4.48)$$

berechnet werden, was für die zu erwartenden Gleitwinkel eine sehr gute Näherung darstellt.

Für den Verschiebungsanteil u_{2b} an der Stelle $L_{D,u}$ gilt Gleichung (4.42). Der Normalkraftanteil wird nach Gleichung (4.44) ermittelt. Der Schubspannungsanteil τ_{2b} wird über die Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung aus Abbildung 68 und dem Schubwinkel an der Stelle $L_{D,u}$ nach Gleichung (4.46) ausgedrückt:

$$\tau_{2b} = \frac{G_A A_A}{A_R} \cdot \frac{\tau_{D,u}}{G_D} + \frac{\mu \cdot EA_A \cdot E_D}{EA_A + E_D \cdot A_R} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\tau_{D,u}}{G_D}\right) \right). \quad (4.49)$$

Bei der Berechnung der Verlaufsfunktionen der Schnitt- und Verformungsgrößen ist zu beachten, dass die Stelle des Übergangs zwischen den Bereichen unterschiedlicher Verbundsteifigkeit $L_{D,u}$ anfangs unbekannt ist. Die Länge $L_{D,u}$ ist durch eine Iteration zu berechnen. Für die Annahme des Startwerts bietet sich die Lösung der Differentialgleichung mit konstanter Verbundfugensteifigkeit an:

$$L_{D,u(1)} = \frac{\arcsin\left(\frac{b \cdot \tau_{D,u} \cdot \cos\left(\frac{\alpha_t L}{2}\right)}{\sqrt{C_{v1} \cdot EA_c \cdot \Delta\vartheta \cdot \alpha_t}}\right)}{\alpha_1}. \quad (4.50)$$

Der Wert für $L_{D,u}$ ist durch wiederholtes Einsetzen in Gleichung (4.35) solange zu verbessern bis die Bedingung nach Gleichung (4.51) erfüllt ist:

$$\tau_1(L_{D,u}) = \frac{\tau_{D,(s/h)}}{G_D}. \quad (4.51)$$

4.4 Hilfsmittel für die vereinfachte Ermittlung der Zustandsgrößen

Die Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen mit der dargelegten Lösung der Differentialgleichung und den Gesetzmäßigkeiten der Verbundfuge stellt für den Einzelfall eine praktikable Lösung dar.

Für die Bemessung mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln ist die Möglichkeit, den Einfluss einzelner Parameter auf die Zustandsgrößen abzuschätzen, sehr sinnvoll. Beispielsweise kann durch eine gezielte Dimensionierung der Verbundfugensteifigkeit eine wirtschaftliche Bemessung der Bewehrung der Vorsatzschale erfolgen. Allerdings erschließen sich die Zusammenhänge aufgrund der Komplexität der Gleichungen, der großen Anzahl der Parameter und deren Abhängigkeit voneinander nur schwer.

Um die erarbeitete Lösung für eine praktische Bemessung nutzbar zu machen, werden numerische Untersuchungen durchgeführt. Hierbei sollen die Parameter identifiziert werden, welche nur einen geringen Einfluss auf die Bemessungsgröße haben. Diese können anschließend für den praktisch relevanten Wertebereich als Konstante auf der sicheren Seite angesetzt werden. Eine weitere Reduzierung der Parameteranzahl ist durch die Berücksichtigung direkter Abhängigkeiten zwischen einzelnen Parametern möglich. Für die vorliegende Problematik werden Zusammenhänge zwischen den mechanischen Eigenschaften der Wärmedämmung untersucht. Ziel ist die Erarbeitung von grafischen Hilfsmitteln zur vereinfachten Bestimmung der maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen für den Lastfall $\Delta\vartheta$.

4.4.1 Vereinfachte Ermittlung der Zustandsgrößen unter der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$

4.4.1.1 Konzept zur vereinfachten Ermittlung der Zustandsgrößen

Als Zustandsgrößen aus der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ resultieren

- für die Bemessung der Bewehrung in der Vorsatzschale die maximale Normalkraft $N_{\Delta T}$ am Verformungsruhepunkt ($x = 0$) und
- für den Nachweis der Verformungsfähigkeit der Verbindungsmittel die maximale Relativverschiebung $u_{\Delta T}$ zwischen den Schalen am Bauteilrand ($x = L/2$).

Beide Größen werden zunächst unter der Annahme einer linear-elastischen Schubspannungs-Gleitungsbeziehung der Verbundfuge berechnet. Drückt man die Gleichungen (4.11) mittels hyperbolischer Funktionen aus und setzt die Verbundfugensteifigkeit C_{v1} des ungestörten Bereiches für die gesamte Länge L ($= 2 \cdot S$) an, so ergeben sich folgende Gleichungen:

$$N_{\Delta\vartheta,lin} = EA_c \cdot \alpha_T \cdot \Delta\vartheta \cdot \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{2} \cdot \Omega_1^* \cdot L\right)} - 1 \right), \quad (4.52)$$

$$u_{\Delta\vartheta,lin} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta\vartheta}{\Omega_1^*} \cdot \tanh\left(\frac{1}{2} \cdot \Omega_1^* \cdot L\right). \quad (4.53)$$

Im Vergleich zum vorgestellten Berechnungsansatz mit zweiteiliger Schubspannungs-Gleitungsbeziehung der Verbundfuge wird die Normalkraft $N_{\Delta 9}$ überschätzt, da die volle Schubsteifigkeit der Verbundfuge über die gesamte Bauteillänge wirkt. Das Verhältnis der Normalkräfte beider Berechnungsansätze kann durch den Korrekturfaktor v_N mit:

$$v_N = \frac{N_{\Delta 9}}{N_{\Delta 9,lin}} \leq 1 \quad (4.54)$$

ausgedrückt werden. Dem gegenüber wird die Maximalverformung $u_{\Delta 9}$ beim linear-elastischen Ansatz unterschätzt, da die Vernachlässigung von Bereichen mit geringer Verbundfugensteifigkeit eine größere Verformungsbehinderung impliziert. Der Korrekturfaktor der Verschiebungen v_u kann wie folgt angegeben werden:

$$v_u = \frac{u_{\Delta 9}}{u_{\Delta 9,lin}} \geq 1. \quad (4.55)$$

Sind die Verhältnisse v_N und v_u in Abhängigkeit der Einflussgrößen des Berechnungsmodells mit abschnittsweise veränderlicher Verbundfugensteifigkeit bekannt, so können diese sehr einfach über die Gleichungen

$$N_{\Delta 9} = v_N \cdot N_{\Delta 9,lin} \quad \text{und} \quad u_{\Delta 9} = v_u \cdot u_{\Delta 9,lin} \quad (4.56)$$

ermittelt werden.

4.4.2 Annahmen für die Zustandsgrößenermittlung mit Berechnungshilfen

Aufgrund der Vielzahl von Variablen in den Gleichungen zur Ermittlung der Zustandsgrößen ist es für eine anschauliche Aufbereitung zwingend erforderlich, den Wertebereich der Parameter sinnvoll zu wählen, und gegebenenfalls Parameter auf der sicheren Seite als Konstanten anzusetzen. Die in die Berechnung eingehenden Größen und deren unter baupraktischen Gesichtspunkten gewählten Wertebereiche sind in Tabelle 23 zusammengestellt und werden folgend erläutert.

Als Parameter mit großem Einfluss auf die Bemessungsgrößen werden die Länge L , die Dämmschichtdicke d_D , der Schubmodul der Dämmung G_D und die Schubsteifigkeit des Verbindungsmittels ausgedrückt über die rasterbezogene Schubsteifigkeit $G_A A_A / A_R$ variiert.

Numerische Parameterstudien haben gezeigt, dass der Einfluss des Elastizitätsmoduls des Betons auf die Bemessungsschnittgröße $N_{\Delta 9} < 10\%$ ist. Für beide Zustandsgrößen ($N_{\Delta 9}$, $u_{\Delta 9}$) liegt der Ansatz eines geringen Elastizitätsmoduls auf der sicheren Seite. Er geht als Konstante mit $E_{cm} = 24.900 \text{ N/mm}^2$, entsprechend einer Festigkeitsklasse C20/25, in die Betrachtungen ein.

Nach *Gastmeyer 1995* beträgt der Wert aus Versuchen für die Haftscherfestigkeit $\tau_{h,D}$ zwischen XPS-Dämmung und Beton $\tau_{h,D} = 0,05 \text{ N/mm}^2$. *Cziesielski 1981* gibt eine gemessene, maximale Haftscherfestigkeit zwischen EPS-Dämmung und Beton von $\tau_{h,D} = 0,06 \text{ N/mm}^2$ an. Aus den Scherversuche im Rahmen der vorliegenden Arbeit ergeben sich geringere Werte für $\tau_{h,D}$, welche einer starken Streuung unterliegen.

Tabelle 23: Zusammenstellung der Parameter und derer Wertebereiche für die Berechnungshilfen

Parameter	Variable	Einheit	minimal	maximal
Geometrie				
Länge	L (= 2·S)	[m]	1	12
Breite ¹⁾	b	[m]	1	
Dicke der Dämmschicht	d _D	[m]	0,04	0,20
Dicke der Vorsatzschale	d _{VS}	[m]	0,06	
Eigenschaften Beton und Dämmung				
Elastizitätsmodul Beton	E _{cm}	[N/mm²]	24.900	
Wärmedehnzahl Beton	α _t	[K ⁻¹]	10·10 ⁻⁶	
Schubmodul Dämmstoff	G _D	[N/mm²]	1	10
Schubfestigkeit Dämmstoff	τ _{D,s}	[N/mm²]	abh. von G _D	
Haftscherfestigkeit zwischen Dämmung und Beton	τ _{D,h}	[N/mm²]	0,06	
Gleitreibungskoeffizient zwischen Dämmung und Beton	μ	[-]	0,30 (XPS) / 0,85 (EPS)	
Eigenschaften Verbindungsmittel				
rasterbezogene Schubsteifigkeit des Verbindungsmittels	G _A A _A /A _R	[N/mm²]	0	1
Elastizitätsmodul Verbindungsmittel	E _A	[N/mm²]	50.000	
Einwirkung				
Temperaturdifferenz	Δθ	[K]	-45	
¹⁾ Betrachtungen erfolgen am 1 m breiten Scheibenstreifen				

Die Werte aus der Literatur stellen für glatte Dämmstoffoberflächen (EPS und XPS) eine obere Grenze für die Zustandsgrößen dar. Für deren Berechnung wird auf der sicheren Seite liegend $\tau_{h,D} = 0,06$ N/mm² angenommen. Besteht die Dämmschicht aus mehreren Dämmstofflagen so kann nach *Cziesielski 1981* die maximale Hafterscherfestigkeit mit $\tau_{h,D} = 0,033$ N/mm² angesetzt werden. Dieser Punkt findet im Rahmen der vorliegenden Arbeit allerdings keine Berücksichtigung.

Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Dämmung und Beton wird in *Cziesielski 1981* mit $\mu = 0,68 \dots 1,00$ angegeben. Gegenstand der Betrachtung ist EPS-Dämmung mit glatter Oberfläche. Den Ausführungen von *Gastmeyer 1995* liegen oberflächenglatte XPS-Dämmstoffplatten zugrunde. Der Gleitreibungskoeffizient wird mit $\mu = 0,30$ angegeben.

Der Elastizitätsmodul E_A der Verbindungsmittel ist abhängig vom verwendeten glasfaserverstärkten Kunststoff. Der Einfluss auf die Zustandsgrößen ist gering. Für die allgemeingültigen Betrachtungen wird ein mittlerer Wert für GFK von $E_A = 50.000$ N/mm² verwendet.

Die Temperaturdifferenz zwischen den Schalen wird entsprechend *DIBt 5/95* als Konstante mit $\Delta \vartheta = -45$ K angesetzt.

4.4.3 Zusammenhang zwischen den mechanischen Eigenschaften von Polystyrol-Dämmstoffen

Durch Abhängigkeiten der Parameter untereinander kann die Anzahl der variablen Größen weiter verringert werden. Zusammenhänge bestehen zwischen den mechanischen Eigenschaften der betrachteten Dämmstoffe. Von Interesse ist hierbei die Korrelation von Schubfestigkeit $\tau_{D,s}$ und Schubmodul G_D .

Mechanische Eigenschaften von EPS-Dämmstoffen

Bei expandiertem Polystyrol (EPS) handelt es sich um einen festen Dämmstoff mit Zellstruktur, der aus verschweißtem, geblähtem Polystyrol oder einem seiner Co-Polymere hergestellt wird und eine geschlossenzellige, luftgefüllte Struktur hat. Die Stoffeigenschaften für werkmäßig hergestellte Produkte aus EPS, deren Klassifizierung und deren Bezeichnungsschlüssel sind in *DIN EN 13163* beschrieben. Diese Norm ist Bestandteil einer Reihe von Normen für Wärmedämmstoffe für Gebäude und beinhaltet übergeordnet die Prüfverfahren zur Bestimmung der Eigenschaften mit den entsprechenden, normativen Verweisen auf die Prüfnormen.

EPS-Produkte werden in Typen eingeteilt, deren Klassifizierung über die Druckspannung bei 10% Stauchung σ_{10} erfolgt. Die Herstellung des Materials erfolgt unter Vorgabe der Rohdichte ρ_a . Basierend auf einer europaweit erhobenen Datenmenge ist in *DIN EN 13163* die Abhängigkeit der Rohdichte ρ_a von der Druckspannung bei 10% Stauchung σ_{10} als regressiv ermittelte Gleichung einer Geraden angegeben. Darüber hinaus werden in Anhang C und D die Korrelationen zwischen

- Druckspannung bei 10% Stauchung σ_{10} ,
- der Biegefestigkeit σ_b und
- der Scherfestigkeit τ (bzw. $\tau_{D,s}$)

tabellarisch angegeben. Zwischen allen mechanischen Eigenschaften besteht eine lineare Abhängigkeit. Somit kann zwar ein Zusammenhang zwischen einem EPS-Typ und der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ hergestellt werden. Die Korrelation zum Schubmodul G_D ist der Norm jedoch nicht zu entnehmen.

Um die Abhängigkeit dieser beiden mechanischen Größen voneinander festzustellen wurden eigene Scherversuche nach *DIN EN 12090* an EPS-Proben der Fa. BASF (Neopor®) durchgeführt. Für die Versuche wurden expandierte Polystyrolplatten mit drei vorgegebenen Rohdichten hergestellt, welche den in der Praxis üblichen Rohdichtebereich von EPS-Platten ($10 \text{ kg/m}^3 \leq \rho_a \leq 20 \text{ kg/m}^3$) in mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln abdecken. Darüber hinaus beinhaltet das Versuchsprogramm die Variation des Parameters der Dämmschichtdicke d_D im Bereich zwischen 50 mm und 140 mm.

Die Rohdichte ρ_a der gelieferten Wärmedämmung wurde entsprechend *DIN EN 1602* vor den Versuchen ermittelt. Die Scherversuche wurden entsprechend *DIN EN 12090* am Doppelprobekörper geprüft und ausgewertet. In allen Versuchen war als Versagen ein Abscheren im Dämmstoff parallel zur Lasteinleitung festzustellen. Der Versuchsaufbau und ein Probekörper mit $d_D = 100 \text{ mm}$ nach dem

Versagen sind in Abbildung 74 dargestellt. Das Versuchsprogramm und die Ergebnisse der Untersuchungen sind in Tabelle 24 zusammengefasst.

Tabelle 24: Versuchsprogramm und Versuchsergebnisse zur Bestimmung der mechanischen Eigenschaften von expandiertem Polystyrol (EPS) unter Scherbeanspruchung nach *DIN EN 12090*

Typ	angestrebte Rohdichte	gemessene Rohdichte	Dämmschichtdicke	Scherfestigkeit	Schubmodul
	$\rho_{a,ang}$	$\rho_{a,gem}$	d_D	$\tau_{D,s}$	G_D
	[kg/m³]	[kg/m³]	[mm]	[N/mm²]	[N/mm²]
EPS 50	10	13,3	60	0,059	1,89
			100	0,057	2,03
			140	0,026	1,65
EPS 80	15	16,2	60	0,061	2,53
			100	0,059	2,19
			140	0,043	1,87
EPS 120	20	21,9	50	0,131	4,16
			60	0,116	3,78
			100	0,100	3,40
			140	0,049	2,75



Doppelprobekörper nach DIN EN 12030

- 1 Probekörper (L=200mm / B=100mm)
- 2 Klebstoff
- 3 Haltevorrichtung aus Metall
- 4 Haltevorrichtung aus Sperrholz für die Probekörper
- 5 Wegaufnehmer

Abbildung 74: Versuchsaufbau der Scherversuche nach *DIN EN 12090* (links) und Versuchskörper nach Versagen (rechts)

Die Ergebnisse aus den Versuchen der Schubmoduln G_D sind in Abbildung 75 über die Schubfestigkeit $\tau_{D,s}$ aufgetragen.

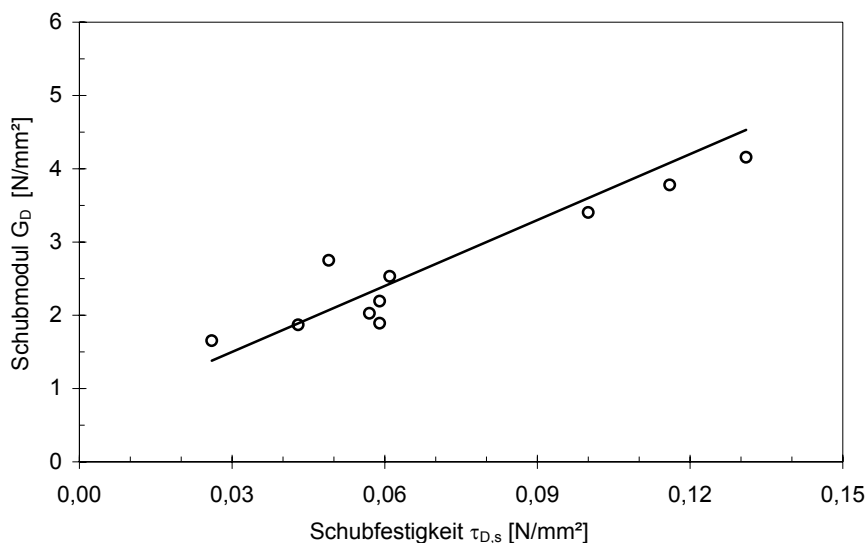


Abbildung 75: Zusammenhang zwischen dem Schubmodul G_D und der Schubfestigkeit $\tau_{D,s}$ aus Schubversuchen nach *DIN 12090* an expandiertem Polystyrol (EPS) und Regression der Ergebnisse

Die Versuchsergebnisse lassen den Schluss zu, dass auch zwischen Scherfestigkeit und Schubmodul ein linearer Zusammenhang besteht. Schlussendlich kann eine Regressionsgeraden mit

$$G_{D,EPS}(\tau_{D,s}) = 30 \cdot \tau_{D,s} + 0,6 \quad [\text{N, mm}] \quad (4.57)$$

angeben werden, welche für EPS-Dämmstoffe mit einer Rohdichte $\leq 20 \text{ kg/m}^3$ Gültigkeit besitzt.

Mechanischen Eigenschaften von XPS-Dämmstoffen

Nach *EN ISO 9229* handelt es sich bei extrudiertem Polystyrolschaum um einen harten Dämmstoff aus Schaumkunststoff, der durch Blähen und Extrudieren aus Polystyrol oder einem seiner Co-Polymere mit oder ohne Haut hergestellt wird und der eine geschlossenzellige Struktur aufweist. Die Stoffeigenschaften für werkmäßig hergestellte Produkte aus XPS, deren Klassifizierung und deren Bezeichnungsschlüssel sind in *DIN EN 13164* beschrieben. Für Prüfverfahren zur Bestimmung der Eigenschaften sind normative Verweise auf die Prüfnormen angegeben.

Tabelle 25: Mechanische Eigenschaften von extrudiertem Polystyrol (XPS) - Styrodur®

Styrodur	Dämmschicht- dicke / Ausrichtung ¹⁾	Elastizitäts- modul Druck nach <i>DIN EN</i> 826	Scherfestigkeit nach <i>DIN EN</i> 12090	Schubmodul nach <i>DIN EN</i> 12090
	d _D	E _D	τ _{D,s}	G _D
	[mm]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
3035CS	60 / quer	12,9	0,242	6,4
	60 / längs		0,219	5,4
	100 / quer	15,1	0,192	5,6
	100 / längs		0,179	4,9
4000CS	60 / quer	36,5	0,322	12,1
	60 / längs		0,286	7,9
	100 / quer	34,9	0,257	13,5
	100 / längs		0,209	7,1
5000CS	60 / quer	52,8	0,462	18,1
	60 / längs		0,381	10,0
	100 / quer	47,3	0,309	19,8
	100 / längs		0,272	10,3
¹⁾ Bestimmung der mechanischen Eigenschaften längs und quer zur Extrusionsrichtung				

Eine Produktklassifizierung existiert für XPS nicht. Allerdings muss vom Hersteller ein Bezeichnungsschlüssel (CE-Schlüssel) für das Produkt angegeben werden, in dem die Produkteigenschaften codiert sind. Der Umfang der im Bezeichnungsschlüssel enthaltenen Informationen ist variabel und hängt vom Anwendungszweck ab. Grundsätzlich ist die Angabe der mechanischen Kenngröße der Druckfestigkeit bei 10% Stauchung σ_{10} nach *DIN EN 826* gefordert. Korrelationen zwischen weiteren mechanischen Eigenschaften sind in der Norm nicht enthalten. Somit sind für die Betrachtungen im Rahmen der Schnitt- und Verformungsgrößenermittlung produktspezifische Eigenschaften zu verwenden. Als Beispiel für mechanische Kenngrößen von XPS sind die Werte für das Produkt Styrodur® der Firma BASF in Tabelle 25 angegeben.

4.4.4 Diagramme zur Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen

Die Bestimmung der Korrekturfaktoren v_N und v_u nach den Gleichungen (4.56) in Abhängigkeit der Parameter nach Tabelle 23 erfolgt mit Hilfe der Tabellenkalkulationssoftware Microsoft Excel. Die Ergebnisse dieser Studie sind in Diagrammen aufbereitet, sodass eine schnelle und einfache Bestimmung der Schnitt- und Verformungsgrößen möglich ist.

Aufgrund der unterschiedlichen Anzahl an Parametern, welche in die Schubspannungs-Gleitungsbeziehung der Verbundfuge einfließen, sind zwei Varianten der Ergebnisdarstellung entsprechend den beiden Versagensarten des Dämmstoffes erforderlich.

Für die Betrachtungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird für das Versagen von EPS-Dämmstoff unter Scherbeanspruchung das Überschreiten der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ als maßgebend angesehen. Die Darstellung der Ergebnisse der Parameterstudie ist allgemeingültig und somit unabhängig vom Verbindungsmittel möglich. So können v_N und v_u über die Länge L in Abhängigkeit der Dämmschichtdicke d_D und der rasterbezogenen Schubsteifigkeit des Verbindungsmittels angegeben werden. Lediglich für den Schubmodul des Dämmstoffes G_D ist jeweils eine separate Aufbereitung der Ergebnisse erforderlich. Für das Beispiel $G_D = 1,1 \text{ N/mm}^2$ sind die Diagramme für die vereinfachte Ermittlung der Schnittgröße $N_{\Delta 9}$ in Abbildung 76 und der Relativverschiebung $u_{\Delta 9}$ in Abbildung 77 dargestellt. Für die Schubmoduln $G_D = 2, 3$ und 4 , welche den Wertebereich üblich eingesetzter EPS-Dämmung abdecken, sind die Ergebnisse der Parameterstudie dem Anhang A-2 zu entnehmen. Ersichtlich ist eine deutliche Abhängigkeit des Verhältnisses v_N von der Dämmschichtdicke d_D . So kann bei geringen Werten d_D bereits ab einer Länge von $L > 3 \text{ m}$ von einer Verminderung der maximalen Normalkraft $N_{\Delta 9}$ ausgegangen werden. Zwingend zu berücksichtigen ist die Verbindungsmittelschubsteifigkeit, welche erst mit zunehmender Dämmschichtdicke an Einfluss verliert. Für mittlere Dämmschichtdicken ($d_D \geq 0,10 \text{ m}$) ergeben sich erst ab Längen $\geq 6,25 \text{ m}$ Verhältnismerte $v_N < 1$. Für übliche Abmessungen im Hochbau stellt die Länge $L \approx 6 \text{ m}$ bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln einen oberen Grenzwert dar. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass mit zunehmendem Schubmodul G_D bzw. der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ der Bereich der gestörten Dämmung abnimmt, ergibt sich beim Schubmodul $G_D = 1,1 \text{ N/mm}^2$ die größte Korrektur für die Schnittgröße $N_{\Delta 9}$. Daraus schlussfolgernd kann festgehalten werden, dass eine genaue Ermittlung der Normalkraft $N_{\Delta 9}$ unter Berücksichtigung einer abschnittsweise, veränderlichen Verbundfugensteifigkeit C_V für Dämmschichtdicken $d_D < 0,10 \text{ m}$ oder bei Längen $L > 6 \text{ m}$ sinnvoll ist.

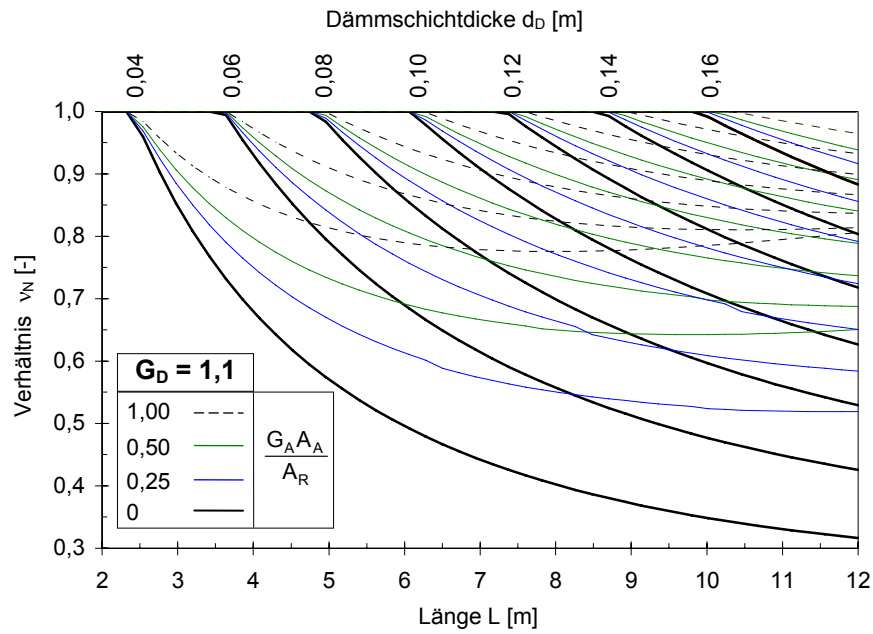


Abbildung 76: Bestimmung des Verhältniswertes v_N zur Ermittlung der Schnittgröße $N_{\Delta 9}$ bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 1,1 \text{ N/mm}^2$

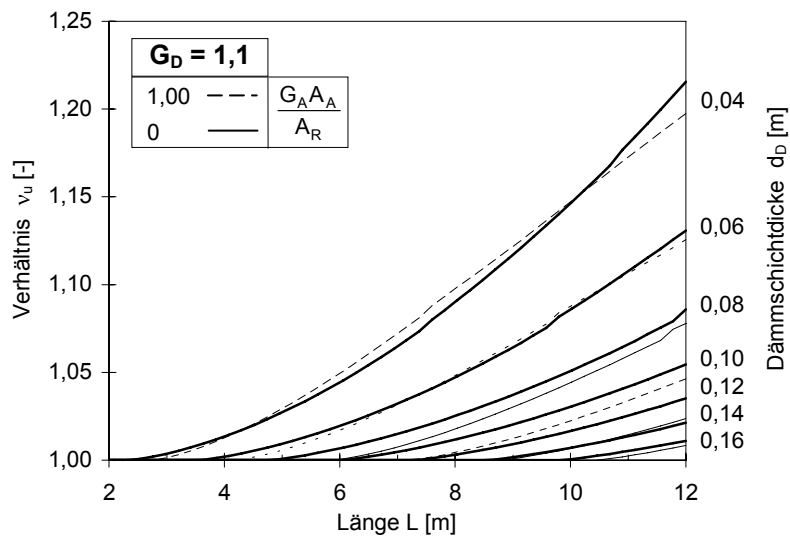


Abbildung 77: Bestimmung des Verhältniswertes v_u zur Ermittlung der Verformungsgröße $u_{\Delta 9}$ bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 1,1 \text{ N/mm}^2$

Wie aus Abbildung 77 ersichtlich wird ist der Einfluss einer abschnittsweise veränderlichen Verbundfugensteifigkeit auf die Verschiebung u_{A9} gering. Für die extremen Parameter ($L = 12 \text{ m}$, $d_D = 0,04 \text{ m}$) ergibt sich eine Korrektur der Verschiebung auf den nur 1,2-fachen Wert. Die Auswirkung der rasterbezogenen Schubsteifigkeit der Verbindungsmittel ist vernachlässigbar. Auf der sicheren Seite liegend kann für $L < 6 \text{ m}$ oder $d_D \geq 0,10 \text{ m}$ ein konstantes Verhältnis $v_u = 1,05$ angesetzt werden.

Das Überschreiten der Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ zwischen Dämmung und Beton wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit der Verwendung von XPS-Dämmstoff mit glatter Dämmstoffoberfläche zugeordnet. Die Darstellung der Verhältnismerte v_N und v_u kann nur in Abhängigkeit des verwendeten Verbindungsmittels und des verwendeten Dämmstoffes erfolgen. Gründe dafür sind die Vielzahl an Werkstoff- und Geometrieparameter im Schubspannungs-Gleitungs-Gesetz und die Unkenntnis von allgemeingültigen Zusammenhängen zwischen den mechanischen Eigenschaften von extrudierten Polystyrol-Dämmstoffen (XPS). Die gewählte Form der Ergebnisdarstellung beinhaltet die Abhängigkeit von der Dämmschichtdicke d_D und dem Verbindungsmittlraster A_R . Beispielhaft sind die Diagramme zur Ermittlung von v_N und v_u für die GFK-Verbindungsmittel entsprechend den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen *DIBt 2010*, *DIBt 2009* und für einen XPS-Dämmstoff mit geringer Rohdichte ρ_a in Abbildung 78 bis Abbildung 81 dargestellt.

Aus Abbildung 78 und Abbildung 79 wird eine sehr deutliche Abnahme der Normalkraft N_{A9} (geringer Wert v_N) beim Versagen des Haftverbundes in der Verbundfuge ersichtlich. Dies ist auf die geringe Reibkraft in der Verbundfuge zurückzuführen, welche nach dem Versagen über die Dämmung übertragen wird. Wird wiederum die Länge $L = 6 \text{ m}$ als praxisübliche Obergrenze angesehen, so ist eine genaue Berechnung der Normalkraft N_{A9} nur für Dämmschichtdicken $d_D < 0,12 \text{ m}$ relevant. Diese Aussage gilt für beide betrachteten GFK-Verbindungsmittel gleichermaßen. Die entsprechende Betrachtung für das Verhältnis v_u zeigt, dass für Dämmschichtdicken $d_D \geq 0,12 \text{ m}$ maximal die 1,25-fache Verschiebung u_{A9} zu erwarten ist. Der Einfluss des Verbindungsmittlrasters A_R ist bei der Ermittlung von v_N und v_u für Dämmschichtdicken $d_D > 0,04 \text{ m}$ vernachlässigbar gering.

Es muss darauf hingewiesen werden, dass der zu Grunde liegende XPS-Dämmstoff eine untere Grenze für den Schubmodul G_D darstellt. Aufgrund der konstanten Scherfestigkeit $\tau_{D,h}$ tritt mit ansteigendem Schubmodul G_D der Effekt der Normalkraftverminderung zunehmend bei größeren Dämmschichtdicken d_D auf. Parallel dazu ergeben sich geringere Werte für v_N und größere Werte für v_u . Allerdings ist die Verwendung von XPS-Dämmstoffen mit hohen Steifigkeiten und Festigkeiten in mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln aus Kostengründen in der Praxis unüblich.

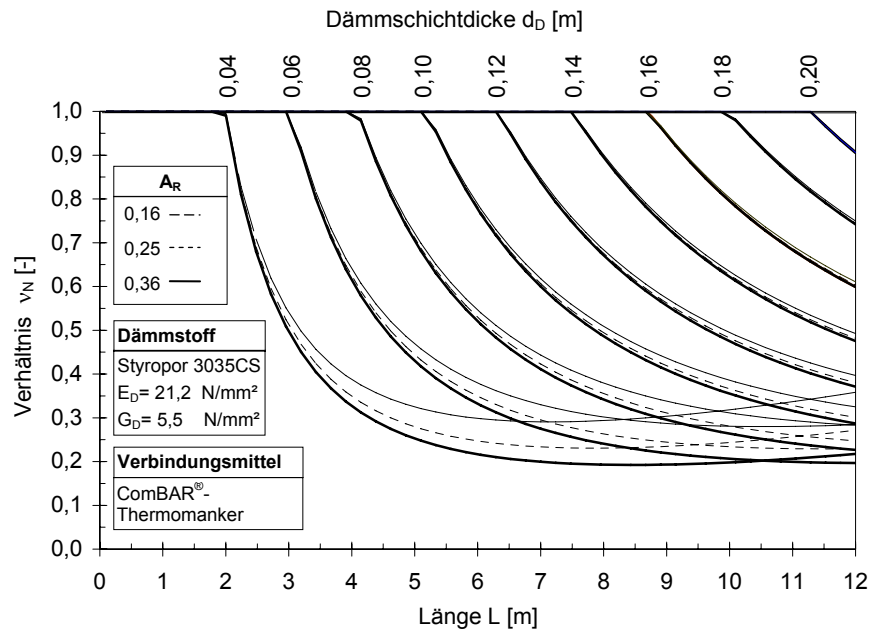


Abbildung 78: Bestimmung des Verhältniswertes v_N zur Ermittlung der Verformungsgröße $N_{\Delta 9}$ für das GFK-Verbindungsmittel nach *DIBt 2010* und einem Styropor® 3035CS

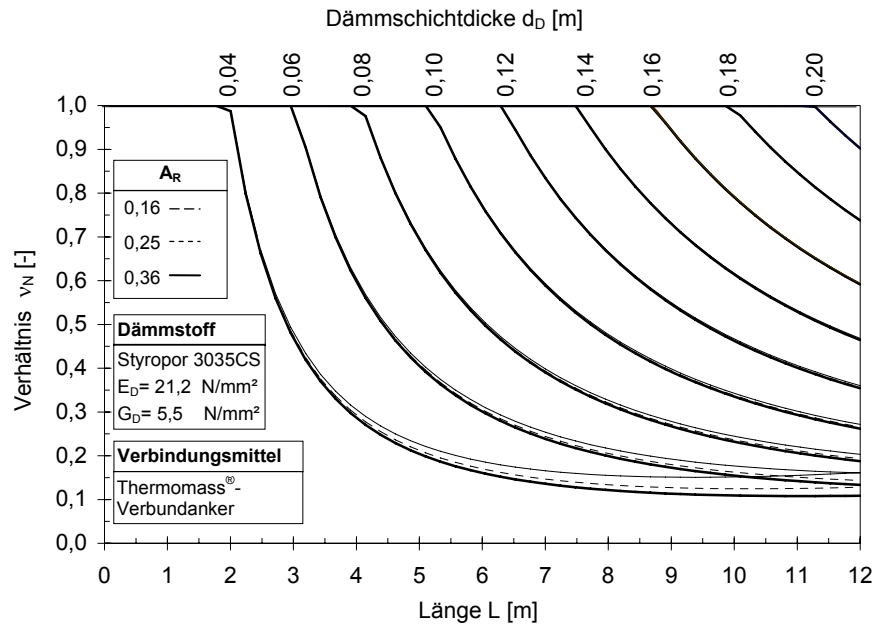


Abbildung 79: Bestimmung des Verhältniswertes v_N zur Ermittlung der Verformungsgröße $N_{\Delta 9}$ für das GFK-Verbindungsmittel nach *DIBt 2009* und einem Styropor® 3035CS

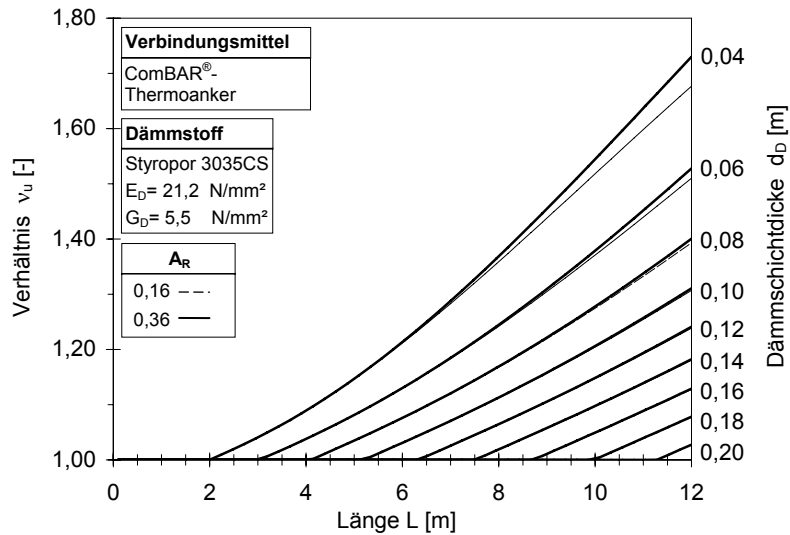


Abbildung 80: Bestimmung des Verhältniswertes v_u zur vereinfachten Ermittlung der Verformungsgröße $u_{\Delta 9}$ für das GFK-Verbindungsmittel nach *DIBt 2010* und einem Styropor® 3035CS

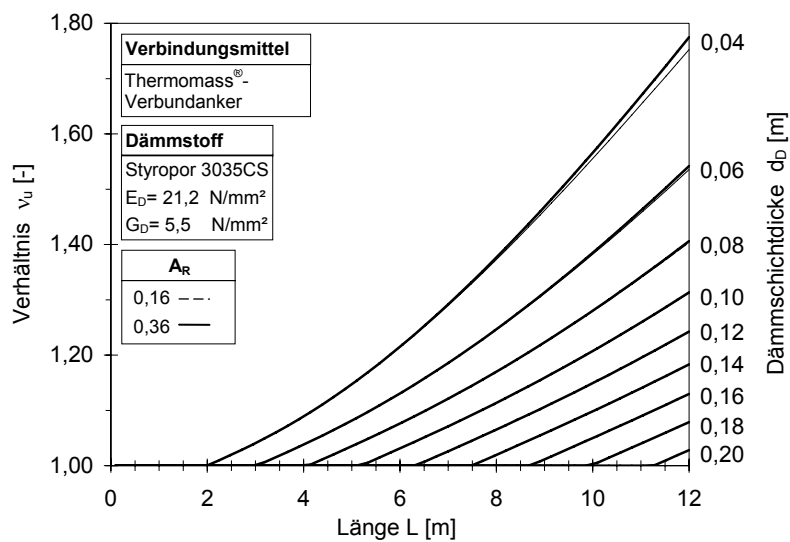


Abbildung 81: Bestimmung des Verhältniswertes v_u zur vereinfachten Ermittlung der Verformungsgröße $u_{\Delta 9}$ für das GFK-Verbindungsmittel nach *DIBt 2009* und einem Styropor® 3035CS

4.4.5 Berechnungsbeispiel

Mehrschichtiges Wandelement mit aufstehender Vorsatzschale

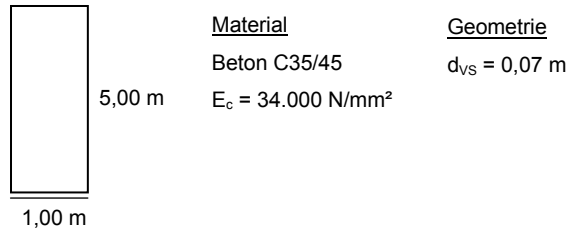


Abbildung 82: Abmessungen für das Berechnungsbeispiel

Eingangsgrößen die Diagramme zur Bestimmung der Korrekturfaktoren

Dämmschichtdicke	$d_D = 0,08 \text{ m}$
Dämmstoff	Styropor 3035CS
Verbindungsmittel	ComBAR®-Thermoanker
Verbindungsmittelrasterfläche	$A_R = 0,25 \text{ m}$ (Raster $0,5 \times 0,5 \text{ m}$)

Berechnung von Vorwerten

$$C_{v1} = \left(\frac{G_A \cdot A_A}{A_R} + G_D \right) \cdot \frac{b}{d_D} = (0,26 + 1,1) \cdot \frac{1}{0,08} = 17 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\Omega_1^* = \sqrt{\frac{C_{v1}}{E A_c}} = \sqrt{\frac{17}{34.000 \cdot 0,07 \cdot 1}} = 0,0845 \frac{1}{\text{m}}$$

Berechnung der maximalen Normalkraft $N_{\Delta 9}$

· Bestimmung der Stützweite L

$$L = 5,00 \text{ m} \quad (\text{Abkühlung})$$

· Ablesen des Korrekturbeiwertes aus Abbildung 78

$$v_N = 0,725$$

· Berechnung der Normalkraft $N_{\Delta 9, \text{lin}}$

$$N_{\Delta 9, \text{lin}} = E A_c \cdot \alpha_t \cdot \Delta \vartheta \cdot \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{2} \cdot \Omega_1^* \cdot L\right)} - 1 \right)$$

$$N_{\Delta 9, \text{lin}} = 34.000 \cdot 1 \cdot 0,07 \cdot 0,00001 \cdot -45 \cdot \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{2} \cdot 0,0845 \cdot 9,00\right)} - 1 \right)$$

$$N_{\Delta 9, \text{lin}} = 73,0 \text{ kN}$$

· Berechnung der Normalkraft $N_{\Delta 9}$

$$N_{\Delta 9} = v_N \cdot N_{\Delta 9, \text{lin}} = 0,725 \cdot 73,0 = 52,9 \text{ kN}$$

Berechnung der maximalen Relativverschiebung $u_{\Delta 9}$

· Bestimmung der Stützweite L

$$L = 2 \cdot \sqrt{5,00^2 + 1,00^2} = 10,2 \text{ m}^{1)} \quad (\text{Erwärmung})$$

¹⁾ Unter der Annahme des Verformungsruhepunktes am Wandfuß muss die Länge L verdoppelt werden.

· Ablesen des Korrekturbeiwertes aus Abbildung 80

$$v_u = 1,29$$

· Berechnung der Relativverschiebung $u_{\Delta 9, \text{lin}}$

$$u_{\Delta 9, \text{lin}} = \frac{\alpha_t \cdot \Delta 9}{\Omega_1^*} \cdot \tanh\left(\frac{1}{2} \cdot \Omega_1^* \cdot 2 \cdot L\right)$$

$$u_{\Delta 9, \text{lin}} = \frac{0,00001 \cdot 45}{0,0845} \cdot \tanh\left(\frac{1}{2} \cdot 0,0845 \cdot 18,4\right)$$

$$u_{\Delta 9, \text{lin}} = 3,5 \text{ mm}$$

· Berechnung der Relativverschiebung $u_{\Delta 9}$

$$u_{\Delta 9} = v_u \cdot u_{\Delta 9, \text{lin}} = 1,29 \cdot 3,5 = 4,5 \text{ mm}$$

4.5 Zusammenfassung

Das Kapitel 4 beinhaltet Untersuchungen zum Einfluss der zweiteiligen Schubspannungs-Gleitungsbeziehung der Verbundfuge nach Abschnitt 3.4.2 auf die Maximalschnittgröße $N_{\Delta\vartheta}$ und die die Maximalverformung $u_{\Delta\vartheta}$ im Lastfall $\Delta\vartheta$ mit dem Ziel der Erarbeitung von Hilfsmitteln zu deren vereinfachter Bestimmung.

Der Berechnung von Schnitt- und Verformungsgrößen liegt die Differentialgleichung des schubelastisch, gebetteten Balkens zugrunde. Entsprechend den Erkenntnissen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung erfolgt deren Lösung abschnittsweise mit zwei Bereichen unterschiedlicher Verbundfugensteifigkeit. Unterschieden werden der ungestörte und der gestörte Bereich der Dämmung. In allgemeiner Form werden Gleichungen für die Verläufe von $N(x)$, $u(x)$ und $\tau(x)$ angegeben.

Das Vorgehen zur Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößenverläufe unter Berücksichtigung der erarbeiteten Schubspannungs-Gleitungsbeziehungen nach Abbildung 68 wird in Abschnitt 4.3 erläutert. Entsprechend den Versagensarten in der Verbundfuge werden zwei Fälle für den gestörten Bereich der Dämmung unterschieden.

Für die Erarbeitung der Hilfsmittel zur vereinfachten Ermittlung der maximalen Zustandsgrößen werden die Versagensarten den Dämmstofftypen zugeordnet. Für den Dämmstofftyp EPS wird das Überschreiten der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ maßgebend. Für XPS-Dämmstoff mit glatter Oberfläche wird die Überschreitung der Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ angenommen. Diese Zuordnung stellt eine konservative Annahme dar. Die Hilfsmittel zur Berechnung werden für beide Fälle getrennt erarbeitet.

Das Konzept zur vereinfachten Ermittlung der maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen beruht auf deren anfänglichen Berechnung unter der Annahme einer vollständig ungestörten Verbundfuge (linear-elastische Schubspannungs-Gleitungs-Beziehung) und der anschließenden Korrektur dieser Ergebnisse durch Multiplikation mit den Faktoren v_N und v_u . Die Korrekturfaktoren resultieren aus der genauen Berechnung unter Ansatz der abschnittsweise unterschiedlichen Verbundfugensteifigkeit und ergeben sich nach der Gleichung (4.54) und der Gleichung (4.55).

Als Hilfsmittel werden Diagramme erarbeitet, welche das Ablesen der Korrekturfaktoren v_N und v_u in Abhängigkeit der Länge L und der Dämmstoffdicke d_D sowie der rasterbezogenen Verbindungsmittelsteifigkeit (bei EPS) und dem Verbindungsmittelraaster (bei XPS) ermöglichen. Im Vorfeld der durchzuführenden Studie wird der Einfluss einzelner Parameter auf das Berechnungsergebnis untersucht und Zusammenhänge zwischen mechanischen Eigenschaften erarbeitet, mit dem Ziel, die Anzahl der Parameter zu minimieren.

Schlussendlich können allgemeingültige, produktunabhängige Diagramme für die Verwendung von EPS-Dämmstoff angegeben werden. Die Hilfsmittel für XPS-Dämmstoff basieren hingegen auf spezifischen Eigenschaften des GFK-Verbindungsmittels und des verwendeten Dämmstoffes.

Abschließend lassen sich für den im Rahmen der Studie untersuchten Parameterumfang nach Tabelle 23 und unter den getroffenen Annahmen allgemeingültige Aussagen zum Einfluss der abschnittsweise unterschiedlichen Verbundfugensteifigkeit formulieren. Tabelle 26 gibt in Abhängigkeit vom verwendeten Dämmstofftyp den Parameterbereich an, in welchem eine Berechnung der Schnittgröße N_{A9} zu keiner Verbesserung des Ergebnisses führt ($v_N = 1$). Die Angabe des Korrekturfaktors v_u erfolgt konservativ. Für die Praxis bedeuten die Ergebnisse, dass eine genau Schnittgrößenermittlung erst ab Längen von $L > 6$ m zu wirtschaftlicheren Bemessungsergebnissen führen.

Tabelle 26: Übersicht über den Wertebereich der Parameter mit einem Faktor $v_N = 1$ in Abhängigkeit vom verwendeten Dämmstofftyp

Dämmstoff Typ	Länge L	Dämmstoff- dicke d _D	Korrektur- faktor v _u	Gültigkeits- bereich
	[m]	[m]	[-]	[N/mm²]
EPS	≤ 6	≥ 0,10	1,05	G _D ≥ 1,1
XPS ¹⁾		≥ 0,12	1,25	G _D ≤ 5,5
¹⁾ gilt nur für glatte Dämmstoffoberflächen				

Eine kritische Betrachtung der Ergebnisse zeigt, dass die Ermittlung der Normalkraft N_{A9} unter Berücksichtigung der abschnittsweise unterschiedlichen Verbundfugensteifigkeit konservativ erfolgt, da die maximale Schubsteifigkeit der Dämmung ohne Berücksichtigung von steifigkeitsabmindernden Einflüssen wie zyklische Beanspruchung oder Kriechen des Dämmstoffes unter Dauerlast (aus Lastfall Eigenlast) angesetzt wird. Diese Vernachlässigung führt bei der Berechnung der Verformung u_{A9} zu Ergebnissen auf der unsicheren Seite. Allerdings kann als Grenzwert auf der sicheren Seite stets die Verformung unter vollständiger Vernachlässigung der Verbundfugensteifigkeit ermittelt werden.

Um den günstigen Einfluss der Dämmung auf die Verformung u_{A9} zu quantifizieren, sind weiterführende Betrachtungen notwendig. Erste Anhaltspunkte finden sich in den Arbeiten zum Langzeitverhalten von extrudiertem Polystyrol von *Fouad 2008* und *Krollmann 1995* aus denen unter anderem eine deutliche Kriechneigung des Materials bei Schubspannungen von $\tau_D = 0,25 \cdot \tau_{D,s}$ hervorgeht. Ähnliche Betrachtungen sind auch für das Langzeitverhalten der GFK-Verbindungsmitel anzustellen.

5 Berechnung mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung

Mit zunehmender Schlankheit des Bauteils kann nicht mehr von der Annahme einer unendlich biegesteifen Tragschale (Utescher 1973) ausgegangen werden. Aus statischer Sicht ist das Wandelement als Verbundbauteil zu betrachten, dessen Schnitt- und Verformungsgrößen nach der Theorie des elastischen Verbundes bzw. der Sandwichtheorie zu berechnen sind. Einleitend wird eine Übersicht über die Berechnung von Verbundbauteilen verschiedener Bauweisen gegeben und diese diskutiert. Als Grundlage für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchtauglichkeit werden für verschiedene Lastfälle und zwei Lagerungsvarianten geschlossene, analytische Gleichungen zur Berechnung der maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen infolge Verbundtragwirkung hergeleitet. Anschließend wird in einer Vergleichsrechnung die Relevanz einzelner Lastfälle und in Parameterstudien der Einfluss einzelner Geometrie- und Materialparameter auf die Beanspruchung in den Verbindungsmitteln und der Vorsatzschale untersucht. Für die relevanten Lastfälle und Lagerungsbedingungen werden grafische Berechnungshilfen zur einfachen Ermittlung der maximalen Schnittgrößen in der Vorsatzschale und der Relativverschiebung zwischen den Schalen erarbeitet. Abschließend werden allgemeingültige Aussagen formuliert, in welchen Fällen auf eine aufwändige Berücksichtigung der Verbundtragwirkung verzichtet werden kann.

5.1 Aktueller Stand zu Arbeiten der Verbundtheorie

Zur Berechnung von Verbundkonstruktionen verschiedener Materialkombinationen existiert eine umfangreiche Anzahl an wissenschaftlichen Publikationen. Die folgende Übersicht gibt eine Zusammenfassung über häufig zitierte Arbeiten und beleuchtet die aktuell bedeutsamen Berechnungsverfahren näher. Sie erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Es wird das Ziel verfolgt, die theoretischen Ansätze in Bezug auf die Problemstellungen der vorliegenden Arbeit zu überprüfen und gegebenenfalls zu übernehmen. Weiterführende Literaturverweise sind in *Natterer 1987* und *Hoeft 1994* enthalten.

5.1.1 Arbeiten aus dem Gebiet des Holzbaus

Grundlegende experimentelle und theoretische Untersuchungen an Trägern mit nachgiebigen Verbindungsmitteln und verbundenen Holzquerschnitten gehen auf *Stüssi 1943*, *Möhler 1956* und *Pischl 1966, 1968* zurück. Die Betrachtungen beinhalten die häufig in der Praxis vorkommenden Fälle von Einfeld- und Zweifeld-Biegeträgern und druckbeanspruchten Pendelstäben. Für zweiteilig und dreiteilig symmetrische Querschnitte werden Differentialgleichungen hergeleitet und für den Einfeldträger unter einer Einzel- oder einer Streckenlast gelöst. Die Erweiterung der Betrachtungen auf aus beliebig vielen Einzelquerschnitten zusammengesetzten Biegeträgern erfolgt von *Schelling 1969* und ist auch für unsymmetrische Gesamtquerschnitte anwendbar.

Eine praxisgerechtes Bemessungsverfahren wird von *Möhler 1956* vorgeschlagen und von *Schelling 1969* übernommen. Es basiert auf der vereinfachten Berechnung

der Zustandsgrößen unter Annahme einer sinusförmigen Belastung $p(x)$. Unter dem proportionalen Verlauf des Momentes $M(x)$ errechnet sich ein konstanter Abminderungsfaktor γ für den Steiner-Anteil der Biegesteifigkeit über die gesamte Trägerlänge. Damit besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Krümmung $\kappa(x)$ und Biegemoment $M(x)$. Die Berechnung der Zustandsgrößen (Schnitt- und Verformungsgrößen) und Spannungen kann mit den bekannten Gleichungen der technischen Biegelehre erfolgen. Das sogenannte γ -Verfahren ist seit 1969 (Kneidl 1991) Stand der Technik und auch in der aktuellen Norm für Holzbauwerke in DIN 1052 enthalten.

Basierend auf den Arbeiten von Schelling 1969 entwickelt Papsch 1976 eine allgemeingültige Stabtheorie, welche die Problemstellungen von Kippen, Knicken, Biegedrillknicken und Instabilität infolge Torsionsmomente berücksichtigt. Für beide Arbeiten ist festzuhalten, dass für den Fall mehrteiliger Querschnitte nur Näherungslösungen möglich sind, welche auf einem Fourierreihenansatz zurückgehen.

Gollwitzer 2004, 2007, 2008 leitet basierend auf der Differentialgleichungsmethode eine analytische Lösung für allgemeine Randbedingungen für den zweiteiligen nachgiebigen Verbundquerschnitt her. Ausgehend von der Arbeit von Schuler 1986 hebt er die dortige Einschränkung abhängiger Längsverschiebungen zwischen beiden Querschnittsteilen auf. Unter der Vorgabe konkreter Randbedingungen und einer Streckenlast p nutzt er die Lösung zum Vergleich mit dem in der Arbeit entwickelten finiten Stabelement zur Berechnung von Verbundrippenschalen.

Weitere auf Differentialgleichungen basierende Arbeiten für Holzverbundtragwerke zielen auf das Tragverhalten geschichteter Holzstrukturen und beinhalten die Entwicklung numerischer Berechnungsalgorithmen. Hoeft 1994 erweitert die Theorie auf beliebig verzweigte und mehrfach geschlossene Querschnitte nach Theorie I. und II. Ordnung. Kneidl 1991 geht in seinen Betrachtungen von der Annahme affiner Biegelinien aus und berücksichtigt zudem die Schubverformungen der Einzelquerschnitte. Er entwickelt einen iterativen Algorithmus zur Bestimmung der Traglast von Stabzügen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens von Holz.

Das Berechnungsverfahren der Schubanalogie nach Kreuzinger 2000, 2002 beruht auf einem Ersatzstabmodell wie in Abbildung 83 dargestellt. Dabei wird ein Verbundträger in zwei Träger A und B aufgeteilt und über vertikale Pendelstäbe mit der Bedingung gleicher Durchbiegung gekoppelt. Im Träger A werden die Eigenbiegesteifigkeiten aller Querschnittsteile zusammengefasst. Dem Träger B wird die Biegesteifigkeit der Steiner-Anteile zugewiesen sowie eine reduzierte Schubsteifigkeit, welche die Nachgiebigkeit der Verbundfuge berücksichtigt.

Das Verfahren ergibt nach Kreuzinger 1999 für gerade und statisch bestimmt gelagerte Biegeträger die strenge Lösung der Differentialgleichung. Mit zunehmender Fugenweichheit und bei entsprechend großer Anzahl von Einzelquerschnitten führt das Verfahren zunehmend zu abweichenden Ergebnissen. Für die meisten baupraktisch relevanten Fälle ergibt sich eine hinreichend genaue Näherungslösung (Pirazzi 2005).

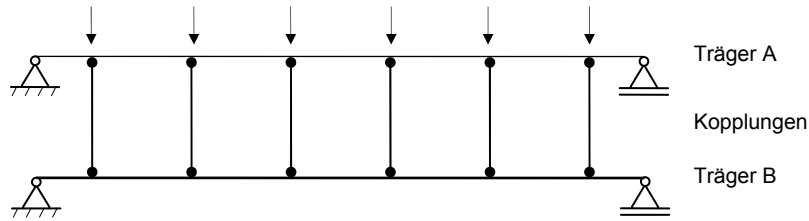


Abbildung 83: Ersatzstabmodell für das Verfahren der Schubanalogie nach Kreuzinger 2000, 2002

Die Berechnung des Ersatzsystems ist mit gängigen Stabstatikprogrammen, welche Schubverformungen berücksichtigen, problemlos möglich. Einen genauen Überblick über die Grenzen des Schubanalogieverfahrens zeigt Scholz 2004a, 2004b. Er erweitert das Modell um einen Ersatzstab C, wodurch Stabilitätsberechnungen nach Theorie II. Ordnung möglich sind. Die erweiterte Schubanalogie ist Bestandteil der Holzbaunorm DIN 1052.

Mit der Zunahme der Leistungsfähigkeit der Rechentechnik erfolgt die Berechnung von Verbundsystemen mit komplexeren Stabwerkmodellen. Dabei werden die einzelnen Schichten als Stäbe angenommen, welche derart gekoppelt sind, dass sie die gleiche Biegelinie aufweisen. Die Nachgiebigkeit der Verbundfuge wird über dehn- und biegeeweiche Stäbe oder Federelemente abgebildet. Deren Steifigkeit wird so eingestellt, dass das Verbundsystem realistisch abgebildet wird. Beispiele für derartige Ersatzsysteme aus der Literatur sind in Abbildung 84 dargestellt.

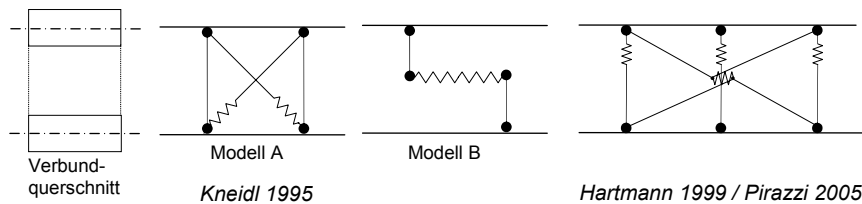


Abbildung 84: Ersatzsysteme für einen zweiteiligen Verbundquerschnitt

Kneidl 1995 stellt ein Stabwerkmodell (Modell A) vor, in dem die vertikalen Pendelstäbe mit diagonalen dehnweichen Stäben oder Federn ausgekreuzt sind. Für die Ermittlung der Dehnsteifigkeit bzw. der Federsteifigkeit werden einfache Zusammenhänge in Abhängigkeit vom Hebelarm zwischen den Schichten, vom Verbindungsmittelabstand und von der Fugensteifigkeit angegeben. Eine Alternative stellt das System B dar. Hier sind die Rahmenstiele als Kragarme biegesteif an die Gurte angeschlossen und über eine Horizontalfeder miteinander gekoppelt. Pirazzi 2005 entwickelt das von Hartmann 1999 vorgestellte kombinierte Pendelstab-Federmodell weiter, indem er eine zusätzliche vertikale Feder zum Abtrag der Schubkräfte vorsieht. Als ein Vorteil dieses Modells wird genannt, dass keine ungewollten Momente in die Gurte eingebracht werden.

5.1.2 Arbeiten aus dem Gebiet des Leichtbaus

Für Sandwichelemente mit metallischen biegeweichen oder biegesteifen Deckschichten und schubsteifer Kerndämmung erfolgt die Berechnung der Zustandsgrößen nach der Sandwichtheorie. *Allen 1969* fasst den aktuellen Stand zur Sandwichtheorie der Jahre 1948 bis 1960 zusammen und geht auf die Berechnung von Sandwichbalken und -stützen mit der Energiemethode ein. *Dundrova 1970* und *Stamm 1969, 1974* legen den Fokus auf die Differentialgleichungsmethode. Für den Sandwichbalken mit ebenen, dicken Deckschichten werden geschlossene Lösungen für eine konstante Streckenlast $q(x)$ und eine Einzelkraft in Feldmitte P unter variierenden Randbedingungen (ohne und mit Stirnplatte) angegeben. Für den statisch bestimmt gelagerten Balken wird eine geschlossene Lösung unter einem Temperaturunterschied zwischen den Deckschichten hergeleitet.

Die Lösung der Differentialgleichung findet in einer Reihe von Arbeiten zum Tragverhalten und für die Bemessung von Profilsandwichplatten mit Stahldeckschichten und Polyurethan-Hartschaumkern (*Berner 1978, Linke 1978, Stamm 1984*) Anwendung. Numerische Rechenverfahren für ein- und mehrfeldrige Sandwichplatten sind in *Schwarze 1984* basierend auf dem Kraftgrößenverfahren und in *Jungbluth 1986* basierend auf dem Differenzenverfahren vorgestellt. Ein Nähungsverfahren für alle relevanten Belastungen mit geschlossenen Formeln für statisch bestimmt gelagerte Einfeldträger ist in *Wölfel 1987* enthalten.

Die Analogie zwischen dem dreischichtigen Sandwichverbundbalken nach der Sandwichtheorie und dem Balken mit zwei nachgiebig verbundenen Querschnittsteilen nach der Theorie des elastischen Verbundes zeigt *Aicher 1987* auf und stellt den Ansatz für ein modifiziertes γ -Verfahren vor, welches eine genaue Berechnung von durchlaufenden Sandwichbalken ermöglicht.

5.1.3 Arbeiten aus dem Gebiet des Stahl-Verbundbaus

Grundlegende Arbeiten zur Theorie des elastischen Verbundes bei Stahl-Verbundträgern bei denen Schubkräfte durch Dübel zwischen Beton und Stahlsteg übertragen werden, gehen auf *Hoischen 1952, 1954, Homberg 1952* und *Heilig 1953* zurück. Die Betrachtungen befassen sich mit der Lösung der Differentialgleichung am statisch bestimmten Einfeldträger. *Sattler 1955* erweitert die Betrachtungen um die Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons und gibt strenge Lösungen für die Lastfälle einer konstanten Streckenlast p , einer Momentenbelastung M_0 , einer Einzellast P und einer Horizontalkraft H in Schwerachse der Betonschicht an. Darüber hinaus wird ein numerisches Nähungsverfahren basierend auf einem Stabwerkmodell vorgestellt, welches unterschiedliche Querschnittsabmessungen, Fugensteifigkeiten über die Trägerlänge und die Vorspannung des Betongurtes für statisch bestimmte und unbestimmte Systeme berücksichtigt. Dazu werden für die kontinuierliche elastische Verbindung horizontale Federn angesetzt, deren Schubkräfte über die Kraftgrößenmethode berechnet werden.

Eine große Anzahl neuerer Arbeiten aus dem Bereich des Stahl-Beton-Verbundbaus beinhalten die Entwicklung von finiten Elementen zur Berechnung des elastischen Verbundes unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens. Eine umfangreiche Literaturliste enthält *Gollwitzer 2007*.

Im Bereich des Holz-Beton-Verbundbaus fasst *Natterer 1987* den aktuellen Stand zur Berechnung, Proportionierung und Bemessung derartiger Verbundelemente umfassend zusammen. Für das statische System des Einfeldträgers werden geschlossene Lösungen des gekoppelten Differentialgleichungssystems für gleichförmige, lineare und sinusförmige Belastungen sowie für eine Einzellast an beliebiger Stelle und Zwangsbeanspruchung angegeben.

5.1.4 Wahl des Berechnungsverfahrens

Aus der Literatur geht hervor, dass sich analytische, geschlossene Gleichungen zur Berechnung von Schnitt- und Verformungsgrößen nur durch Lösen der Differentialgleichungen der Theorie des elastischen Verbundes ergeben. Für zweiteilige und dreiteilig symmetrische Querschnitte sind diese Gleichungen für eine Reihe von Lastfällen für statisch bestimmte Einfeldträger angegeben. Auf die Nutzung von Näherungsverfahren wird verzichtet. So geht das γ -Verfahren von einer sinusförmigen Belastung aus. Bei anderen Lastfällen treten Fehler gegenüber der strengen Lösung der Differentialgleichung auf. Die Größe dieser Abweichung ist für die verschiedenen auf das Wandelement einwirkenden Lastfälle im Vorfeld nicht abschätzbar. Für das Berechnungsverfahren der Schubanalogie wird von *Pirazzi 2005* festgestellt, dass bei geringer Verbundfugensteifigkeit von einer Zunahme des Fehlers auszugehen ist. Der Verbund zwischen den Betonschalen im Wandelement ist für alle Fälle als weich einzustufen. Mit dem Ziel praxistaugliche Werkzeuge für die Ermittlung von Schnitt- und Verformungsgrößen infolge der Verbundtragwirkung zu erarbeiten, werden numerische Berechnungsverfahren nicht als zielführend angesehen. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit der Weg verfolgt, basierend auf dem gekoppelten Differentialgleichungssystem der linearen Theorie des elastischen Verbundes bzw. der linearen Sandwichtheorie für die relevanten Lastfälle geschlossene Gleichungen herzuleiten. Auf Grundlage dieser strengen Lösungen werden anschließend numerische Untersuchungen zum Einfluss der Verbundtragwirkung durchgeführt.

5.2 Herleitung des gekoppelten Differentialgleichungssystems des dreischichtigen Sandwichverbundbalkens

5.2.1 Allgemeines und Annahmen der Herleitung

Die Herleitung des Differentialgleichungssystems erfolgt auf Basis der unbekannten Trägerdurchbiegung w . Im Gegensatz zu den Arbeiten zur Sandwichtheorie (*Stamm 1969, 1974*) in denen die Gleitung bzw. der Schubwinkel γ die zweite Verformungsgröße darstellt, wird in der vorliegenden Herleitung die Relativverschiebung u der Deckschichten eingeführt. Für den zu Grunde liegenden Anwendungsfall der mehrschichtigen Wandtafeln ist diese Größe direkt für den Nachweis der stabförmigen Verbindungsmittel erforderlich.

Die Herleitung orientiert sich an der grundlegenden Arbeit von *Stamm 1974* unter der zusätzlichen Berücksichtigung unabhängiger Längsverschiebungen der Betonschalen nach *Gollwitzer 2007*. Es erfolgt eine Erweiterung der Theorie um die zusätzlichen Lastfälle:

- Trapezlast,
- Temperaturdifferenz zwischen den Schalen und
- Temperaturdifferenz über die Schalenhöhe der Vorsatzschale.

Folgende Annahmen werden getroffen:

- (1) Für alle Schichten (Wärmedämmung und Beton) gilt linear-elastisches Materialverhalten (Hook'sches Gesetz) $\sigma = E \cdot \varepsilon$ und $\tau = G \cdot \gamma$.
- (2) Die Betrachtungen an mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln erfolgen anhand der Balkentheorie.
- (3) Für beide Deckschichten gilt die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte. Schubverformungen werden nicht berücksichtigt.
- (4) Die Mittelebenen der Deckschichten sind bei Belastung parallel. Die Durchbiegung und Krümmung der Teilquerschnitte sind an jeder Stelle starr gekoppelt.
- (5) Vorausgesetzt ist eine homogene und biegeeweiche Kernschicht. ($\sigma_{x,s} = 0$, $\tau_{zx,s} = \text{konst.}$)
- (6) Eine Unzusammendrückbarkeit in z-Richtung wird angenommen. ($E_{z,1} = E_{z,K} = E_{z,2} = \infty$)
- (7) Es gilt die Theorie kleiner Verformungen.
- (8) Die Teilquerschnitte sind über die Länge konstant, rechteckig und einfach symmetrisch zur x-z-Ebene.
- (9) Der geometrische Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes stellt die Bezugsgröße für die Schnitt- und Verformungsgrößen dar.

Für eine übersichtliche Darstellung der mathematischen Zusammenhänge wird eine Reihe von Abkürzungen eingeführt, welche Tabelle 27 zusammengestellt sind.

5.2.2 Herleitung der Differentialgleichungen

Der dreischichtige Sandwichverbundbalken besteht aus zwei außen liegenden Deckschichten S_1 und S_2 (Vorsatz- und Tragschale) sowie der innenliegenden Kernschicht S_v , die zug- und schubfest miteinander verbunden sind. Den Deckschichten sind die Biegesteifigkeiten:

$$B_{1,2} = E_{1,2} \cdot I_{1,2} \quad (5.1)$$

und Dehnsteifigkeiten:

$$D_{1,2} = E_{1,2} \cdot A_{1,2} \quad (5.2)$$

der schubweichen Kernschicht S_v die Schubsteifigkeit:

$$T_v = G_v \cdot A_v \quad (5.3)$$

zugeordnet. Es gelten die geometrischen Beziehungen am Querschnitt nach Abbildung 85.

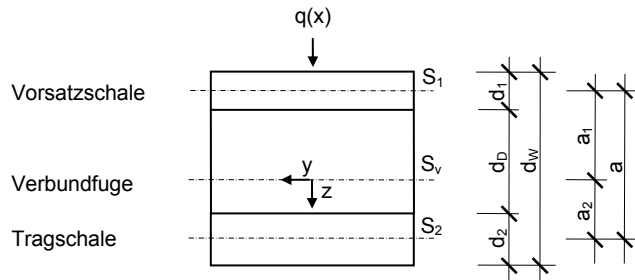


Abbildung 85: Querschnitt für den dreischichtigen Sandwichverbund nach Stamm 1974

Es gelten die geometrischen Zusammenhänge:

$$d_w = d_1 + d_0 + d_2 \quad \text{und} \quad (5.4)$$

$$a = a_1 + a_2 = 0,5 \cdot (d_1 + d_2) + d_0. \quad (5.5)$$

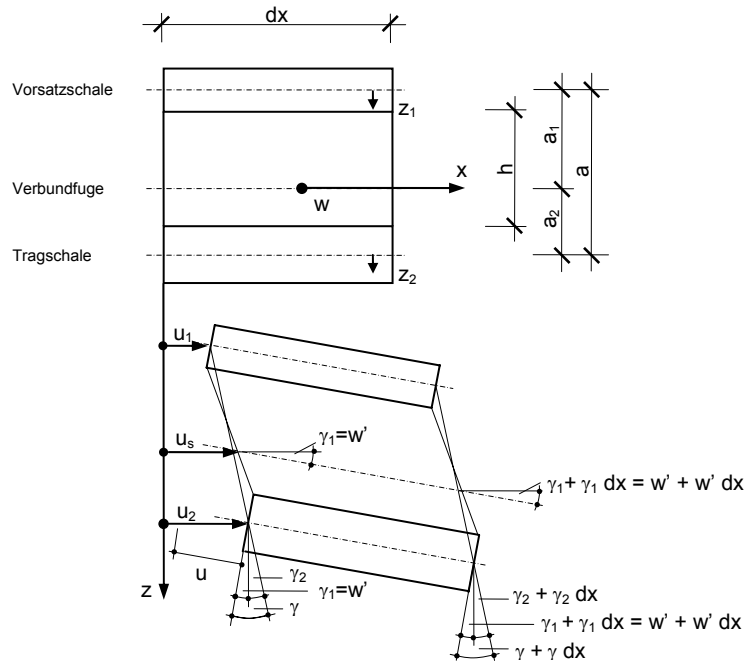


Abbildung 86: Verschobenes und verformtes Element eines dreischichtigen Sandwichbalkens

Für die unbekannten Größen w und u lassen sich kinematischen Beziehungen nach Abbildung 86 aufstellen:

Tabelle 27: Zusammenfassung von Bezeichnungen und Abkürzungen

	Bezeichnung	Beschreibung
1	Index ₁	Vorsatzschale
2	Index ₂	Tragschale
3	d ₁ , d ₂	Dicke von Vorsatz- und Tragschale
4	b	Breite von Vorsatz- und Tragschale (b = 1 m)
5	D ₁ = E _c · d ₁ · b	Dehnsteifigkeit der Vorsatzschale
6	D ₂ = E _c · d ₂ · b	Dehnsteifigkeit der Tragschale
7	$B_1 = \frac{E_c \cdot b \cdot d_1^3}{12}$	Biegesteifigkeit der Vorsatzschale
8	$B_2 = \frac{E_c \cdot b \cdot d_2^3}{12}$	Biegesteifigkeit der Tragschale
9	$B_s = \frac{D_1 \cdot D_2 \cdot a^2}{D_1 + D_2}$	Biegesteifigkeit (Steiner-Anteil)
10	B = B ₁ + B ₂ + B _s	Gesamtbiegesteifigkeit
11	$a_1 = \frac{D_2}{D_1 + D_2} \cdot a$	Abstand zw. Querschnittsschwerachse und Schwerachse der Vorsatzschale
12	$a_2 = \frac{D_1}{D_1 + D_2} \cdot a$	Abstand zw. Querschnittsschwerachse und Schwerachse der Tragschale
13	$a = a_1 + a_2 = \frac{d_1 + d_2}{2} + d_D$	Abstand zwischen den Schwerachsen der Teilquerschnitte
14	$\alpha = \frac{B_1 + B_2}{B_s}$	Material- und Geometrieparameter
15	$\omega^2 = C_v \cdot \frac{D_1 + D_2}{D_1 \cdot D_2}$	
16	$\Omega^2 = \omega^2 \cdot \frac{(\alpha + 1)}{\alpha}$	Relative Fugensteifigkeit
17	Ω · L	Fugenkennzahl, Schubeinflusszahl

$$\gamma(x) = \frac{d_D}{a} \cdot \gamma_v(x), \quad (5.6)$$

$$\gamma_1(x) = w'(x), \quad (5.7)$$

$$\gamma_2(x) = \frac{u_2(x) - u_1(x)}{a}, \quad (5.8)$$

$$\gamma(x) = \gamma_1(x) + \gamma_2(x) = w'(x) + \frac{u_2(x) - u_1(x)}{a}, \quad (5.9)$$

$$u(x) = a \cdot \gamma(x) = a \cdot w'(x) + u_2(x) - u_1(x). \quad (5.10)$$

Die Verschiebungen der Deckschichten sowie deren Ableitung nach x , die Dehnungen, ergeben sich zu:

$$u_{1,2}(x) = u_D(x) + a_{1,2} \cdot \gamma_2(x) + z_{1,2} \cdot \gamma_{1,2}(x) \quad (5.11)$$

$$u'_{1,2}(x) = \varepsilon_{1,2}(x) = u'_D(x) + a_{1,2} \cdot \gamma'_2(x) + z_{1,2} \cdot \gamma'_{1,2}(x) \quad (5.12)$$

Die Schnittgrößen des gesamten Verbundes sowie die Teilschnittgrößen der Einzelschichten des dreischichtigen Sandwichverbundes sind am unverformten differentiellen Element in Abbildung 87 dargestellt.

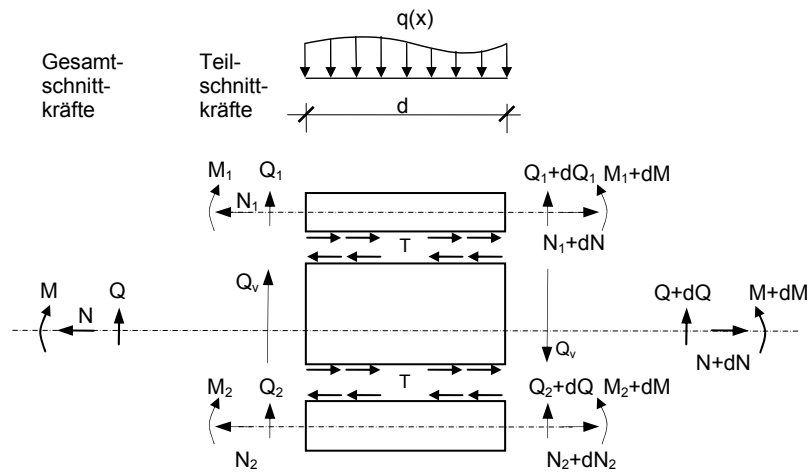


Abbildung 87: Schnittgrößen am differentiellen Element des dreischichtigen Sandwichverbundes nach Gollwitzer 2007

Für das Gleichgewicht der horizontalen Kräfte gilt am Gesamtquerschnitt:

$$-N_1 + N_1 + dN_1 - N_2 + N_2 + dN_2 = 0 \quad (5.13)$$

beziehungsweise

$$N'_1(x) + N'_2(x) = 0. \quad (5.14)$$

Für das Gleichgewicht zwischen Teilschnittgrößen und Gesamtschnittgrößen um den geometrischen Schwerpunkt gelten folgende Gleichungen:

$$N(x) = N_1(x) + N_2(x), \quad (5.15)$$

$$M(x) = N_1(x) \cdot a_1 - N_2(x) \cdot a_2 + M_1(x) + M_2(x), \quad (5.16)$$

$$Q(x) = Q_V(x) + Q_1(x) + Q_2(x) = T(x) \cdot a + Q_1(x) + Q_2(x), \quad (5.17)$$

wobei

$$M_S(x) = N_1(x) \cdot a_1 - N_2(x) \cdot a_2 \text{ und} \quad (5.18)$$

$$Q_S(x) = T(x) \cdot d \quad (5.19)$$

das Moment aus der Verbundbiegetragwirkung und die Schubkraft der Kernschicht darstellen. Die Teilschnittgrößen lassen sich durch die Spannungen in den Teilquerschnitten ausdrücken (Abbildung 88).

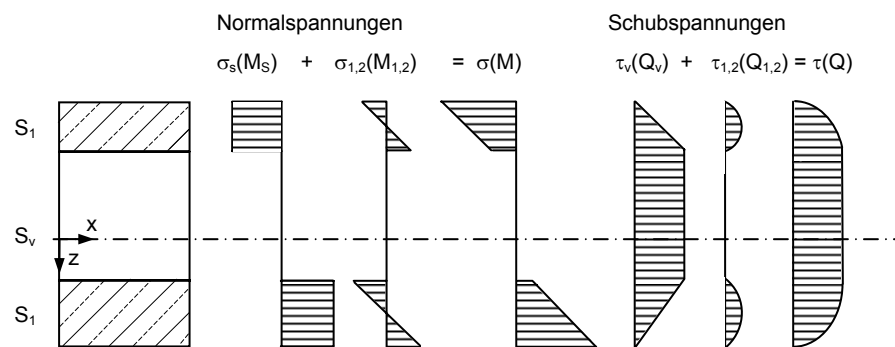


Abbildung 88: Spannungsverteilung über den Verbundquerschnitt nach Stamm 1974

Durch Integration über die Flächen der Teilquerschnitte und Berücksichtigung der Gleichungen (5.15) bis (5.17) ergeben sich die Gesamtschnittgrößen zu:

$$\begin{aligned}
 N(x) &= \int_A \sigma \cdot dA = \int_{A_1} \sigma_s \cdot dA_1 + \int_{A_2} \sigma_s \cdot dA_2, \\
 M(x) &= \int_A \sigma \cdot z \cdot dA = \int_{A_1} \sigma_1 \cdot z_1 \cdot dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 \cdot z_2 \cdot dA_2 + \int_{A_1} \sigma_s \cdot a_1 \cdot dA_1 + \int_{A_2} \sigma_s \cdot a_2 \cdot dA_2, \\
 Q(x) &= \int_A \tau \cdot dA = \int_A \tau_v \cdot dA + \int_{A_1} \tau_1 \cdot dA_1 + \int_{A_2} \tau_2 \cdot dA_2.
 \end{aligned} \quad (5.20)a,b,c$$

Normalkraft N_1 in der Deckschicht S_1 Normalkraft N_2 in der Deckschicht S_2
 Eigenbiegemomente M_1 und M_2 der Deckschichten Moment M_s aus Verbundtragwirkung
 Querkraft Q_v infolge Verbundtragwirkung Querkräfte Q_1 und Q_2 infolge Eigenbiegung der Deckschichten S_1 und S_2

Über das Materialgesetz werden die statischen und die kinematischen Größen miteinander verknüpft. Für linear-elastisches Materialverhalten ergibt sich für die Dehnungen der Deckschichten:

$$\sigma_{1,2} = E_{1,2} \cdot \varepsilon_{1,2} \quad (5.21)$$

Für die Schubverzerrungen lässt sich das Materialgesetz unter Berücksichtigung von Gleichung (5.6) wie folgt anschreiben:

$$\tau_v = G_v \cdot \gamma_v = \frac{a}{d_D} \cdot G_v \cdot \gamma \quad (5.22)$$

Durch Einfügen der Gleichungen (5.12), (5.7) und (5.8) in (5.21) und anschließendes Einsetzen in die Gleichungen (5.20)a,b ergeben sich die Schnittgrößen N und M in Abhängigkeit der Verzerrungen zu:

$$N(x) = (D_1 + D_2) \cdot u'_s(x), \quad (5.23)$$

$$M(x) = (D_2 \cdot a_2^2 - D_1 \cdot a_1^2) \cdot \left(\frac{u'(x)}{a} - w''(x) \right) + (B_1 + B_2) \cdot w''(x). \quad (5.24)$$

Die Querkraft infolge Sandwichtragwirkung resultiert aus der Integration des ersten Terms von Gleichung (5.20)c unter Berücksichtigung des Materialgesetzes nach Gleichung (5.22) zu

$$Q_v(x) = A_v \cdot G_v \cdot \frac{u(x)}{d_D}. \quad (5.25)$$

Durch Addition der Querkraftanteile Q_1 und Q_2 infolge Eigenbiegetragwirkung der Deckschichten, welche sich aus der ersten Ableitung der Eigenbiegemomente ergeben, folgt die Gesamtquerschnittsquerkraft:

$$Q(x) = A_v \cdot G_v \cdot \frac{u(x)}{d_D} + (B_1 + B_2) \cdot w'''(x). \quad (5.26)$$

Zusammenfassend können die Schnittgrößen mit den Abkürzungen:

$$B_s = \frac{D_1 \cdot D_2 \cdot a^2}{D_1 + D_2}, \quad (5.27)$$

$$B_e = B_1 + B_2, \quad (5.28)$$

$$B = B_1 + B_2 + B_s, \quad (5.29)$$

$$C^* = C_v \cdot a^2 \quad (5.30)$$

wie folgt angeschrieben werden:

$$N(x) = (D_1 + D_2) \cdot u'_s(x),$$

$$M(x) = \frac{B_s}{a} \cdot u'(x) - B \cdot w''(x),$$

$$Q(x) = \frac{C^*}{a} \cdot u(x) - B_e \cdot w'''(x). \quad (5.31)a,b,c$$

Die Kopplung der Schnittgrößen erfolgt über die Gleichgewichtsbedingungen, welche am unverformten differentiellen Element aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} \sum M(x): \frac{dM(x)}{dx} - Q(x) &= 0, \\ \sum V(x): \frac{dQ(x)}{dx} + q(x) &= 0, \end{aligned} \quad (5.32)a,b$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (5.31)b,c in die Gleichgewichtsbedingungen (5.32) ergibt sich das gekoppelte Differentialgleichungssystem mit den Unbekannten $u(x)$ und $w(x)$:

$$B_s (u''(x) - a \cdot w'''(x)) - C^* \cdot u(x) = 0, \quad (5.33)$$

$$\frac{C^*}{a} \cdot u'(x) - B_e \cdot w^{IV}(x) = -q(x). \quad (5.34)$$

Durch einmaliges Ableiten von Gleichung (5.33) sowie zweimaliges Ableiten von Gleichung (5.34), Auflösen nach $u'''(x)$ und Einsetzen in (5.33) erhält man die entkoppelte Differentialgleichung der Balkendurchbiegung $w(x)$. Stellt man Gleichung (5.34) nach $w^{IV}(x)$ um und setzt diese in die erste Ableitung von Gleichung (5.33) ein resultiert die entkoppelte Differentialgleichung der Relativverschiebung $u(x)$:

$$\frac{B_e}{C^*} \cdot w^{VI}(x) - \frac{B}{B_s} \cdot w^{IV}(x) = \frac{q''(x)}{C^*} - \frac{q(x)}{B_s}, \quad (5.35)$$

$$\frac{B_e}{C^*} \cdot u'''(x) - \left(\frac{B}{B_s} \right) \cdot u'(x) = \frac{a \cdot q(x)}{C^*}. \quad (5.36)$$

Mit den Abkürzungen

$$\alpha = \frac{B_1 + B_2}{B_s}, \quad \omega^2 = C_v \cdot \frac{D_1 + D_2}{D_1 \cdot D_2} \quad \text{und} \quad \Omega = \sqrt{\frac{\omega^2}{1 - \alpha_b^2}} \quad (5.37)$$

ergeben sich die Gleichungen (5.35) und (5.36) zu:

$$\text{I. } w^{VI}(x) - \Omega^2 \cdot w^{IV}(x) = -\frac{\Omega^2}{B} \left(\frac{q''(x)}{\omega^2} - q(x) \right), \quad (5.38)$$

$$\text{II. } u'''(x) - \Omega^2 \cdot u'(x) = \frac{a \cdot \alpha_b^2}{B_s \cdot \omega^2} q(x). \quad (5.39)$$

5.3 Allgemeine Lösung der Differentialgleichungen

Bei den Differentialgleichungen (5.38) und (5.39) handelt es sich um lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Beide Gleichungen sind inhomogener Art. Die Lösungen setzen sich aus einer homogenen Lösung und einer partikulären Lösung zusammen. Dabei beinhaltet nur die Störfunktion (Index p) lastabhängige Terme:

$$u(x) = u_H(x) + u_P(x), \quad (5.40)$$

$$w(x) = w_H(x) + w_P(x). \quad (5.41)$$

5.3.1 Homogene Lösung

Die allgemeine Lösung einer homogenen Differentialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten stellt nach *Papula 2000* eine Linearkombination von n linear unabhängigen Basislösungen, der so genannten Fundamentalebasis, dar. Als Lösungsansatz wird eine Exponentialfunktion vom Typ:

$$y(x) = e^{\psi \cdot x} \quad (5.42)$$

mit dem Parameter ψ verwendet. Damit ergeben sich die charakteristischen Gleichungen zu:

$$\text{I. } \psi^6 - \Omega^2 \cdot \psi^4 = 0, \quad (5.43)$$

$$\text{II. } \psi^3 - \Omega^2 \cdot \psi' = 0 \quad (5.44)$$

und die homogenen Lösungen zu

$$\text{I. } w_H(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^4 + C_5 \cdot e^{\Omega x} + C_6 \cdot e^{-\Omega x}, \quad (5.45)$$

$$\text{II. } u_H(x) = D_1 + D_2 \cdot e^{\Omega x} + D_3 \cdot e^{-\Omega x}. \quad (5.46)$$

Drückt man die Exponentialfunktionen über die allgemeinen Zusammenhänge entsprechend *Göhler 1970* mit:

$$\cosh(x) + \sinh(x) = e^x \quad \text{und} \quad \cosh(x) - \sinh(x) = e^{-x} \quad (5.47)$$

als hyperbolische Funktionen aus, ergeben sich

$$\text{I. } w_H(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^4 + C_5 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) + C_6 \cdot \sinh(\Omega \cdot x), \quad (5.48)$$

$$\text{II. } u_H(x) = D_1 + D_2 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) + D_3 \cdot \sinh(\Omega \cdot x). \quad (5.49)$$

Beide homogenen Lösungen müssen auch den Gleichungen des gekoppelten Differentialgleichungssystems genügen. So kann durch Einsetzen von $u(x)$, $u''(x)$:

$$u_H''(x) = D_2 \cdot \Omega^2 \cosh(\Omega x) + D_3 \cdot \Omega^2 \sinh(\Omega x) \quad (5.50)$$

und $w'''(x)$:

$$w_H'''(x) = 6 \cdot C_4 + C_5 \cdot \Omega^3 \sinh(\Omega x) + C_6 \cdot \Omega^3 \cosh(\Omega x) \quad (5.51)$$

in Gleichung (5.33) ein Zusammenhang zwischen den Integrationskonstanten C_i und D_i hergestellt werden. Aus dem Koeffizientenvergleich ergeben sich:

$$D_1 = -\frac{6 \cdot a}{\omega^2} \cdot C_4,$$

$$D_2 = (\alpha + 1) \cdot \Omega \cdot a \cdot C_6 \text{ und}$$

$$D_3 = (\alpha + 1) \cdot \Omega \cdot a \cdot C_5. \quad (5.52)$$

Abschließend kann die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichungen wie folgt zusammengefasst werden:

$$\text{I. } w_H(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^4 + C_5 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) + C_6 \cdot \sinh(\Omega \cdot x), \quad (5.53)$$

$$\text{II. } u_H(x) = -\frac{6 \cdot a}{\omega^2} \cdot C_4 + (\alpha + 1) \cdot \Omega \cdot a (C_5 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) + C_6 \cdot \cosh(\Omega \cdot x)). \quad (5.54)$$

5.3.2 Partikuläre Lösung

Die Lösung der Differentialgleichung soll die Berücksichtigung trapezförmig verteilter Belastungen $q(x)$ ermöglichen. In allgemeiner Form kann eine trapezförmige Belastung mit dem Anfangswert q_A und dem Endwert q_E mit

$$q(x) = q_A + \left(\frac{q_E - q_A}{L} \right) \cdot x \quad (5.55)$$

beschrieben werden. Für die Lösung des partikulären Anteils ist nach *Papula 2000* der Lösungsansatz in Abhängigkeit der Art der Störfunktion zu wählen. Für den vorliegenden Fall einer Polynomfunktion ist als Lösungsansatz ebenfalls ein Polynom zu verwenden. Der Grad dieses Polynoms ist dabei so zu wählen, dass beim Einsetzen in den homogenen und den inhomogenen Anteil die Terme der Ansatzfunktion nicht vollständig wegfallen. Das gilt für die entkoppelten und gekoppelten Differentialgleichungen gleichermaßen, da der Lösungsansatz beiden genügen muss.

Als Polynomansätze werden gewählt:

$$u_P(x) = B_1 \cdot x^2 + B_2 \cdot x, \quad (5.56)$$

$$w_P(x) = B_3 \cdot x^5 + B_4 \cdot x^4 + B_5 \cdot x^3. \quad (5.57)$$

Aus dem Einsetzen der Gleichungen (5.56) und (5.57) in Gleichung (5.33) des gekoppelten DGL-Systems und in die entkoppelte Differentialgleichung (5.38) und dem anschließenden Koeffizientenvergleich ergeben sich die Integrationskonstanten B_i :

$$B_1 = \frac{a}{2 \cdot B \cdot \omega^2 \cdot \Omega^2} \cdot (q_E - q_A),$$

$$B_2 = \frac{a}{B \cdot \omega^2} \cdot q_A,$$

$$B_3 = \frac{(q_E - q_A)}{120 \cdot L \cdot B},$$

$$B_4 = \frac{q_A}{24 \cdot B},$$

$$B_5 = -\frac{(q_E - q_A)}{6 \cdot B \cdot L \cdot \omega^2}. \quad (5.58) a - e$$

Das Einsetzen der Koeffizienten in die Ansatzfunktionen (5.56) und (5.57) ergeben die partikulären Lösungen für eine trapezförmige Belastung:

$$u_P(x) = \frac{a \cdot x^2}{2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} - \frac{a \cdot x}{\omega^2} \cdot \frac{q_A}{B}, \quad (5.59)$$

$$w_P(x) = \left(\frac{x^5}{120} - \frac{x^3}{6 \cdot \omega^2} \right) \cdot \frac{(q_E - q_A)}{L \cdot B} + \frac{x^4}{24} \cdot \frac{q_A}{B}. \quad (5.60)$$

Die Gesamtlösungen für die Verschiebung in der Verbundfuge $u(x)$ und der Durchbiegung $w(x)$ ergeben sich zu:

$$u(x) = \frac{-6 \cdot a}{\omega^2} \cdot C_4 + \frac{\Omega \cdot a}{\alpha_b^2} (C_5 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) + C_6 \cdot \cosh(\Omega \cdot x)) + \frac{a \cdot x^2}{2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} - \frac{a \cdot x}{\omega^2} \cdot \frac{q_A}{B}, \quad (5.61)$$

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^4 + C_5 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) + C_6 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) + \left(\frac{x^5}{120} - \frac{x^3}{6 \cdot \omega^2} \right) \cdot \frac{(q_E - q_A)}{L \cdot B} + \frac{x^4}{24} \cdot \frac{q_A}{B}. \quad (5.62)$$

5.4 Herleitung der Schnitt- und Verformungsgrößen unter Berücksichtigung der Temperaturdifferenzen $\Delta\vartheta$ und ΔT

5.4.1 Grundlegende Beziehungen

Die Temperaturdifferenzen $\Delta\vartheta$ und ΔT erzeugen Temperaturdehnungen $\varepsilon_{\text{temp}}$ in den Deckschichten des Verbundquerschnitts. Diese Dehnungen werden über das lineare Wärmedehnungsgesetz:

$$\varepsilon_{\text{temp}} = \alpha_t \cdot (T_2 - T_1) \quad (5.63)$$

mit der Wärmedehnzahl α_t und einer Temperaturdifferenz $(T_2 - T_1)$ abgebildet (Link 2002, Thieme 1996). Falls die freie Verzerrung des Werkstoffes behindert ist, müssen zu den Temperaturdehnungen $\varepsilon_{\text{temp}}$ die elastischen Dehnungen $\varepsilon(\sigma)$ addiert werden um die Gesamtdehnung zu berechnen. Für eine Verbundfugensteifigkeit $C_V > 0$ ist dies in jedem Fall erforderlich. Gilt für die elastischen Dehnungen das Hook'sche Gesetz, so ergibt sich für den einachsigen Spannungszustand und unter Voraussetzung eines isotropen Werkstoffes der Deckschichten:

$$\varepsilon = (\varepsilon_{\text{el}}(\sigma) - \varepsilon_{\text{temp}}) \cdot E. \quad (5.64)$$

Unter Berücksichtigung der Temperaturdehnung in den Deckschichten gelten folgende grundlegenden Beziehungen für die Teilnormalkräfte $N_i(x)$:

$$\begin{aligned} N_1(x) &= (\varepsilon_1(x) - \varepsilon_{\Delta\vartheta,1}) \cdot D_1 = (\dot{u}_1(x) - \alpha_t \cdot \Delta\vartheta_1) \cdot D_1, \\ N_2(x) &= (\varepsilon_2(x) - \varepsilon_{\Delta\vartheta,2}) \cdot D_2 = (\dot{u}_2(x) - \alpha_t \cdot \Delta\vartheta_2) \cdot D_2. \end{aligned} \quad (5.65)$$

Analog geht der lineare Temperaturgradient ΔT als Krümmung $\kappa_{\Delta T}$ der Deckschichten mit den Teilquerschnittshöhen d_1 und d_2 in die Teilmomente $M_1(x)$ und $M_2(x)$ ein:

$$\begin{aligned} M_1(x) &= -(\kappa_1(x) - \kappa_{\Delta T,1}) \cdot B_1 = -\left(w_1''(x) - \frac{\alpha_t \cdot \Delta T_1}{d_1}\right) \cdot B_1, \\ M_2(x) &= -(\kappa_2(x) - \kappa_{\Delta T,2}) \cdot B_2 = -\left(w_2''(x) - \frac{\alpha_t \cdot \Delta T_2}{d_2}\right) \cdot B_2. \end{aligned} \quad (5.66)$$

5.4.2 Herleitung der Verschiebungen

Das einmalige Ableiten der Gleichungen (5.65)-a,b und anschließendes Einsetzen in die Gleichgewichtsbedingung der Horizontalkräfte nach (5.14) ergibt:

$$0 = D_1 \cdot u_1''(x) + D_2 \cdot u_2''(x). \quad (5.67)$$

Aus zweimaligem Integrieren dieser Gleichung folgt:

$$0 = D_1 \cdot u_1(x) + D_2 \cdot u_2(x) + C_7 \cdot x + C_8, \quad (5.68)$$

wobei C_7 und C_8 zwei weitere Integrationskonstanten darstellen. Ein weiterer Zusammenhang zwischen den unbekannten Verschiebungen $u_1(x)$ und $u_2(x)$ resultiert aus der kinematischen Beziehung in Abbildung 86 bzw. aus der Gleichung (5.10):

$$u(x) = a \cdot w'(x) + u_2(x) - u_1(x). \quad (5.69)$$

Durch Umstellen der Gleichung (5.68) nach den Verschiebungen $u_{1,2}(x)$ und anschließendes Einsetzen in (5.69) ergeben sich:

$$\begin{aligned} u_1(x) &= \frac{D_2 \cdot a \cdot w'(x) - D_2 \cdot u(x) - C_7 \cdot x - C_8}{D_1 + D_2}, \\ u_2(x) &= \frac{-D_1 \cdot a \cdot w'(x) + D_1 \cdot u(x) - C_7 \cdot x - C_8}{D_1 + D_2}. \end{aligned} \quad (5.70)a,b$$

Nach Einsetzen der 1. Ableiten von $w(x)$ nach Gleichung (5.62) und $u(x)$ entsprechend Gleichung (5.61) ergeben sich die Gleichungen der Verschiebungen $u_1(x)$ und $u_2(x)$:

$$\begin{aligned} u_1(x) &= a_1 \left(C_2 + C_3 \cdot 2x + \left(3x^2 + \frac{6}{\omega^2} \right) \cdot C_4 - C_5 \cdot (\Omega \cdot \alpha) \sinh(\Omega x) \right. \\ &\quad \left. - C_6 \cdot (\Omega \cdot \alpha) \cosh(\Omega x) - \frac{C_7 x - C_8}{a \cdot D_2} + \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} \frac{x^4}{24} + \frac{q_A}{B} \left(\frac{x^3}{6} + \frac{x}{\omega^2} \right) \right), \end{aligned} \quad (5.71)$$

$$\begin{aligned} u_2(x) &= a_2 \left(-C_2 - C_3 \cdot 2x - \left(3x^2 + \frac{6}{\omega^2} \right) \cdot C_4 + C_5 \cdot (\Omega \cdot \alpha) \sinh(\Omega x) \right. \\ &\quad \left. + C_6 \cdot (\Omega \cdot \alpha) \cosh(\Omega x) - \frac{C_7 x + C_8}{a \cdot D_2} - \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} \frac{x^4}{24} - \frac{q_A}{B} \left(\frac{x^3}{6} + \frac{x}{\omega^2} \right) \right). \end{aligned} \quad (5.72)$$

5.4.3 Herleitung der Teilnormalkräfte und des Schubflusses

Die Teilnormalkräfte $N_1(x)$ und $N_2(x)$ ergeben sich durch Einsetzen der ersten Ableitungen der Verschiebungen $u'_1(x)$ und $u'_2(x)$ in die entsprechende Gleichung (5.65):

$$\begin{aligned} N_1(x) &= a_1 \cdot D_1 \left(2 \cdot C_3 + 6 \cdot x \cdot C_4 - \Omega^2 \alpha \cdot \cosh(\Omega \cdot x) \cdot C_5 - \Omega^2 \cdot \alpha \cdot \sinh(\Omega \cdot x) \cdot C_6 \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_7}{a \cdot D_2} + \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} \frac{x^3}{6} + \frac{q_A}{B} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{\omega^2} \right) \right) - D_1 \cdot \alpha_t \cdot \Delta \vartheta_1, \end{aligned} \quad (5.73)$$

$$\begin{aligned} N_2(x) &= a_2 \cdot D_2 \left(-2 \cdot C_3 - 6 \cdot x \cdot C_4 + \Omega^2 \cdot \alpha \cdot \cosh(\Omega \cdot x) \cdot C_5 + \Omega^2 \cdot \alpha \cdot \sinh(\Omega \cdot x) \cdot C_6 \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_7}{a \cdot D_2} - \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} \frac{x^3}{6} - \frac{q_A}{B} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{\omega^2} \right) \right) - D_2 \cdot \alpha_t \Delta \cdot \vartheta_2. \end{aligned} \quad (5.74)$$

Der Schubfluss $T(x)$ entlang der Trägerlängsachse kann aus Gleichgewichtsbetrachtungen der Horizontalkräfte am differentiellen Element abgeleitet werden:

$$T(x) = -N'_1(x) = N'_2(x), \quad (5.75)$$

$$T(x) = a_1 D_1 \left(-6 \cdot C_4 + \alpha \cdot \Omega^3 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) \cdot C_5 + \alpha \cdot \Omega^3 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) \cdot C_6 \right) + \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} \frac{x^2}{2} - \frac{q_A}{B} x^2 \quad (5.76)$$

5.4.4 Herleitung der Teilmomente und –querkräfte

Die Momente in den Deckschichten ergeben sich mit Gleichung (5.62) aus Gleichung (5.66):

$$M_1(x) = B_1 \cdot \left(-2 \cdot C_3 - 6 \cdot x \cdot C_4 - \Omega^2 \cdot C_5 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) - \Omega^2 \cdot C_6 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) - \left(\frac{x^3}{6} - \frac{x}{\omega^2} \right) \cdot \left(\frac{(q_E - q_A)}{L \cdot B} - \frac{x^2 \cdot q_A}{2 \cdot B} + \frac{\alpha_t \cdot \Delta T_1}{d_1} \right) \right), \quad (5.77)$$

$$M_2(x) = B_2 \cdot \left(-2 \cdot C_3 - 6 \cdot x \cdot C_4 - \Omega^2 \cdot C_5 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) - \Omega^2 \cdot C_6 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) - \left(\frac{x^3}{6} - \frac{x}{\omega^2} \right) \cdot \left(\frac{(q_E - q_A)}{L \cdot B} - \frac{x^2 \cdot q_A}{2 \cdot B} + \frac{\alpha_t \cdot \Delta T_2}{d_2} \right) \right). \quad (5.78)$$

Für die Teilquerkräfte $Q_{1,2}(x)$ folgt nach Abbildung 87 aus dem Momentengleichgewicht an den entsprechenden Teilquerschnitten um deren Schwerpunkte der Zusammenhang:

$$Q_1(x) = M'_1(x) + T(x) \cdot \frac{d_1}{2} \text{ und} \\ Q_2(x) = M'_2(x) + T(x) \cdot \frac{d_2}{2}. \quad (5.79)$$

Nach Bildung der 1. Ableitung der Gleichungen (5.77) und (5.78) und anschließendes Einsetzen von $M'_{1,2}(x)$ und des Schubflusses $T(x)$ nach Gleichung (5.76) resultieren die Teilquerkräfte $Q_{1,2}(x)$:

$$Q_1(x) = \left(\frac{d_1 \cdot B_s \cdot \omega^2}{2 \cdot a \cdot (\omega^2 - 1)} - B_1 \right) \cdot \Omega^3 \cdot \left(C_5 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) + C_6 \cdot \cosh(\Omega \cdot x) \right) - \left(6 \cdot B_1 + \frac{3 \cdot d_1 \cdot B_s}{a} \right) \cdot C_4 - \left(\left(\frac{B_2}{2} + \frac{B_s \cdot d_2}{4 \cdot a} \right) \cdot x^2 - \frac{B_1}{\omega^2} \right) \cdot \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} - \left(\frac{B_s \cdot d_2}{2 \cdot a} + B_2 \right) \cdot \frac{q_A \cdot x}{B}, \quad (5.80)$$

$$Q_2(x) = \left(\frac{d_1 \cdot B_s \cdot \omega^2}{2 \cdot a \cdot (\omega^2 - 1)} - B_2 \right) \cdot \Omega^3 \cdot (C_5 \cdot \sinh(\Omega \cdot x) + C_6 \cdot \cosh(\Omega \cdot x)) - \left(6 \cdot B_2 + \frac{3 \cdot d_2 \cdot B_s}{a} \right) \cdot C_4$$

$$- \left(\left(\frac{B_2}{2} + \frac{B_s \cdot d_2}{4 \cdot a} \right) \cdot x^2 - \frac{B_1}{\omega^2} \right) \cdot \frac{(q_E - q_A)}{B \cdot L} - \left(\frac{B_s \cdot d_2}{2 \cdot a} + B_2 \right) \cdot \frac{q_A \cdot x}{B} \quad (5.81)$$

5.4.5 Gesamtschnittgrößen

Das Gesamtmoment ergibt sich aus den Teilschnittgrößen $N_1(x)$ nach Gleichung (5.73), $N_2(x)$ nach Gleichung (5.74), $M_1(x)$ nach Gleichung (5.77) und $M_2(x)$ nach Gleichung (5.78) mit:

$$M(x) = M_1(x) + M_2(x) - N_1(x) \cdot a_1 + N_2(x) \cdot a_2 \quad (5.82)$$

zu:

$$M(x) = -6 \cdot B \cdot x \cdot C_4 - 2 \cdot B \cdot C_3 - \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{(\alpha + 1) \cdot \omega^2} \right) \cdot q_A - \left(\frac{x^3}{6} - \frac{\alpha \cdot x}{(\alpha + 1) \cdot \omega^2} \right) \cdot \frac{(q_E - q_A)}{L}$$

$$+ \alpha_t \cdot \left(D_1 \cdot \Delta \vartheta_1 \cdot a_1 - D_2 \cdot \Delta \vartheta_2 \cdot a_2 - B_1 \cdot \frac{\Delta T_1}{d_1} - B_2 \cdot \frac{\Delta T_2}{d_2} \right) \quad (5.83)$$

Die Gesamtquerkraft $Q(x)$ resultiert aus der ersten Ableitung des Gesamtmomentes nach:

$$Q(x) = M'(x) = Q_1(x) + Q_2(x), \quad (5.84)$$

$$Q(x) = -6 \cdot B \cdot C_4 - q_A \cdot x - \left(\frac{\alpha}{(\alpha + 1) \cdot \omega^2} - \frac{x^2}{2} \right) \cdot \frac{(q_E - q_A)}{L} \quad (5.85)$$

Die Summation der Teilquerkräfte $Q_1(x)$ nach (5.80) und $Q_2(x)$ nach (5.81) bestätigen die Gleichung (5.85). Für die Gesamtnormalkraft im geometrischen Schwerpunkt des Mehrschichtquerschnitts gilt:

$$N(x) = N_1(x) + N_2(x) \quad (5.86)$$

und errechnet sich zu

$$N(x) = -C_7 - \alpha_t \cdot (D_1 \cdot \Delta \vartheta_1 + D_2 \cdot \Delta \vartheta_2) \quad (5.87)$$

5.5 Formulierung der Randbedingungen unter Berücksichtigung von einwirkenden Randschnittgrößen

Das Aufstellen der Funktionsverläufe von Schnitt- und Verformungsgrößen für konkrete Lagerungsbedingungen ist durch das Einsetzen von Randbedingungen möglich. Aus der Herleitung unter Abschnitt 5.4 stehen dafür zwölf Gleichungen zur Verfügung, um die Integrationskonstanten C_1 bis C_8 zu bestimmen. Die Randbedingungen können sowohl Schnitt- als auch Verformungsgrößen sein.

Allerdings ist bei deren Formulierung darauf zu achten, dass sie voneinander unabhängig sind, da ansonsten keine eindeutige Lösung aus dem linearen Gleichungssystem resultiert. Werden beispielsweise $N_1(x)$ und $N_2(x)$ als Randbedingung verwendet, so ergäbe die Verwendung von $N(x)$ eine abhängige Randbedingung, da ein Zusammenhang zwischen Normalkräften über die Gleichung (5.86) besteht.

Zur Wahl der Lagerungsbedingungen wird der häufig in der Praxis anzutreffende Fall der am Kopf- und Fußpunkt gehaltenen Wand betrachtet. Dabei wird von einer beidseitig gelenkigen Lagerung der Tragschale ausgegangen. Für die Lagerung sind die frei hängende und die aufstehende Vorsatzschale zu unterscheiden (Abbildung 89).

Bei geeigneter Wahl der Randbedingungen lassen sich weitere Einwirkungen auf das Wandelement berücksichtigen. Eine aus aufliegenden Geschossdecken oder Dächern resultierende Auflast der Tragschale kann durch eine Normalkraft $N_{E1,L}$ und ein Moment $M_{E1,L}$ ausgedrückt werden. Beide von außen einwirkende Größen greifen als Randmoment und Randnormalkraft in der Schwerachse am Kopfpunkt der Tragschale an. Eine Übersicht über alle in der Herleitung berücksichtigten Randschnittgrößen $N_{Ei,(0/L)}$ und $M_{Ei,(0/L)}$ zeigt Abbildung 89. Randquerkräfte werden vernachlässigt, da diese bei den gewählten Lagerungsbedingungen keine Schnitt- und Verformungsgrößen erzeugen und direkt in die Auflagerkräfte einfließen.

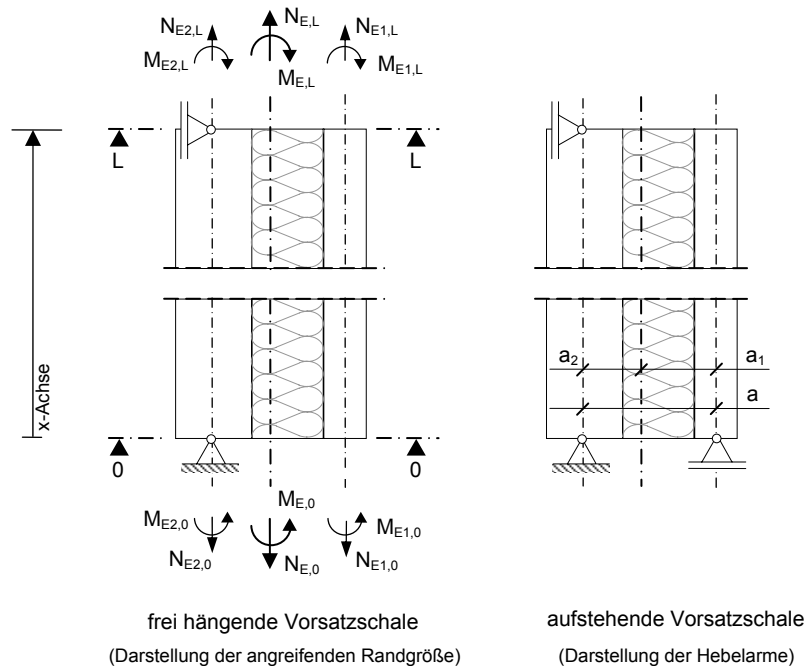


Abbildung 89: Lagerungsbedingungen und angreifende Randschnittgrößen bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln

Die Randbedingungen für beide Auflagerungsvarianten werden in Tabelle 28 und Tabelle 29 zusammengefasst.

Tabelle 28: Randbedingungen für Wandelemente mit gelenkig gelagerter Tragschale und frei hängender Vorsatzschale

Frei hängende Vorsatzschale		
Unverschiebliche Lagerung der Tragschale an der Stelle (x=0)		
(I) $w(0) = 0$,	(II) $w''(0) = -\frac{M_{E1,0} + M_{E2,0}}{B_1 + B_2}$,	(III) $u_2(0) = 0$,
(IV) $M(0) = N_{E2,L} \cdot a_2 + N_{E1,L} \cdot a_2 - N_{E1,0} \cdot a + M_{E1,0} + M_{E2,0}$		
Horizontal verschiebliche Lagerung der Tragschale an der Stelle (x=L)		
(I) $w(L) = 0$,	(II) $w''(0) = -\frac{M_{E1,L} + M_{E2,L}}{B_1 + B_2}$,	(III) $N(L) = N_{E1,L} + N_{E2,L}$,
(IV) $M(L) = N_{E2,L} \cdot a_2 - N_{E1,L} \cdot a_1 + M_{E1,L} + M_{E2,L}$		

Tabelle 29: Randbedingungen für Wandelemente mit gelenkig gelagerter Tragschale und aufstehender Vorsatzschale

Aufstehende Vorsatzschale		
Unverschiebliche Lagerung der Tragschale an der Stelle (x=0)		
(I) $w(0) = 0$,	(II) $w''(0) = -\frac{M_{E1,0} + M_{E2,0}}{B_1 + B_2}$,	(III) $u_2(0) = 0$,
(IV) $\frac{u(x)}{a} - w''(x) = 0$		
Horizontal verschiebliche Lagerung der Tragschale an der Stelle (x=L)		
(I) $w(L) = 0$,	(II) $w''(L) = -\frac{M_{E1,L} + M_{E2,L}}{B_1 + B_2}$,	(III) $N(L) = N_{E1,L} + N_{E2,L}$,
(IV) $M(L) = N_{E1,L} \cdot a_1 + N_{E2,L} \cdot a_2 + M_{E1,L} + M_{E2,L}$		

Die in der Praxis auftretenden Lagerungsvarianten von Wandelementen sind vielfältig. So finden typische Fälle, wie einseitig eingespannte Wände (Kragwand) oder Wände mit horizontaler Zwischenstützung (Attika im Dachbereich) keine explizite Berücksichtigung im Rahmen dieser Arbeit. Allerdings ist die Ermittlung der Zustandfunktionen unter Anpassung der Randbedingungen problemlos möglich. Eine Übersicht über weitere Lagerungsarten und die Formulierung der zugehörigen Randbedingungen für zweischichtige Wandtafeln mit metallischen Deckschichten enthält *Stamm 1984*. Die Angaben sind direkt auf mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln anwendbar. Die Berücksichtigung von horizontalen Einzellasten kann über den Ansatz von Randquerkräften erfolgen.

5.6 Lösung der Differentialgleichung für definierte Lagerungsbedingungen

5.6.1 Allgemeine Darstellung in Matrix-Vektor-Schreibweise

Zur Lösung des linearen Gleichungssystems zur Berechnung der Integrationskonstanten $C_1 - C_8$ bietet sich die Darstellung der Gleichungen in Matrixschreibweise an. Dabei sei c der Vektor der unbekannten Integrationskonstanten, welcher sich zu:

$$c^T = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ C_6 \ C_7 \ C_8] \quad (5.88)$$

ergibt. Die Matrix A beinhaltet die Koeffizienten vor den Integrationskonstanten (Koeffizientenmatrix). Die Vektoren b_{Last} , b_{Temp} und b_{RSG} enthalten die Einwirkungen Trapezlast, Temperatur und Randschnittgrößen und werden im Vektor b zusammengefasst:

$$b = b_{\text{Last}} + b_{\text{Temp}} + b_{\text{RSG}} \quad (5.89)$$

Das lineare Gleichungssystem schreibt sich unter Benutzung der Matrix-Vektor-Multiplikation mit:

$$A \cdot c = b \quad (5.90)$$

Eine Lösungsmöglichkeit ist die Bestimmung der Inversen A^{-1} mit:

$$c = A^{-1} \cdot b \quad (5.91)$$

5.6.2 Lösung für den Fall der frei hängenden Vorsatzschale

5.6.2.1 Darstellung in Matrix-Vektor-Schreibweise

Zusammenfassend ergeben sich die Matrizen und Vektoren für den Fall der frei hängenden Vorsatzschale aus den Randbedingungen in Tabelle 28 und den entsprechenden allgemeinen Schnitt- und Verformungsgrößenverläufen aus Abschnitt 5.4 zu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & \Omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-B_s}{a \cdot D_2} & 0 & \frac{-6 \cdot B_s}{a \cdot D_2 \cdot \omega^2} & 0 & \frac{B_s \cdot \Omega \cdot \alpha}{a \cdot D_2} & 0 & \frac{-B_s}{a^2 \cdot D_2 \cdot D_1} \\ 0 & 0 & -2 \cdot B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 & \cosh(\lambda) & \sinh(\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \cdot L & \Omega^2 \cdot \cosh(\lambda) & \Omega^2 \cdot \sinh(\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \cdot B & -6 \cdot B \cdot L & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$b_{\text{Last}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-B_s \cdot q_A}{B \cdot \omega^2} \\ \left(\left(\frac{L^2}{120} - \frac{1}{6 \cdot \omega^2} \right) \cdot (q_E - q_A) + \frac{q_A \cdot L^2}{24} \right) \cdot \frac{L^2}{B} \\ \left(\left(\frac{L^2}{6} - \frac{1}{\omega^2} \right) \cdot (q_E - q_A) + \frac{q_A \cdot L^2}{2} \right) \cdot \frac{1}{B} \\ 0 \\ \left(\frac{B_s \cdot \alpha}{B \cdot \omega^2} - \frac{L^2}{6} \right) (q_E - q_A) - \left(\frac{L^2}{2} + \frac{B_s}{B \cdot \omega^2} \right) \cdot q_A \end{bmatrix},$$

$$b_{\text{Temp}} = \alpha_t \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-B_1 \Delta T_1}{d_1} - \frac{-B_2 \Delta T_2}{d_2} + a_1 D_1 \Delta \vartheta_1 - a_2 D_2 \Delta \vartheta_2 \\ 0 \\ 0 \\ -(a_1 D_1 \Delta \vartheta_1 + a_2 D_2 \Delta \vartheta_2) \\ \frac{-B_1 \Delta T_1}{d_1} - \frac{-B_2 \Delta T_2}{d_2} + a_1 D_1 \Delta \vartheta_1 - a_2 D_2 \Delta \vartheta_2 \end{bmatrix} \text{ und}$$

$$b_{\text{RSG}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_{E1,0} + M_{E2,0}}{B_1 + B_2} \\ 0 \\ -a_2 N_{E2,L} - a_2 N_{E1,L} + a_1 N_{E1,0} - M_{E1,0} - M_{E2,0} \\ 0 \\ \frac{M_{E1,L} + M_{E2,L}}{B_1 + B_2} \\ -N_{E2,L} - N_{E1,L} \\ -a_2 N_{E2,L} + a_1 N_{E1,L} - M_{E1,L} - M_{E2,L} \end{bmatrix}. \quad (5.92)$$

5.6.2.2 Darstellung der geschlossenen Lösungen für $N_1(x)$, $M_1(x)$ und $u(x)$

Für den Fall der frei hängenden Vorsatzschale lassen sich die bemessungsrelevanten Schnittgrößenverläufe in der Vorsatzschale $N_1(x)$ und $M_1(x)$ sowie der Verlauf der Relativverschiebung $u(x)$ über die Wandhöhe in geschlossener Form darstellen. Die Lösungen für die Gleichungen werden für die Einwirkungen

- (1) Trapezlast über die Wandhöhe mit q_A und q_E ,
- (2) Temperaturbeanspruchung $\Delta\vartheta_1$ und $\Delta\vartheta_2$ in der Schwerachse der Schalen,
- (3) Temperaturgradient ΔT_1 und ΔT_2 über die Schalenquerschnitte,
- (4) Auflast auf der Tragschale als Randschnittgrößen $N_{E2,L}$ und $M_{E2,L}$ und
- (5) Eigenlast der Vorsatzschale als Randschnittgröße $N_{E1,0}$ und $N_{E2,L}$

getrennt voneinander in Tabelle 30 bis Tabelle 35 tabellarisch aufgeführt. Die gesamte Eigenlast G_{VS} wird vereinfacht auf eine am Kopf- und eine am Fußpunkt der Vorsatzschale angreifende Randnormalkraft $N_{E1,0}$ und $N_{E1,L}$ aufgeteilt.

Tabelle 30: Verläufe der Schnittgrößen $N_1(x)$ und $M_1(x)$ sowie der Relativverschiebung $u(x)$ unter einer Trapezlast über die Wandhöhe

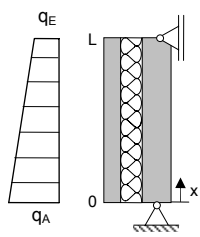
1		
	$N_1(x) = \frac{B_s}{a \cdot B} \cdot \left(\frac{\sinh(\Omega x - \Omega L) \cdot q_A - \sinh(\Omega x) \cdot q_E}{\Omega^2 \cdot \sinh(\Omega L)} + \left(\frac{x^3}{6} + \frac{x}{\Omega^2} \right) \cdot \frac{q_E - q_A}{L} \right. \\ \left. + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{L \cdot x}{3} + \frac{1}{\Omega^2} \right) \cdot q_A - \frac{L \cdot x}{6} \cdot q_E \right)$	
	$M_1(x) = \frac{B_1}{B} \cdot \left(\frac{\sinh(\Omega x - \Omega L) \cdot q_A - \sinh(\Omega x) \cdot q_E}{\alpha \cdot \Omega^2 \cdot \sinh(\Omega L)} + \left(\frac{x^3}{6} - \frac{x}{\alpha \cdot \Omega^2} \right) \cdot \frac{q_A - q_E}{L} \right. \\ \left. - \left(\frac{x^2}{2} - \frac{L \cdot x}{3} - \frac{1}{\alpha \cdot \Omega^2} \right) \cdot q_A + \frac{L \cdot x}{6} \cdot q_E \right)$	
	$u(x) = \frac{a}{B \cdot \omega^2} \cdot \left(\frac{\cosh(\Omega x) \cdot q_E - \cosh(\Omega x - \Omega L) \cdot q_A}{\Omega \cdot \sinh(\Omega L)} + \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{\Omega^2} \right) \cdot \frac{q_A - q_E}{L} \right. \\ \left. + \left(\frac{L}{3} - x \right) \cdot q_A + \frac{L}{6} \cdot q_E \right)$	

Tabelle 31: Verläufe der Schnittgrößen $N_1(x)$ und $M_1(x)$ sowie der Relativverschiebung $u(x)$ unter einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen den Schalenschwerachsen

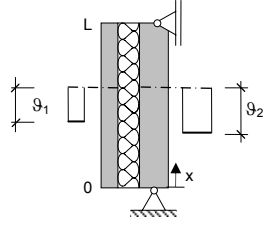
2		weitere Abkürzungen: $A = (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1)$
	$N_1(x) = \frac{B_s \omega^2 \alpha_t}{a^2 \Omega^2} \cdot \Delta\vartheta \cdot \left(1 + \frac{\cosh(\Omega L) - 1}{\sinh(\Omega L)} \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega x) \right)$	
	$M_1(x) = \frac{B_t \alpha_t}{a(\alpha + 1)} \cdot \Delta\vartheta \cdot \left(1 - \frac{1 - \cosh(\Omega L)}{\sinh(\Omega L)} \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega x) \right)$	
	$u(x) = \frac{\alpha_t}{\Omega} \cdot \Delta\vartheta \cdot \left(\frac{1 - \cosh(\Omega L)}{\sinh(\Omega L)} \cdot \cosh(\Omega x) + \sinh(\Omega x) \right)$	

Tabelle 32: Verläufe der Schnittgrößen $N_1(x)$ und $M_1(x)$ sowie der Relativverschiebung $u(x)$ unter den Temperaturdifferenzen ΔT_1 und ΔT_2 über die Schalendicken

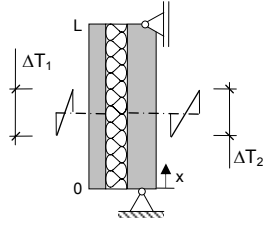
3		weitere Abkürzungen: $A = \left(\frac{B_1 \cdot \Delta T_1}{d_1} + \frac{B_2 \cdot \Delta T_2}{d_2} \right)$
	$N_1(x) = \frac{\omega^2 \cdot \alpha_t}{a \cdot \Omega^2} \cdot A \cdot \left(-\frac{1}{\alpha} - \frac{1 - \cosh(\Omega L)}{\sinh(\Omega L)} \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega x) \right)$	
	$M_1(x) = \frac{B_1 \cdot \alpha_t}{B} \cdot A \cdot \left(1 + \frac{\cosh(\Omega L) - 1}{\sinh(\Omega L)} \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega x) - \frac{B \frac{\Delta T_1}{d_1}}{B_1 \frac{\Delta T_1}{d_1} + B_2 \frac{\Delta T_2}{d_2}} \right)$	
	$u(x) = \frac{a \cdot \alpha_t}{B_s \cdot \Omega} \cdot A \cdot \left(\frac{1 - \cosh(\Omega L)}{\sinh(\Omega L)} \cdot \cosh(\Omega x) - \sinh(\Omega x) \right)$	

Tabelle 33: Verläufe der Schnittgrößen $N_1(x)$ und $M_1(x)$ sowie der Relativverschiebung $u(x)$ unter einer Auflast auf der Tragschale

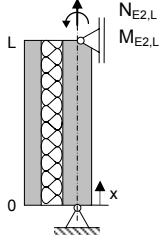
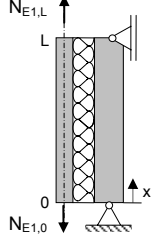
4		weitere Abkürzungen: $A = \frac{1 - \cosh(\Omega L)}{\sinh(\Omega L)}$
	$N_1(x) = \frac{\omega^2}{a \cdot \Omega^2} \cdot \left(N_{E2,L} \cdot a_2 \left(1 - A \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega x) \right) - M_{E2,L} \left(\frac{x}{\alpha \cdot L} - \frac{\sinh(\Omega x)}{\alpha \cdot \sinh(\Omega L)} \right) \right)$	
	$M_1(x) = \frac{B_1}{B} \cdot \left(N_{E2,L} \cdot a_2 \left(1 - A \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega x) \right) + M_{E2,L} \left(\frac{x}{L} + \frac{\sinh(\Omega x)}{\alpha \cdot \sinh(\Omega L)} \right) \right)$	
	$u(x) = \frac{a}{B_s \Omega} \cdot \left(N_{E2,L} \cdot a_2 \left(1 - A \cdot \cosh(\Omega x) + \sinh(\Omega x) \right) + M_{E2,L} \left(\frac{1}{\alpha \cdot \Omega \cdot L} - \frac{\cosh(\Omega x)}{\alpha \cdot \sinh(\Omega L)} \right) \right)$	

Tabelle 34: Verläufe der Schnittgrößen $N_1(x)$ und $M_1(x)$ sowie der Relativverschiebung $u(x)$ unter der Eigenlast der Vorsatzschale

5		weitere Abkürzungen: $A = (N_{E1,L} \cdot a_2 - N_{E1,0} \cdot a)$
	$N_1(x) = \frac{\omega^2}{a \cdot \Omega^2} \cdot \left(A \cdot \left(\frac{x-L}{\alpha \cdot L} + \coth(\Omega L) \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega x) \right) + N_{E1,L} \cdot a_1 \left(\frac{x}{\alpha \cdot L} + \frac{\sinh(\Omega x)}{\sinh(\Omega L)} + \frac{\Omega^2 \cdot a_2}{\omega^2 \cdot a_1} \right) \right)$	
	$M_1(x) = \frac{B_1}{B} \cdot \left(A \cdot \left(1 - \frac{x}{L} + \coth(\Omega L) \cdot \sinh(\Omega x) - \cosh(\Omega L) \right) + N_{E1,L} \cdot a_1 \left(\frac{\sinh(\Omega x)}{\sinh(\Omega L)} - \frac{x}{L} \right) \right)$	
	$u(x) = \frac{a}{B_s \Omega} \cdot \left(A \cdot \left(-\coth(\Omega L) \cdot \cosh(\Omega x) + \sinh(\Omega x) - \frac{1}{\Omega \cdot \alpha \cdot L} \right) - N_{E1,L} \cdot a_1 \left(\frac{\cosh(\Omega x)}{\sinh(\Omega L)} + \frac{1}{\Omega \cdot \alpha \cdot L} \right) \right)$	

5.6.3 Lösung für den Fall der aufstehenden Vorsatzschale

5.6.3.1 Darstellung in Matrix-Vektor-Schreibweise

Für den Fall der aufstehenden Vorsatzschale ergeben sich die Matrix und die Vektoren mit den Randbedingungen aus Tabelle 29 und den entsprechenden Schnitt- und Verformungsgrößenverläufen nach Abschnitt 5.4 zu

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & \Omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-B_s}{a \cdot D_2} & 0 & \frac{-6 \cdot B_s}{a \cdot D_2 \cdot \omega^2} & 0 & \frac{B_s \cdot \Omega \cdot \alpha}{a \cdot D_2} & 0 & \frac{-B_s}{a^2 \cdot D_2 \cdot D_1} \\ 0 & -1 & 0 & \frac{-6}{\omega^2} & 0 & \frac{\Omega}{\alpha_b^2} - \Omega & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 & \cosh(\Omega L) & \sinh(\Omega L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \cdot L & \Omega^2 \cdot \cosh(\Omega L) & \Omega^2 \cdot \sinh(\Omega L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \cdot B & -6 \cdot B \cdot L & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$b_{\text{Last}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left(\left(\frac{L^2}{120} - \frac{1}{6 \cdot \omega^2} \right) \cdot (q_E - q_A) + \frac{q_A \cdot L^2}{24} \right) \cdot \frac{L^2}{B} \\ \left(\left(\frac{L^2}{6} - \frac{1}{\omega^2} \right) \cdot (q_E - q_A) + \frac{q_A \cdot L^2}{2} \right) \cdot \frac{1}{B} \\ 0 \\ \left(\frac{B_s \cdot \alpha}{B \cdot \omega^2} - \frac{L^2}{6} \right) (q_E - q_A) - \left(\frac{L^2}{2} + \frac{B_s}{B \cdot \omega^2} \right) \cdot q_A \end{bmatrix},$$

$$b_{\text{Temp}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -(a_1 D_1 \Delta \vartheta_1 + a_2 D_2 \Delta \vartheta_2) \\ \frac{-B_1 \Delta T_1}{d_1} - \frac{-B_2 \Delta T_2}{d_2} + a_1 D_1 \Delta \vartheta_1 - a_2 D_2 \Delta \vartheta_2 \end{bmatrix} \cdot \alpha_t \text{ und}$$

$$b_{\text{RSG}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_{E1,0} + M_{E2,0}}{B_1 + B_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{M_{E1,L} + M_{E2,L}}{B_1 + B_2} \\ -N_{E2,L} - N_{E1,L} \\ -a_2 N_{E2,L} + a_1 N_{E1,L} - M_{E1,L} - M_{E2,L} \end{bmatrix} \quad (5.93)$$

5.6.3.2 Geschlossene Lösung für $N_1(x)$, $M_1(x)$ und $u(x)$ bei aufstehender Vorsatzschale

Beim vollständigen Lösen des Gleichungssystems für den Fall der aufstehenden Vorsatzschale ergeben sich bereits für die Integrationskonstanten Terme, deren übersichtliche Darstellung nur schwer gelingt. Im Vorgriff auf die Ergebnisse der Vergleichsrechnung in Abschnitt 5.7.3 beschränkt sich die Ausarbeitung der geschlossenen Lösungen auf den Lastfall der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$.

Aus der Gleichung (5.73) für $N_1(x)$, der Gleichung (5.77) für $M_1(x)$ und der Gleichung (5.61) für $u(x)$ wird ersichtlich, dass deren allgemeine Lösungen von den Integrationskonstanten C_3 , C_4 , C_5 , C_6 , und C_7 abhängig sind. Die Integrationskonstanten in allgemeiner Form erhält man durch Lösen des Gleichungssystems aus Abschnitt 5.6.3. Daraus ergibt sich

$$C_7 = -\alpha_1 \cdot \Delta\vartheta \cdot D_1 \quad (5.94)$$

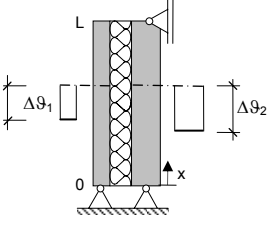
Dieser Term wird direkt in (5.73) eingesetzt. Ferner zeigt sich, dass C_5 durch C_3 über den Zusammenhang

$$C_5 = -\frac{2}{\Omega^2} \cdot C_3 \quad (5.95)$$

ersetzt werden kann.

Die umgeformten Lösungen für die Integrationskonstanten C_3 , C_4 , C_6 und die Gleichungen der Verläufe für die Schnittgrößen $N_1(x)$ und $M_1(x)$ und der Relativverschiebung $u(x)$ zwischen den Schalen sind in Tabelle 35 zusammengefasst.

Tabelle 35: Verläufe der Schnittgrößen $N_1(x)$, $M_1(x)$ und der Relativverschiebung $u_1(x)$ unter einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen den Schalenschwerachsen

1		<p>weitere Abkürzungen:</p> $\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1$ $A_1 = \sinh(2 \cdot \Omega L) + \cosh(2 \cdot \Omega L)$ $A_2 = \sinh(\Omega L) + \cosh(\Omega L)$
		Lösungen der Integrationskonstanten
		$C_3 = \frac{6 + 12\alpha - \Omega^2 L^2 \alpha + 12 \cdot \Omega L \cdot \alpha^2 \cdot \frac{A_2}{A_1 - 1}}{3 + 6\alpha + \Omega^2 L^2 \alpha + 3 \cdot \Omega L \cdot \alpha^2 \cdot \frac{A_1 + 1}{A_1 - 1}}$
		$C_4 = \frac{\Omega L + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{A_1 - 2 \cdot A_2 + 1}{A_1 - 1}}{3 + 6\alpha + \Omega^2 L^2 \alpha + 3 \cdot \Omega L \cdot \alpha^2 \cdot \frac{A_1 + 1}{A_1 - 1}}$
		$C_6 = \frac{6 + 12\alpha - \Omega^2 L^2 \alpha + (-4 \cdot \Omega^2 L^2 \alpha - 24 \cdot \alpha - 12) \cdot \frac{A_2}{A_1 + 1}}{3 \cdot \Omega L \alpha^2 + (3 + 6\alpha + \Omega^2 L^2 \alpha) \cdot \frac{A_1 - 1}{A_1 + 1}}$
		Verlauf der Schnittgrößen $N_1(x)$ und $M_1(x)$
		$N_1(x) = \frac{B_s \cdot \alpha_t \cdot \Delta\vartheta}{2 \cdot a^2 \cdot (\alpha + 1)} \cdot (-C_3 - 3 \cdot \alpha \cdot \Omega \cdot C_4 \cdot x + \alpha \cdot C_6 \cdot \sinh(\Omega x) - \alpha \cdot C_3 \cdot \cosh(\Omega x) + 2\alpha + 2)$
		$M_1(x) = \frac{B_s \cdot \alpha_t \cdot \Delta\vartheta}{2 \cdot a \cdot (\alpha + 1)} \cdot (C_3 + 3 \cdot \alpha \cdot \Omega \cdot C_4 \cdot x + C_6 \cdot \sinh(\Omega x) - C_3 \cdot \cosh(\Omega x))$
		Verlauf der Verformungsgröße $u(x)$
		$u(x) = \frac{\alpha_t \cdot \Delta\vartheta}{2 \cdot \Omega} \cdot (-3 \cdot C_4 + C_6 \cdot \cosh(\Omega x) - C_3 \cdot \sinh(\Omega x))$

5.7 Vergleichsrechnungen zur Auswirkung der Verbundtragwirkung

Um die Größe der Schnitt- und Verformungsgrößen infolge Verbundtragwirkung einzuschätzen und deren Verhältnis zu den Zustandsgrößen aus Platten- und Scheibentragwirkung darzustellen, werden Vergleichsrechnungen durchgeführt. Darüber hinaus soll der Einfluss der Vertikallagerung der Vorsatzschale im Vergleich zur frei hängenden Vorsatzschale untersucht werden.

5.7.1 Zusammenstellung der Wandparameter und Lastfälle

Die rechnerischen Untersuchungen erfolgen an einer schlanken Wandgeometrie, bei der die Verbundtragwirkung deutlich auftritt. So wird eine Wandhöhe von $S = 6$ m und einer Tragschalendicke von $d_{TS} = 0,10$ m gewählt. Aus der minimalen Vorsatzchalendicke von $d_{VS} = 0,07$ m und ein Dämmschichtdicke von $d_D = 0,12$ m resultiert die geringste Biegesteifigkeit des Mehrschichtwandelements. Einflüsse aus Theorie II. Ordnung werden vernachlässigt. Für die Verbundfugensteifigkeit C_V ergibt sich anhand der Parameterwahl für G_D , $C_{V,A}$ und A_R ein mittlerer Wert für den Einsatz von EPS-Dämmstoff. Eine Zusammenstellung aller erforderlichen Geometrie- und Materialparameter zeigt Tabelle 36.

Tabelle 36: Wahl der Geometrie- und Materialparameter für die Vergleichsrechnungen

Parameter	Var.	Einh.	Wert
Geometrie			
Länge	$S (=L)$	[m]	6,00
Dicke der Vorsatzschale	d_{VS}	[m]	0,07
Dicke der Dämmschicht	d_D	[m]	0,12
Dicke der Tragschale	d_{TS}	[m]	0,10
Eigenschaften Beton und Dämmung			
Elastizitätsmodul Beton	E_{cm}	[N/mm ²]	24.900
Schubmodul Dämmstoff	G_D	[N/mm ²]	2,0
Wichte Beton	γ_c	[kN/m ³]	25
Eigenschaften Verbindungsmittel			
Verbindungsmittelraster (quadratisch)	A_R	[m ²]	0,16
Dehnsteifigkeit Verbindungsmittel	$C_{A,N}$	[MN/m ²]	65,8
Schubfedersteifigkeit	$C_{V,A}$	[N/mm ²]	377

Es werden sieben Belastungssituationen untersucht. Diese sind in Tabelle 37 aufgelistet. Lastfälle 1-3 beinhalten die Einwirkungen aus Temperaturzwang. Die Temperaturbeanspruchungen sind in *DIBt 1995* festgelegt. Entsprechend den Zulassungen der Verbindungsmittel *DIBt 2010, 2009* wird eine Temperaturdifferenz zwischen den Schalen von $\Delta\vartheta_s = 10$ K angesetzt, welche das unterschiedliche Schwinden von Trag- und Vorsatzschale berücksichtigt. Die Lastfälle 3 und 4 beinhalten Flächenlasten aus Wind nach *DIN 1055-4* und Erddruck nach *E DIN 1085* bzw. *DIN 1055-2*. Die Lastansätze sind in Tabelle 37 enthalten. Im Lastfall 6 wird

eine Auflast auf der Tragschale aus einer aufliegenden Geschossdecke berücksichtigt. Aus den Annahmen, dass die Auflagerbreite der Tragschalendicke entspricht und einer dreiecksförmigen Auflagerpressung ergeben sich am Kopfpunkt der Tragschale die angreifende Normalkraft $N_{E2,L}$ und das Moment $M_{E2,L}$. Lastfall 7 beinhaltet die Eigenlast der Vorsatzschale, wobei deren Dicke abweichend von den Angaben in Tabelle 36 ungünstig mit $d_D = 0,10$ m gewählt ist. Die Gesamtlast der Vorsatzschale wird auf die Randnormalkräfte $N_{E1,0}$ und $N_{E1,L}$ je zur Hälfte aufgeteilt. Im Lastfall Erddruck beträgt die Stützweite der Wand $L = 3$ m.

Tabelle 37: Einwirkungen und Lastfälle in der Vergleichsrechnung

LF	Einwirkung	Var.	Einh.	Wert
Temperaturdifferenz zwischen den Schwerachsen der Schalen				
1	Erwärmung	$\Delta\vartheta$	[K]	55
2	Abkühlung	$\Delta\vartheta$	[K]	- 55
Temperaturgradient über die Schalenquerschnitte				
3	Linearer Temperaturgradient in der Vorsatzschale	ΔT	[K]	5
Einwirkung von Wind				
4	Windsog ⁴⁾	q_A	[kN/m ²]	-1,12
		q_E	[kN/m ²]	-1,12
Einwirkung von Erddruck				
5	Erddruck infolge Bodeneigenlast und Verkehrslast ^{1,2)}	q_A	[kN/m ²]	2,2
		q_E	[kN/m ²]	25,4
Auflast auf der Tragschale				
6	Auflast aus aufliegenden Geschossdecken	$N_{E2,L}$	[kN]	40,0
		$M_{E2,L}$	[kNm]	-0,5
Eigenlast				
7	Eigenlast der Vorsatzschale ³⁾	$N_{E1,0}$	[kN]	7,5
		$N_{E1,L}$	[kN]	-7,5

¹⁾ Wandhöhe L = 3 m bei angeschütteten Wänden

²⁾ Kies-Sand-Feinkornmisch, $\gamma = 18\text{kN/m}^3$, $\varphi = 32,5^\circ$, $K'_{ag} = 0,43$ (erhöhter aktiver Erddruck); Verkehrslast 5 kN/m^2

³⁾ Vorsatzschalendicke $d_{VS} = 0,10\text{ m}$

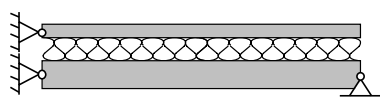
⁴⁾ $q = -0,8\text{ kN/m}^2$; $c_p = 1,4$

⁵⁾ Vertikale Belastung aus Geschossdecke $q = 50\text{ kN/m}$

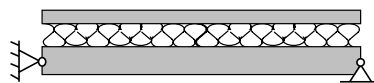
5.7.2 Ergebnisse der Vergleichsrechnungen

Die Zustandsgrößen aus der Verbundtragwirkung ergeben sich für die Lastfälle 1-7 wie in Tabelle 38 bis Tabelle 44 angegeben.

Tabelle 38: Ergebnisse für Lastfall 1 – Erwärmung der Vorsatzschale in der Schwerachse



- aufstehende Vorsatzschale -

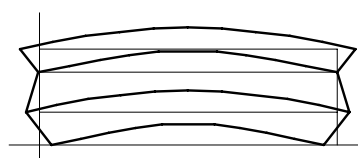
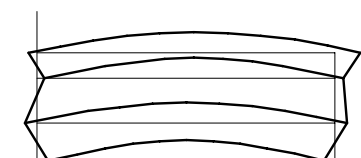


- frei hängende Vorsatzschale -

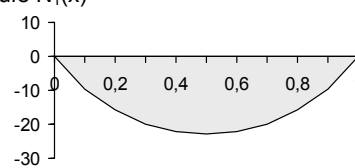
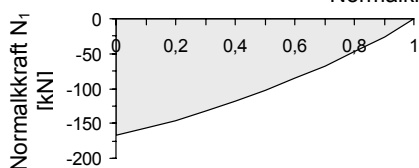
Verschiebungen		[mm]
$u_{ext} =$	-2,1	
Extremale Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	-166,1	$N_2 = 166,1$
Extremale Momente		[kNm]
$M_1 =$	-1,0	$M_2 = -3,0$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	-2,4	$\sigma_{2,o} = 2,9$
$\sigma_{1,u} =$	-2,9	$\sigma_{2,u} = 1,7$
Durchbiegung		[mm]
$w_{ext} =$	-5,5	

Verschiebungen		[mm]
$u_{ext} =$	0,88	$u_{1,o} = -1,6$
Ext. Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	-22,8	$N_2 = 22,8$
Ext. Momente		[kNm]
$M_1 =$	-1,2	$M_2 = -3,5$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	1,1	$\sigma_{2,o} = 2,3$
$\sigma_{1,u} =$	-1,8	$\sigma_{2,u} = -1,9$
Durchbiegung		[mm]
$w_{ext} =$	-6,5	

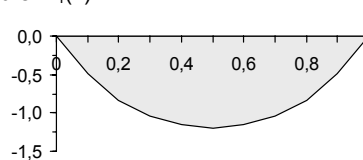
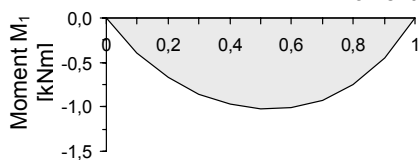
Verformungsfiguren (überhöhte Darstellung)



Normalkraftverläufe $N_1(x)$



Momentenverläufe $M_1(x)$



Verschiebungsverläufe $u(x)$

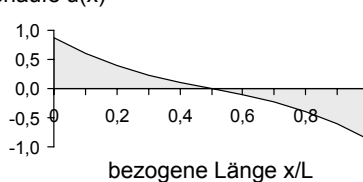
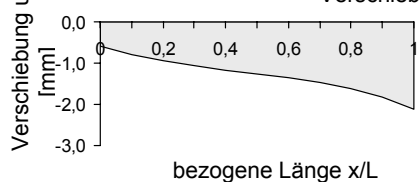
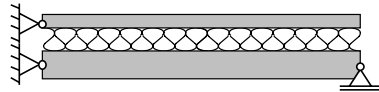
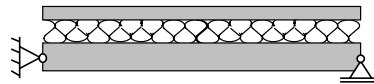


Tabelle 39: Ergebnisse für Lastfall 2 – Abkühlung der Vorsatzschale in der Schwerachse



- aufstehende Vorsatzschale -

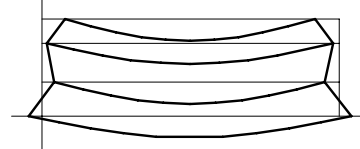
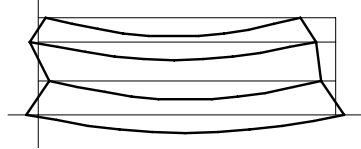


- frei hängende Vorsatzschale -

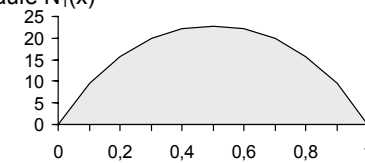
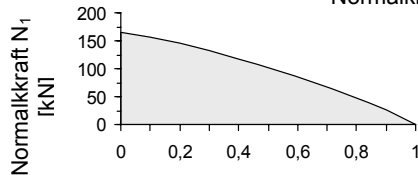
Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	2,11	
Extremale Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	166,1	$N_2 = -166,1$
Extremale Momente		[kNm]
$M_1 =$	1,0	$M_2 = 3,0$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	2,4	$\sigma_{2,o} = -2,9$
$\sigma_{1,u} =$	2,9	$\sigma_{2,u} = -1,7$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	5,5	

Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	-0,88	$u_{1,0} = 1,60$
Ext. Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	22,8	$N_2 = -22,8$
Ext. Momente		[kNm]
$M_1 =$	1,2	$M_2 = 3,5$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	-1,1	$\sigma_{2,o} = -2,3$
$\sigma_{1,u} =$	1,8	$\sigma_{2,u} = 1,9$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	6,5	

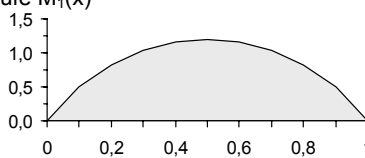
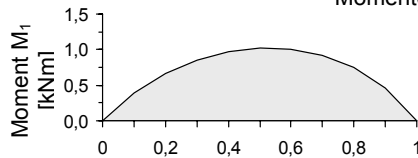
Verformungsfiguren (überhöhte Darstellung)



Normalkraftverläufe $N_1(x)$



Momentenverläufe $M_1(x)$



Verschiebungsverläufe $u(x)$

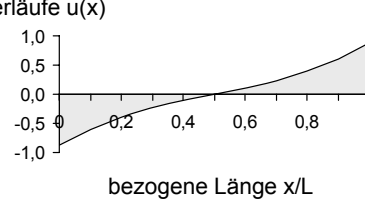
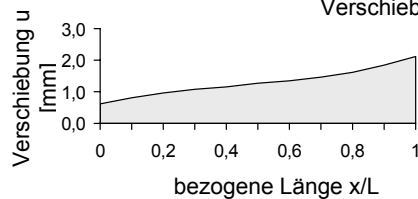
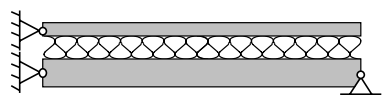
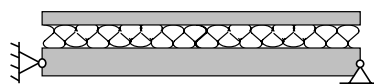


Tabelle 40: Ergebnisse für Lastfall 3 – Linearer Temperaturgradient in der Vorsatzschale



- aufstehende Vorsatzschale -

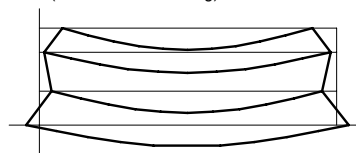
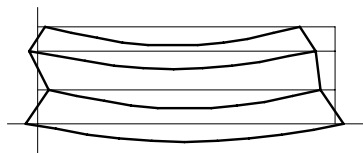


- frei hängende Vorsatzschale -

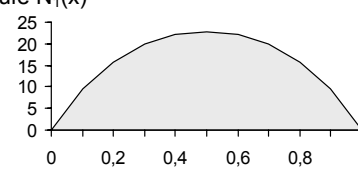
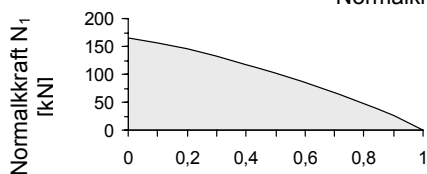
Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	2,11	
Extremale Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	166,1	$N_2 = -166,1$
Extremale Momente		[kNm]
$M_1 =$	1,0	$M_2 = 3,0$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	2,4	$\sigma_{2,o} = -2,9$
$\sigma_{1,u} =$	2,9	$\sigma_{2,u} = -1,7$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	5,5	

Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	-0,88	$u_{1,0} = 1,60$
Ext. Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	22,8	$N_2 = -22,8$
Ext. Momente		[kNm]
$M_1 =$	1,2	$M_2 = 3,5$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	-1,1	$\sigma_{2,o} = -2,3$
$\sigma_{1,u} =$	1,8	$\sigma_{2,u} = 1,9$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	6,5	

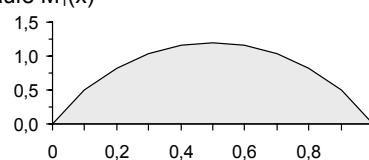
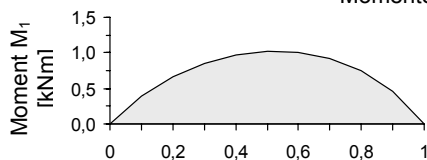
Verformungsfiguren (überhöhte Darstellung)



Normalkraftverläufe $N_1(x)$



Momentenverläufe $M_1(x)$



Verschiebungsverläufe $u(x)$

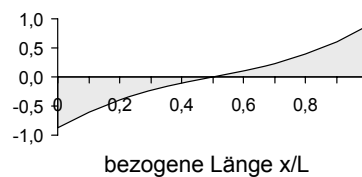
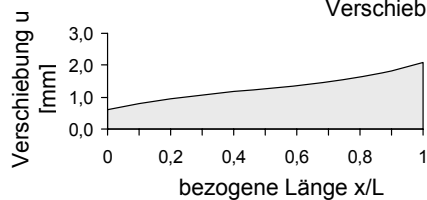
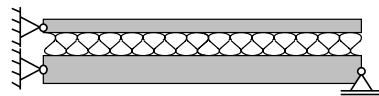
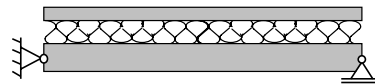


Tabelle 41: Ergebnisse für Lastfall 4 – Windsog



- aufstehende Vorsatzschale -

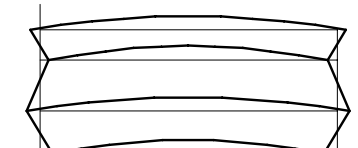
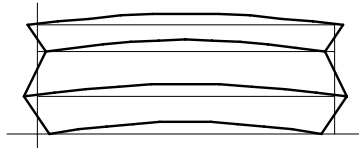


- frei hängende Vorsatzschale -

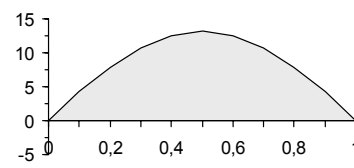
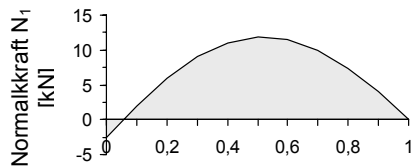
Verschiebungen		[mm]
$u_{ext} =$	-0,4	
Extremale Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	12,0	$N_2 = -12,0$
Extremale Momente		[kNm]
$M_1 =$	-0,59	$M_2 = -1,73$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	0,9	$\sigma_{2,o} = 0,9$
$\sigma_{1,u} =$	-0,6	$\sigma_{2,u} = -1,2$
Durchbiegung		[mm]
$w_{ext} =$	-3,2	

Verschiebungen		[mm]
$u_{ext} =$	0,3	$u_{1,0} = 0,0$
Ext. Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	13,2	$N_2 = -13,2$
Ext. Momente		[kNm]
$M_1 =$	-0,60	$M_2 = -1,74$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	0,9	$\sigma_{2,o} = 0,9$
$\sigma_{1,u} =$	-0,5	$\sigma_{2,u} = -1,2$
Durchbiegung		[mm]
$w_{ext} =$	-3,2	

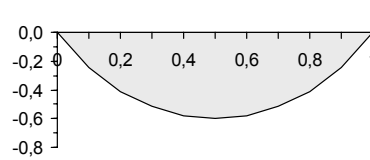
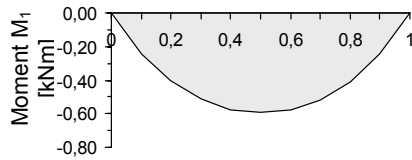
Verformungsfiguren (überhöhte Darstellung)



Normalkraftverläufe $N_1(x)$



Momentenverläufe $M_1(x)$



Verschiebungsverläufe $u(x)$

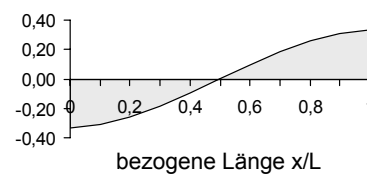
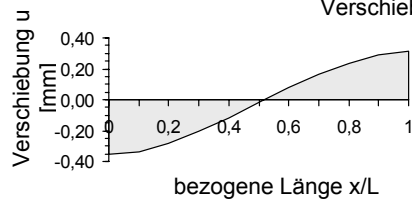
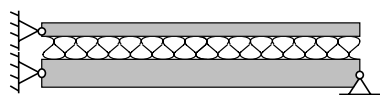
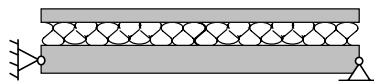


Tabelle 42: Ergebnisse für Lastfall 5 – Erddruck



- aufstehende Vorsatzschale -

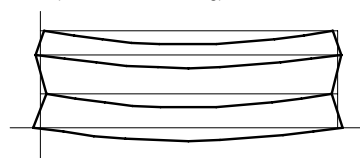
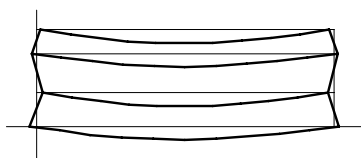


- frei hängende Vorsatzschale -

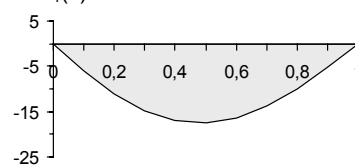
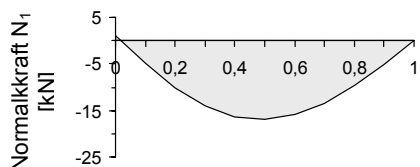
Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	0,9	
Extremale Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	-17,0	$N_2 = 17,0$
Extremale Momente		[kNm]
$M_1 =$	3,1	$M_2 = 9,1$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	-4,07	$\sigma_{2,o} = -5,3$
$\sigma_{1,u} =$	3,60	$\sigma_{2,u} = 5,6$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	4,0	

Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	0,9	$u_{1,0} = 0,0$
Ext. Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	-17,5	$N_2 = 17,5$
Ext. Momente		[kNm]
$M_1 =$	3,1	$M_2 = 9,1$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	-4,08	$\sigma_{2,o} = -5,3$
$\sigma_{1,u} =$	3,59	$\sigma_{2,u} = 5,6$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	4,0	

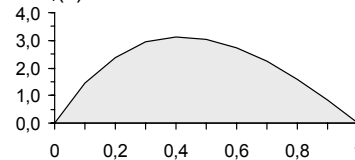
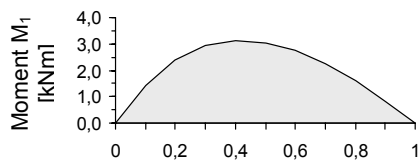
Verformungsfiguren (überhöhte Darstellung)



Normalkraftverläufe $N_1(x)$



Momentenverläufe $M_1(x)$



Verschiebungsverläufe $u(x)$

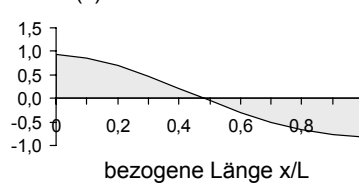
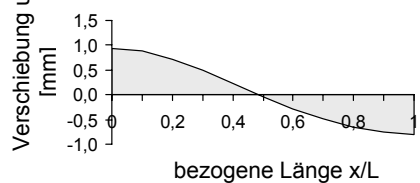
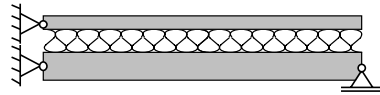
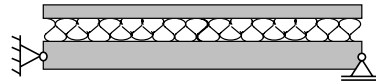


Tabelle 43: Ergebnisse für Lastfall 6 – Auflast auf der Tragschale



- aufstehende Vorsatzschale -

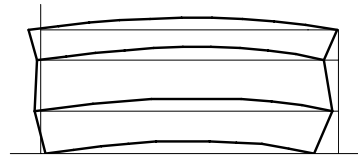
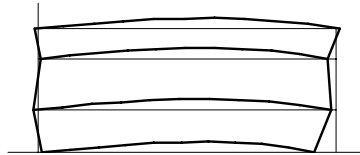
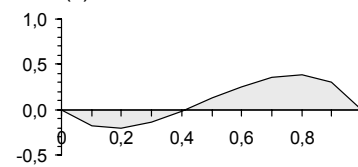
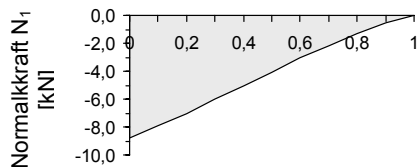
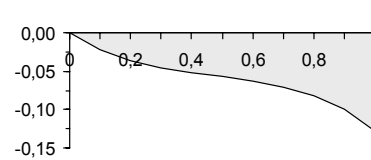
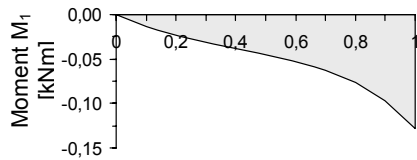
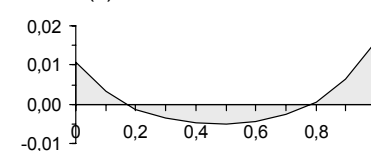
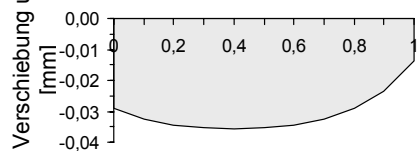


- frei hängende Vorsatzschale -

Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	-0,04	
Extremale Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	-8,8	$N_2 = -40,0$
Extremale Momente		[kNm]
$M_1 =$	-0,13	$M_2 = -0,4$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	0,16	$\sigma_{2,o} = -0,3$
$\sigma_{1,u} =$	-0,16	$\sigma_{2,u} = -0,6$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	-0,3	

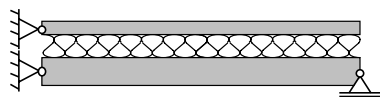
Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	0,02	$u_{1,o} = -0,05$
Ext. Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	0,4	$N_2 = -40,4$
Ext. Momente		[kNm]
$M_1 =$	-0,13	$M_2 = -0,4$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	0,16	$\sigma_{2,o} = -0,4$
$\sigma_{1,u} =$	-0,16	$\sigma_{2,u} = -0,6$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	-0,4	

Verformungsfiguren (überhöhte Darstellung)

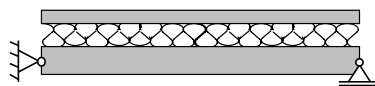

 Normalkraftverläufe $N_1(x)$

 Momentenverläufe $M_1(x)$

 Verschiebungsverläufe $u(x)$

 bezogene Länge x/L

 bezogene Länge x/L

Tabelle 44: Ergebnisse für Lastfall 7 – Eigenlast der Vorsatzschale



- aufstehende Vorsatzschale -

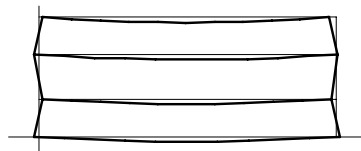


- frei hängende Vorsatzschale -

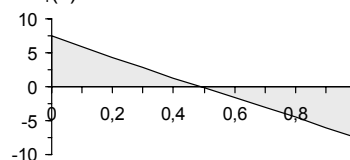
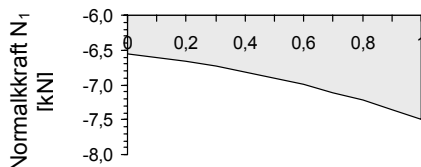
Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	0,01	
Extremale Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	-7,5	$N_2 = -0,9$
Extremale Momente		[kNm]
$M_1 =$	0,0	$M_2 = 0,0$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	-0,08	$\sigma_{2,o} = 0,0$
$\sigma_{1,u} =$	-0,08	$\sigma_{2,u} = 0,0$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	0,0	

Verschiebungen		[mm]
$u_{\text{ext}} =$	0,13	$u_{1,0} = -0,13$
Ext. Normalkräfte		[kN]
$N_1 =$	-7,5	$N_2 = -15,0$
Ext. Momente		[kNm]
$M_1 =$	0,0	$M_2 = 0,0$
Ext. Betonspannungen		[N/mm ²]
$\sigma_{1,o} =$	0,08	$\sigma_{2,o} = -0,2$
$\sigma_{1,u} =$	-0,08	$\sigma_{2,u} = -0,2$
Durchbiegung		[mm]
$w_{\text{ext}} =$	0,0	

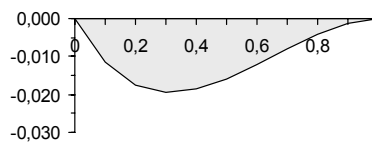
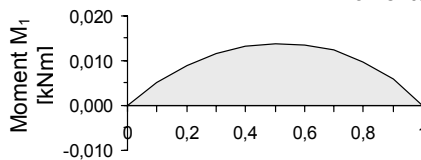
Verformungsfiguren (überhöhte Darstellung)



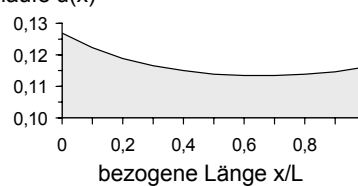
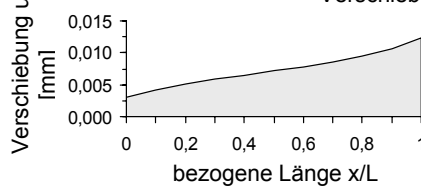
Normalkraftverläufe $N_1(x)$



Momentenverläufe $M_1(x)$



Verschiebungsverläufe $u(x)$



Eine Zusammenfassung der sieben untersuchten Lastfälle beinhaltet Tabelle 45.

Tabelle 45: Zusammenstellung der Berechnungsergebnisse und Nachrechnung mit vereinfachten Ansätzen

Z	Gr.	Ein.	LF 1	LF 2	LF 3	LF 4 ¹⁾	LF 5	LF 6	LF 7 ²⁾
Schnittgrößen infolge Verbundtragwirkung									
- Frei hängende Vorsatzschale -									
1	N ₁	[kN]	-22,8	22,8	2,5	13,2	-17,5	0	-7,5
2	M ₁	[kNm]	-1,20	1,20	0,50	-0,60	3,1	-0,13	0
3	Schnitt	[m]	0,5·L	0,5·L	0,5·L	0,5·L	~0,45·L	L	-
5	σ _{max}	[N/mm²]	1,14	1,80	0,65	0,92	3,55	0,16	0,08
6	Seite ⁵⁾		außen	innen	innen	außen	innen	außen	-
7	σ _{min}	[N/mm²]	-1,80	1,80	-0,58	-0,54	-4,05	-0,16	-0,08
- Aufstehende Vorsatzschale -									
8	N ₁	[kN]	-166,1	Vorsatzschale steht nicht mehr auf (u _{1,L=0} >0)	2,5	12,0	-17,0	0	-7,5
9	M ₁	[kNm]	-1,00		0,50	-0,59	3,10	-0,13	0
10	Schnitt	[m]	0,8·L			~0,5·L	~0,45·L	L	-
11	σ _{max}	[N/mm²]	-1,15		0,65	0,90	3,55	0,16	-0,10
12	Seite ⁵⁾		außen		innen	außen	innen	außen	-
13	σ _{min}	[N/mm²]	-3,60		-0,58	-0,56	-4,04	-0,16	-0,11
Schnittgrößen infolge Platten- und Scheibentragwirkung									
14	N _{1,frei}	[kN]	-41,3	41,3	-	-	-	-	-
15	N _{1,auf}	[kN]	-165,0	-	-	-	-	-	-
16	M ₁	[kNm]	-	-	0,50 ³⁾	0,02 ⁴⁾	0,21 ⁴⁾	-	-
17	σ _{max}	[N/mm²]	-0,6/-2,4	0,60	0,62	0,02	0,26	-	-
Verschiebungen infolge Verbundtragwirkung									
- Frei hängende Vorsatzschale -									
18	u _{1,L=0}	[mm]	-1,60	1,60	0	0	0	-0,05	-0,13
19	u _{max}	[mm]	0,88	0,88	0	0,33	0,93	0,02	0,13
- Aufstehende Vorsatzschale -									
20	u _{max}	[mm]	2,1	-	0	0,36	0,95	0,04	0,01
Verschiebungen infolge Platten- und Scheibentragwirkung									
21	u _{max,frei}	[mm]	1,65	1,65	0	0	0	0	0,15
22	u _{max,auf}	[mm]	3,30	-	0	0	0	0	0
¹⁾ L = 3,00 m, ²⁾ d _D = 0,10 m, ³⁾ nach Utescher 1973, ⁴⁾ nach Gastmeyer 1997 ⁵⁾ Bauteilseite an der σ _{max} auftritt									

5.7.3 Auswertung und Schlussfolgerung zur Vergleichsrechnung

In Tabelle 45 sind die maßgebenden Schnittgrößen N_1 und M_1 in der Vorsatzschale für den Fall der frei hängend und der aufstehenden Vorsatzschale aus der Verbundtragwirkung mit den Schnittgrößen aus Platten- bzw. Scheibentragwirkung den Berechnungsansätzen von *Utescher 1973* und *Gastmeyer 1997* entsprechend Abschnitt 2.2.4 gegenübergestellt. Adäquat erfolgt die Aufbereitung der maximalen Verschiebungen u in der Verbundfuge.

Es ist ersichtlich, dass die Temperaturbeanspruchung (LF 1, 2) für das gewählte Beispiel die maßgebende Einwirkung für eine frei bewitterte Wandtafel ist.

Zum Vergleich der Schnittgrößen aus der Verbundtragwirkung mit der vereinfachten Berechnung der Schnittgrößen unter Vernachlässigung der Biegetragwirkung lassen sich für das gewählte Beispiel folgende Aussagen treffen.

- In den Lastfällen 1 und 2 resultieren bei der vereinfachten Schnittgrößenermittlung größere, auf der sicheren Seite liegende Normalkräfte N_1 (Z.1, Z.14) und (Z.8, Z.15). Allerdings zeigt der Vergleich der maximalen Randspannungen (Z.5, Z.17), dass infolge des Momentes der Verbundtragwirkung deutlich höhere Zugspannungen in der Vorsatzschale auftreten.
- Infolge des Temperaturgradienten über die Vorsatzschale im Lastfall 3 ergibt die Berechnung der Momente M_1 identische Werte (Z.2, Z.9, Z.16). Die Normalkraft N_1 aus Verbundtragwirkung (Z.1, Z.8) ist vernachlässigbar gering.
- Unter der Einwirkung von Flächenlasten der Lastfälle 4 und 5 zeigt sich, dass aus der Plattentragwirkung aufgrund des engen Stützrasters nur Schnittgrößen mit geringem Betrag resultieren (Z.16). Die maßgebenden Schnittgrößen resultieren aus der Verbundtragwirkung (Z.1-2, Z.8-9).
- Die Schnittgrößen in der Vorsatzschale im Lastfall 6 (Z.2, Z.9) sind vernachlässigbar gering. Dem Lastfall der ‚Auflast auf der Tragschale‘ kommt keine Bedeutung zu. Vorausgesetzt der gewählte Lastansatz wird nicht deutlich überschritten.

Für den Vergleich der Verschiebungen aus Verbundtragwirkung und Verschiebungen unter Vernachlässigung der Biegetragwirkung der Tragschale kann folgendes festgestellt werden.

- In den Lastfällen 1 und 2 ergeben die Berechnungen der Verschiebungen aus der Verbundtragwirkung (Z.19, Z.20) deutlich geringere Werte im Vergleich zum Berechnungsansatz mit biegestarrer Tragschale und Vernachlässigung der Schubelastischen Kopplung (Z.21, Z.22). Der große Unterschied liegt darin begründet, dass beim Berechnungsansatz mit biegestarrer Tragschale der Verschiebungsanteil aus der gegenseitigen Verdrehung der Betonschalen unberücksichtigt bleibt. Dieser Anteil wirkt dem Anteil der gegenseitigen Verschiebung der Betonschalen in deren Schwerachsen entgegen.

- In Lastfall 3 sind Verschiebungen in der Verbundfuge nahezu ausschließlich auf die gegenseitige Verdrehung der Betonschalen zurückzuführen. Sie sind von vernachlässigbarer Größe (Z.19, Z.20).
- Die Verschiebungen in den Lastfällen 3 und 4 sind maßgeblich auf die gegenseitige Verdrehung der Schalen zurückzuführen. Sie weisen eine Größe auf, die eine grundsätzliche Vernachlässigung nicht erlauben. Allerdings nehmen die Verschiebungen bei geringer Zunahme der Tragschalendicke überproportional ab.
- Aus Lastfall 6 ergeben sich Verschiebungen $u < 0,1$ mm. Dieser Lastfall kann vernachlässigt werden.
- Die Berechnung der Verschiebung aus Eigenlast der Vorsatzschale erfolgt mit dem Ansatz der vollen Schubfedersteifigkeit unter Berücksichtigung von Verbindungsmittel und Dämmstoff. Der Unterschied im Ergebnis beider Berechnungsansätze ist minimal (Z.19, Z.21).

Um zu differenzieren, in welchen Lastfällen zwischen dem statischen System für eine frei hängende und eine aufstehende Vorsatzschale zu unterscheiden ist, werden die Schnitt- und Verformungsgrößen aus der Verbundtragwirkung der einzelnen Lastfälle miteinander verglichen.

- Bei der Einwirkung des linearen Temperaturgradienten (LF 3), bei senkrecht zur Plattenebene wirkenden Flächenlasten (LF4, LF 5) und bei einer Auflast auf der Tragschale (LF 6) sind die Unterschiede der sich entsprechenden Schnitt- und Verformungsgrößen gering. Das statische System hat einen vernachlässigbaren Einfluss.
- Bei Temperaturdehnungen in der Vorsatzschale (LF 1, LF 2) sind die Lagerungsbedingungen bei der Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen unbedingt zu berücksichtigen.

Zusammenfassend können für die Schnitt- und Verformungsgrößenermittlung an mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln folgende Schlussfolgerungen aus der Vergleichsrechnung gezogen werden.

- Die Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen aus Verbundtragwirkung bei senkrecht zu Plattenebene wirkenden Flächenlasten (Wind, Erddruck, hydrostatischer Druck) kann unabhängig vom statischen System mit den geschlossenen, analytischen Lösungen aus Abschnitt 5.6.2.2 erfolgen. Es ist zu beachten, dass die Schnittgrößen aus der Verbundtragwirkung mit den Schnittgrößen aus der Plattentragwirkung nach Abschnitt 2.2.4 ungünstig zu überlagern sind.
- Der Lastfall einer Auflast auf der Tragschale kann bei Stützweiten $L \leq 6$ m und Auflasten $p \leq 50$ kN/m vernachlässigt werden.
- Die Verschiebung infolge Eigenlast der Vorsatzschale kann mit dem vereinfachten Berechnungsansatz nach Gleichung (2.10) bestimmt werden. Dabei kann auf der sicheren Seite liegend die Schubfedersteifigkeit des

Verbindungsmittels C_A oder die Schubfedersteifigkeit der Verbundfuge C_v angesetzt werden.

- Die maßgebenden Schnittgrößen N_1 und M_1 in der Vorsatzschale unter einer Temperaturdifferenz zwischen den Betonschalen ergeben sich bei der Abkühlung der Vorsatzschale. Unter Vernachlässigung der Lagerung des Wandelementes kann deren Berechnung mit den geschlossenen, analytischen Gleichungen aus Tabelle 31 erfolgen.
- Für eine genaue Berechnung der Verschiebungen unter einer Temperaturdifferenz zwischen den Betonschalen, wird empfohlen, bei frei hängenden Vorsatzschalen die geschlossene, analytische Gleichung aus Tabelle 31 und bei aufstehenden Vorsatzschalen die Lösung aus Tabelle 35 zu nehmen.

5.8 Berechnungshilfen zur Ermittlung der maximalen Schnitt- und Verformungsgrößen infolge Verbundtragwirkung

5.8.1 Maximalschnittgrößen infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei frei hängender Vorsatzschale

Die maximalen Schnittgrößen $N_{1,max}$ und $M_{1,max}$ in der Vorsatzschale ergeben sich an der Stelle $x_{max} = 0,5 \cdot L$ durch Einsetzen in die Gleichungen aus Tabelle 31 zu:

$$N_{1,max} = \frac{B_s \cdot \alpha}{a^2 \cdot (\alpha + 1)} \cdot \alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) \cdot \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{\Omega \cdot L}{2}\right)} - 1 \right) \quad \text{und} \quad (5.96)$$

$$M_{1,max} = \frac{B_1}{a \cdot (\alpha + 1)} \cdot \alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) \cdot \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{\Omega \cdot L}{2}\right)} - 1 \right). \quad (5.97)$$

Durch Auflösen der relativen Fugensteifigkeit Ω und Einführen der Hilfswerte:

$$\beta = \frac{a_1}{a} \cdot \frac{\alpha}{(\alpha + 1)} \quad \text{und} \quad \beta^* = \sqrt{\frac{1}{\beta}} \quad (5.98)$$

kann diese auf die relative Verbundfugensteifigkeit Ω^* unter Annahme einer unendlich biege- und dehnsteifer Tragschale zurückgeführt werden:

$$\Omega = \Omega^* \cdot \beta^*. \quad (5.99)$$

Der dimensionslose Wert β ist ein Maß für die Steifigkeit der Tragschale und kann maximal den Wert 1 annehmen. Er geht mit abnehmender Biege- und Dehnsteifigkeit gegen den Wert Null. Bezieht man weiterhin die maximale Normalkraft $N_{1,max}$ auf die Dehnsteifigkeit D_1 ergibt das die dimensionslose, maximale Dehnungen $\varepsilon_{1,max}$ in der Vorsatzschale. Alle Abkürzungen zusammengefasst ergeben sich aus Gleichung (5.96):

$$\varepsilon_{1,max} = \beta \cdot \alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) \cdot \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{2} \cdot \Omega^* \cdot L \cdot \beta^*\right)} - 1 \right). \quad (5.100)$$

Zur Berechnung der Schnittgröße $N_{1,max}$ wird der Verhältniswert v_N eingeführt. Über diesen Wert v_N werden die maximalen Mittelachsendehnungen $\varepsilon_{1,max}$ unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung nach Gleichung (5.100) und unter Ansatz eines dreieckförmigen Schubkraftverlaufes $T(x)$, basierend auf Gleichung (2.12), aufeinander bezogen. Der Verhältniswert resultiert zu:

$$v_N = \frac{8 \cdot \beta}{(\Omega^* L)^2} \cdot \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{2} \cdot \Omega^* L \cdot \beta^*\right)} - 1 \right) \quad (5.101)$$

und ist abhängig von den Parametern $\Omega^* L$ und β . Die Werte v_N lassen sich in Abbildung 90 ablesen. Zur Verbesserung der Ablesegenauigkeit ist auf der x-Achse die Quadratwurzel des Parameters $\Omega^* L$ aufgetragen.

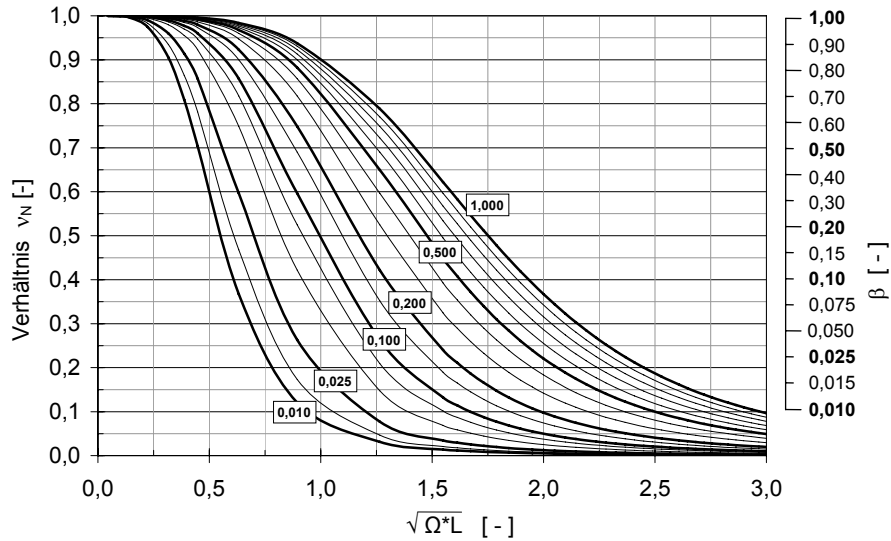


Abbildung 90: Auswertung des Verhältnisses v_N zur Berechnung der maximalen Normalkraft unter einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei frei hängender Vorsatzschale

Nach Ablesen des Wertes v_N errechnet sich die maximale Normalkraft $N_{1,max}$ mit:

$$N_{1,max} = \frac{\alpha_t \cdot \Delta\vartheta}{8} \cdot D_1 \cdot (\Omega^* L)^2 \quad (5.102)$$

Das zugehörige Maximalmoment $M_{1,max}$ kann über einen Faktor, welcher die Schalenbiegesteifigkeiten B_1 und B_2 und den Abstand der Schwerachsen a beinhaltet, aus der Normalkraft $N_{1,max}$ ermittelt werden:

$$M_{1,max} = \frac{a \cdot B_1}{B_1 + B_2} \cdot N_{1,max} \quad (5.103)$$

5.8.2 Maximalrelativverschiebung u_{\max} infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei frei hängender Vorsatzschale

Analog zur vereinfachten Ermittlung der Schnittgrößen für eine Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ kann die Berechnung der Maximalverschiebung u_{\max} erfolgen. Diese ergibt sich entsprechend der Gleichung aus Tabelle 31 an der Stelle $x = L$ zu:

$$u_{\max} = \frac{1}{\Omega} \cdot \alpha_t \cdot \Delta\vartheta \cdot \left(\frac{\cosh(\Omega L) - 1}{\sinh(\Omega L)} \right). \quad (5.104)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen (5.98) und (5.99) resultiert:

$$u_{\max} = \frac{1}{\Omega^* \cdot \beta^*} \cdot \alpha_t \cdot \Delta\vartheta \cdot \left(\frac{\cosh(\Omega^* L \cdot \beta^*) - 1}{\sinh(\Omega^* L \cdot \beta^*)} \right). \quad (5.105)$$

Bezieht man die Maximalverschiebung unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung nach Gleichung (5.105) auf die Maximalverschiebung für den Fall der unbehinderten Verformung und drückt das Verhältnis über den Wert v_u aus, ergibt sich:

$$v_u = \frac{2 \cosh(\Omega^* L \cdot \beta^*) - 2}{\Omega^* L \cdot \beta^* \cdot \sinh(\Omega^* L \cdot \beta^*)}. \quad (5.106)$$

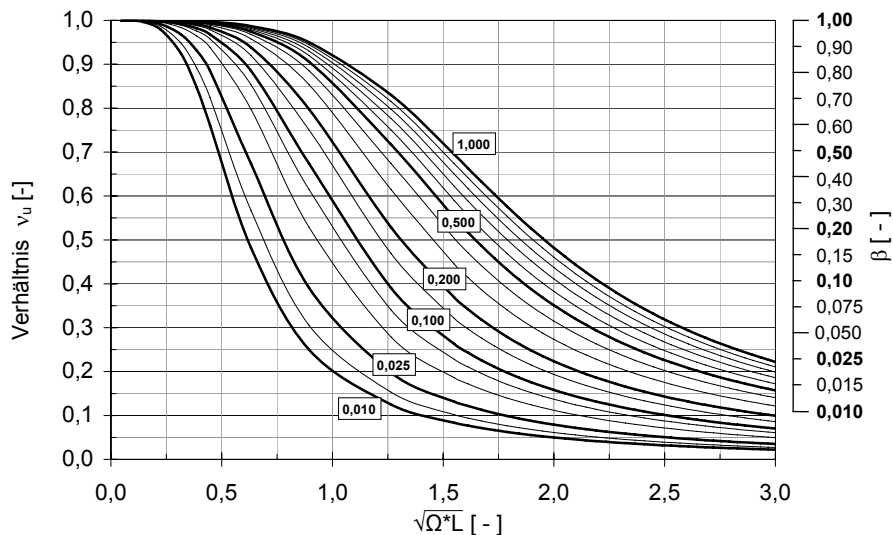


Abbildung 91: Auswertung des Verhältnisses v_u zur Berechnung der maximalen Verschiebung u unter einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei frei hängender Vorsatzschale

Die Auswertung des Wertes v_u ist in Abbildung 91 dargestellt. Nach Ablesen des Verhältnisses v_u errechnet sich die maximale Verschiebung zu:

$$u_{\max} = \frac{\alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1)}{2} \cdot L \cdot v_u \quad (5.107)$$

5.8.3 Maximalschnittgrößen $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei aufstehender Vorsatzschale

Maßgebend für die Bemessung der Vorsatzschale ist die Stelle des maximalen Momentes $M_{1,\max}$. Diese Stelle x_{\max} errechnet sich aus dem Zusammenhang $dM_1/dx = 0$ mit der Funktion $M_1(x)$ aus Tabelle 35 und ergibt sich zu:

$$x_{\max} = \frac{\ln \left(\frac{3 \cdot \alpha \cdot C_4 + \sqrt{9 \cdot a^2 \cdot C_4^2 - C_6^2 + C_3^2}}{C_3 - C_6} \right)}{\Omega} \quad (5.108)$$

Bei entsprechendem Umformen der Gleichung $M_1(x)$ aus Tabelle 35 kann gezeigt werden, dass sich die Krümmung $\kappa_1(x)$ infolge des Teilmoments $M_1(x)$:

$$\kappa_1(x) = \frac{M_1(x)}{B_1} \quad (5.109)$$

aus der Krümmung $\kappa_0(x)$:

$$\kappa_0(x) = \frac{M_0(x)}{B} = \frac{-a_1 \cdot D_1 \cdot \alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1)}{B_1 + B_2 + B_s} \quad (5.110)$$

und einem Term, welcher die Nachgiebigkeit der Verbindung beschreibt, zusammensetzt. Der Krümmung κ_0 liegen die Annahmen von ideal, starrem Verbund der Schalen und unendlich großer Biege- und Dehnsteifigkeit der Tragschale zu Grunde. Unter Berücksichtigung von Gleichung (5.108) ergibt sich die maximale Krümmung $\kappa_{1,\max}$ zu:

$$\kappa_{1,\max} = \frac{\kappa_0}{2} \cdot \left(C_3 + 3\alpha\Omega \cdot C_4 + C_6 \cdot \sinh(\Omega \cdot x_{\max}) - C_3 \cdot \cosh(\Omega \cdot x_{\max}) \right) \quad (5.111)$$

Wird die Normalkraft $N_1(x)$ mit der Beziehung:

$$M_s(x) = -a \cdot N_1(x) \quad (5.112)$$

über das Moment $M_s(x)$ infolge Sandwichtragwirkung ausgedrückt, kann die entsprechende, maximale Krümmung $\kappa_{Ms,\max}$ durch Umformen von Gleichung $N_1(x)$ aus Tabelle 35 und Einsetzen von Gleichung (5.108) in ähnlicher Form angeschrieben werden:

$$\kappa_{s,\max} = \frac{\kappa_0}{2} \cdot \left(-C_3 - 3\alpha\Omega \cdot C_4 \cdot x_{\max} + \alpha \left(C_6 \cdot \sinh(\Omega \cdot x_{\max}) + C_3 \cdot \cosh(\Omega \cdot x_{\max}) \right) + 2\alpha - 2 \right) \quad (5.113)$$

Für die grafische Ermittlung der Schnittgrößen $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ werden die Momentenaufteilungsfaktoren v_M und v_N eingeführt. In diesen Faktoren werden die Krümmungen aus den Teilmomenten $\kappa_{Ms,\max}$ und $\kappa_{1,\max}$ auf die Krümmung $\kappa_{0,\max}$ bezogen. Diese dimensionslosen Größen ergeben sich zu:

$$v_N = \frac{\kappa_{N,max}}{\kappa_{0,max}} \quad \text{und} \quad v_M = \frac{\kappa_{M,max}}{\kappa_{0,max}} \quad (5.114)$$

und sind ausschließlich von der Fugenkennzahl ΩL und dem Geometrie- und Materialfaktor α abhängig. Die grafische Auswertung der Ausdrücke (5.114) für die Bereiche $\Omega L = 0 \dots 5$ und $\alpha = 0,05 \dots 1,50$ enthalten Abbildung 92 und Abbildung 93.

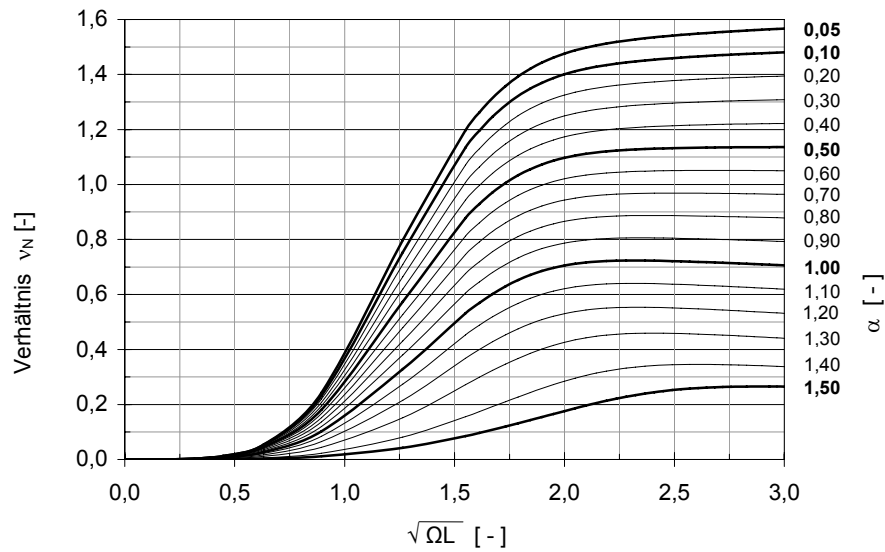


Abbildung 92: Auswertung des Verhältniswertes v_N zur Berechnung der maximalen Normalkraft unter einer Temperaturdifferenz $\Delta\theta$ bei aufstehender Vorsatzschale

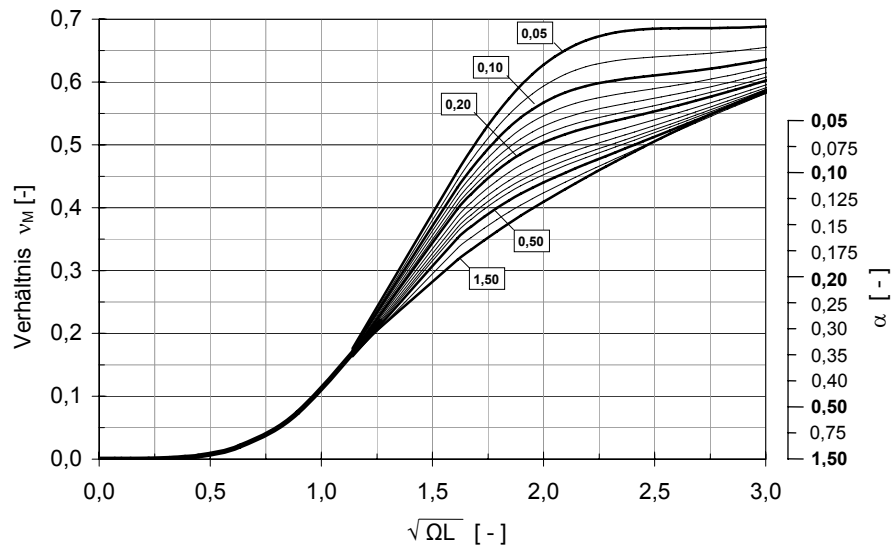


Abbildung 93: Auswertung des Verhältniswertes v_M zur Berechnung des maximalen Momentes unter einer Temperaturdifferenz $\Delta\theta$ bei aufstehender Vorsatzschale

Nach Ablesen des Werte v_N errechnet sich mit:

$$M_0 = -a_1 \cdot D_1 \cdot \alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) \quad (5.115)$$

die maximale Normalkraft $N_{1,max}$ zu:

$$N_{1,max} = \frac{B_s}{B} \cdot \frac{M_0}{a} \cdot v_N \quad (5.116)$$

Das maximale Moment $M_{1,max}$ in der Vorsatzschale resultiert aus der Beziehung:

$$M_{1,max} = \frac{B_1}{B} \cdot M_0 \cdot v_M \quad (5.117)$$

5.8.4 Maximalrelativverschiebung u_{max} infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei aufstehende Vorsatzschale

Die maximale Relativverschiebung u_{max} ergibt sich am Kopfpunkt der Vorsatzschale an der Stelle $x = L$ und ergibt sich nach der entsprechenden Gleichung aus Tabelle 35:

$$u_{max, frei} = \alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) \cdot L \quad (5.118)$$

Für den Fall der unbehinderten Verformung der Vorsatzschale errechnet sich die maximale Verschiebung $u_{max, frei}$ zu:

$$u_{max} = \frac{\alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1)}{2 \cdot \Omega} \cdot (-C_4 + C_6 \cdot \sinh(\Omega L) - C_3 \cdot \cosh(\Omega L)) \quad (5.119)$$

Bezieht man die Maximalverschiebung unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung nach Gleichung (5.119) auf die Verformung $u_{max, frei}$ nach Gleichung (5.118) und drückt diesen Quotienten über den Verhältniswert v_u aus, ergibt sich:

$$v_u = \frac{1}{2 \cdot \Omega L} \cdot (-C_4 + C_6 \cdot \sinh(\Omega L) - C_3 \cdot \cosh(\Omega L)) \quad (5.120)$$

Somit ist auch der Verhältniswert v_u von der Fugenkennzahl ΩL und dem Geometrie- und Materialfaktor α , welcher in den Integrationskonstanten enthalten ist, abhängig. Die grafische Darstellung des Wertes v_u ist Abbildung 94 zu entnehmen.

Nach Ablesen des Wertes v_u errechnet sich die maximale Relativverschiebung u_{max} mit:

$$u_{max} = \alpha_t \cdot (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) \cdot L \cdot v_u \quad (5.121)$$

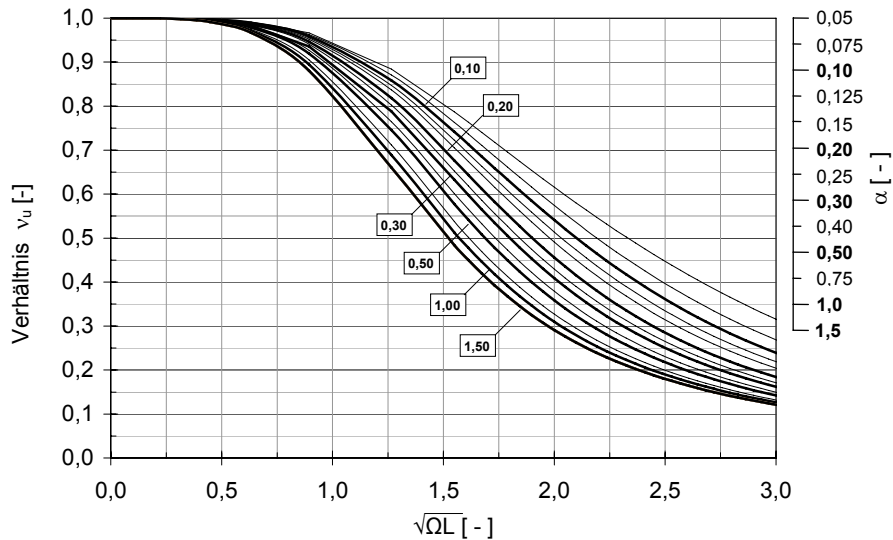


Abbildung 94: Auswertung des Verhältnisses v_u zur Berechnung der maximalen Verschiebung u_{\max} bei einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ bei aufstehender Vorsatzschale

5.8.5 Maximalschnittgrößen $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ infolge einer Trapezlast

Natterer 1987 zeigt, dass bei Biegeträgern mit elastischem Verbund unter Lastbeanspruchung das Moment aus Sandwichtragwirkung M_s über einen Anteil M_0 bei ideal starrem Verbund der Betonschalen, abgemindert durch einen Momentenanteil M_v aus der nachgiebigen Verbindung, ausgedrückt werden kann. Dieser Zusammenhang ergibt sich für den Fall Biegung ohne Längskraft in allgemeiner Form zu:

$$M_s(x) = -N_1(x) \cdot a = \frac{1}{(1+\alpha)} \cdot (M_0(x) - M_v(x)). \quad (5.122)$$

Der Momentenanteil $M_0(x)$ entspricht dem äußeren Moment und lässt sich für eine Trapezlast vergleichsweise einfach nach Schneider 2002 ermitteln:

$$M_0(x) = \left(\left(\frac{L-x}{x} - \left(\frac{L-x}{L} \right)^3 \right) \cdot q_A + \left(\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right) \cdot q_E \right) \cdot \frac{L^2}{6}. \quad (5.123)$$

Die für die Bemessung maßgebende Stelle x_{\max} der maximalen Schnittgrößen $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ in der Vorsatzschale ist abhängig von den Randordinaten der Trapezlast q_A und q_E . Sie kann über die 1. Ableitung der Funktionen $N_1(x)$ oder $M_1(x)$ aus Tabelle 30 ermittelt werden. Um eine geschlossene Lösung für x_{\max} zu erhalten, ist es erforderlich die hyperbolischen Funktionen über eine Reihenentwicklung auszudrücken. Die näherungsweise Formulierung über die ersten beiden Glieder einer Taylorreihe (Göhler 1970) ist dafür ausreichend genau. Die Stelle der

Maximalschnittgrößen ergibt sich aus der Unterscheidung der Fälle einer Trapez- und Gleichstreckenlast zu:

$$x_{\max} = \begin{cases} \frac{\left(3 \cdot q_A - \sqrt{3 \cdot (q_A + q_E)^2 - 3 \cdot q_A \cdot q_E}\right) \cdot L}{3 \cdot (q_A - q_E)} & q_E > q_A \\ 0,5 \cdot L & q_E = q_A \end{cases} \quad (5.124)$$

Die Maximalschnittgrößen $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ infolge Verbundtragwirkung unter einer Trapezlast ergeben sich nach Einsetzen von x_{\max} nach Gleichung (5.124) in die Schnittgrößenverläufe in Tabelle 30. Nach Freistellen des Momentenanteils $M_{0,\max}$ lassen sich diese wie folgt darstellen:

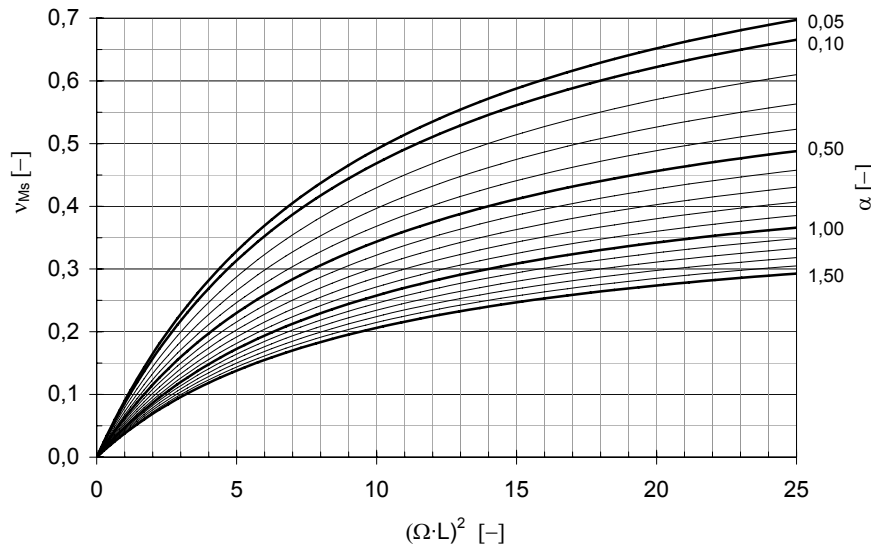
$$N_{1,\max} = \frac{1}{a \cdot (\alpha + 1)} \cdot \left(M_{0,\max} - \frac{1}{\Omega^2} \cdot \left(\frac{\sinh(\Omega L \cdot x_{\max} - \Omega L) \cdot q_A - \sinh(\Omega L \cdot x_{\max}) \cdot q_E}{\sinh(\Omega L)} \right. \right. \\ \left. \left. - (q_A - q_E) \cdot x_{\max} + q_A \right) \right), \quad (5.125)$$

$$M_{1,\max} = \frac{B_1}{B} \cdot \left(M_{0,\max} + \frac{1}{\alpha \cdot \Omega^2} \cdot \left(\frac{\sinh(\Omega L \cdot x_{\max} - \Omega L) \cdot q_A - \sinh(\Omega L \cdot x_{\max}) \cdot q_E}{\sinh(\Omega L)} \right. \right. \\ \left. \left. - (q_A - q_E) \cdot x_{\max} + q_A \right) \right). \quad (5.126)$$

Als Grundlage der grafischen Ermittlung der maximalen Normalkraft $N_{1,\max}$ wird der Momentenaufteilungsfaktor v_{Ms} eingeführt. Er gibt das Verhältnis zwischen dem Moment aus Sandwichtragwirkung $M_{s,\max}$ und dem äußeren Moment $M_{0,\max}$ an:

$$v_{Ms} = - \frac{a \cdot N_{1,\max}}{M_{0,\max}}. \quad (5.127)$$

Setzt man Gleichung (5.127) in (5.125) ein, so lässt sich der Verhältniswert v_{Ms} als Funktion von dem Material- und Geometriefaktor α und der Fugenkennzahl ΩL darstellen. Abbildung 95 zeigt die grafische Auswertung des Zusammenhangs. Zur Verbesserung der Ablesegenauigkeit ist die Fugenkennzahl quadratisch aufgetragen. Die Wertebereiche der Parameter orientieren sich an den für mehrschichtige Stahlbetontafeln interessanten Bereichen und ergeben sich in Anlehnung an die Werte in Tabelle 23 zu $\Omega L = 0 \dots 5$ und $\alpha = 0,05 \dots 1,50$.


 Abbildung 95: Diagramm zur Ermittlung des Momentenaufteilungsfaktors v_{Ms}

Nach Berechnung des Momentes $M_{0,max}$ für den ideal, starren Verbund mit:

$$M_{0,max} = \left(\left(1 - x_{max} - (1 - x_{max})^3 \right) \cdot q_A + \left(x_{max} - x_{max}^3 \right) \cdot q_E \right) \cdot \frac{L^2}{6} \quad (5.128)$$

sind die maximale Normalkraft $N_{1,max}$ und das Maximalmoment $M_{1,max}$ unter Berücksichtigung des Faktors v_{Ms} nach Abbildung 95 zu bestimmen:

$$N_{1,max} = \frac{-M_{0,max}}{a} \cdot v_{Ms}, \quad (5.129)$$

$$M_{1,max} = \frac{B_1}{B_1 + B_2} \cdot M_{0,max} (1 - v_{Ms}). \quad (5.130)$$

5.8.6 Maximalrelativverschiebung u_{max} infolge einer Trapezlast

Die Ermittlung der Verschiebung geht von der Voraussetzung aus, dass in jedem Fall $q_E \leq q_A$ gilt und somit die maximale Verformung u_{max} unter einer Trapezlast an der Stelle $x = 0$ auftritt. Durch das Lösen der Verlaufsfunktion $u(x)$ nach Tabelle 30 an dieser Stelle und anschließendem Umformen der Terme kann gezeigt werden, dass die Maximalverschiebung u_{max} abhängig von der Querkraft $Q_{0,max}$ bei ideal starrem Verbund ist:

$$Q_{0,max} = \frac{L \cdot (2 \cdot q_A + q_E)}{6}, \quad (5.131)$$

$$u_{max} = \frac{a \cdot L^3}{(B_1 + B_2)} \cdot \frac{1}{(\Omega L)^2} \cdot \left(\frac{\cosh(\Omega L) \cdot q_A - q_E}{\Omega L \cdot \sinh(\Omega L)} + \frac{(q_A - q_E)}{(\Omega L)^2} + \frac{Q_{0,max}}{L} \right). \quad (5.132)$$

Zur grafischen Aufbereitung werden beide Seiten der Gleichung (5.132) mit L/Q_{\max} erweitert und für die linke Seite der Gleichung der Verhältniswert v_u eingeführt, welcher den Quotienten aus Maximalverschiebung u_{\max} und der Querkraft Q_0 am Auflager $x = 0$ mit:

$$v_u = \frac{u_{\max}}{Q_{0,\max}} \quad (5.133)$$

bildet. Der Verhältniswert v_u kann als Funktion eines Geometrie- und Materialparameters:

$$\alpha_1 = \frac{a \cdot L^2}{B_1 + B_2} \quad (5.134)$$

und der Fugenkennzahl ΩL ausgewertet werden und ergibt sich zu:

$$v_u = \frac{\alpha_1}{(\Omega L)^2} \cdot \left(\frac{6 \cdot \Omega L \cdot (q_E - \cosh(\Omega L) \cdot q_A) + 6 \cdot (q_A - q_E) \cdot \sinh(\Omega L)}{(\Omega L)^2 \cdot \sinh(\Omega L) \cdot (2 \cdot q_A + q_E)} + 1 \right) \quad (5.135)$$

Abbildung 96 zeigt die grafische Aufbereitung des Verhältniswertes von Gleichung (5.135) für den Fall einer Gleichstreckenlast ($q_A = q_E$).

Im Gegensatz zur Ermittlung der Maximalschnittgrößen, bei welcher der Einfluss des Anstiegs im Lastverlauf vernachlässigbar gering ist, muss dieser bei der Bestimmung der Verschiebung u berücksichtigt werden. In Abhängigkeit vom Verhältnis der Lastrandordinaten q_A/q_E ist dafür ein Korrekturbeiwert $v_{u,\text{korr}}$ zu ermitteln. Im Wert $v_{u,\text{korr}}$ werden die Verhältniswerte v_u für einen trapezförmigen Lastverlauf auf den Fall der Gleichstreckenlast bezogen. Der Abminderungsfaktor:

$$v_{u,\text{korr}} = \frac{v_u \left(\frac{q_A}{q_E} > 1 \right)}{v_u \left(\frac{q_A}{q_E} = 1 \right)} \quad (5.136)$$

ist abhängig von der Fugenkennzahl ΩL . Zur einfachen Bestimmung des Korrekturfaktors ist Gleichung (5.136) in Abbildung 97 grafisch aufbereitet.

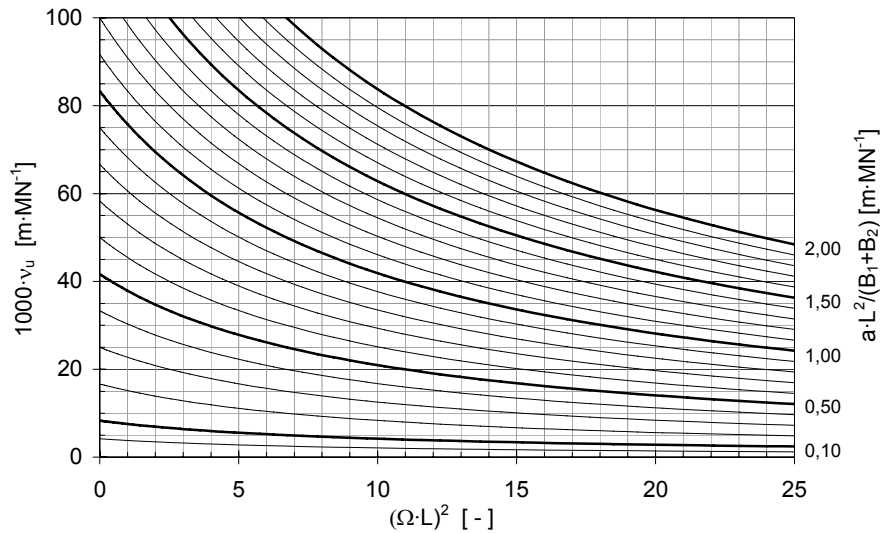


Abbildung 96: Diagramm zur Ermittlung des Verhältnisses v_u für eine Trapezlast

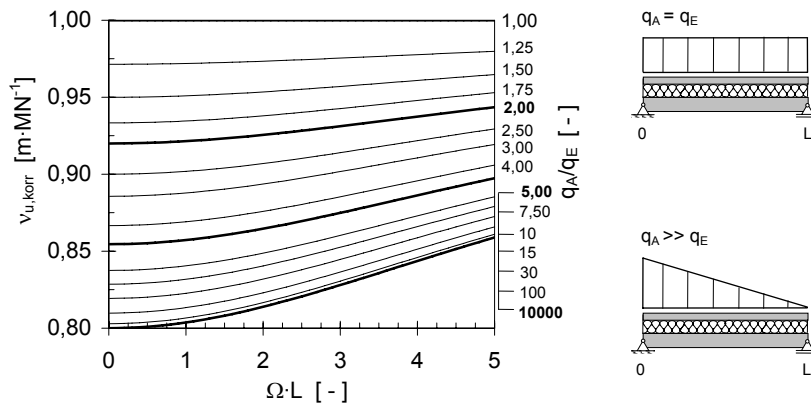


Abbildung 97: Diagramm zur Ermittlung des Korrekturwertes $v_{u,korr}$ zur Berücksichtigung des Belastungsverlaufes

Zusammenfassend kann die Ermittlung der Maximalverschiebung u in der Verbundfuge einer mehrschichtigen Stahlbetonwandtafel unter einer trapezförmigen Belastung unter Nutzung der Berechnungshilfen in Abbildung 96 und Abbildung 97 mit der Gleichung:

$$u_{\max} = v_u \cdot v_{u,korr} \cdot Q_{0,\max} \quad (5.137)$$

erfolgen.

5.9 Parameterstudie zum Einfluss der Material- und Geometrieckenngößen

Das komplexe Verbundtragverhalten und die Vielzahl an Geometrie- und Materialparametern machen es schwer möglich, den Einfluss einer einzelnen Größe auf die bemessungsrelevanten Größen der Relativverschiebung u_{\max} und die Schnittgrößen in der Vorsatzschale $N_{1,\max}$ und $M_{1,\max}$ abzuschätzen. Eine Parameterstudie soll Aufschluss darüber geben, inwieweit die Verbundtragwirkung bei praxisüblichen Wandabmessungen zu berücksichtigen ist. Ausgehend von schlanken Abmessungen für eine frei stehende und eine angeschüttete Wand, welche in Tabelle 46 dargelegt sind, wird der Einfluss von

- der Vorsatzchalendicke d_1 ,
- der Tragschalendicke d_2 ,
- der Dämmschichtdicke d_D ,
- der Wandhöhe L und
- dem Elastizitätsmodul E_c

durch Variation der einzelnen Größen auf die

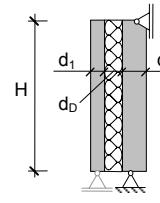
- Relativverschiebung u und
- die maximale Zugspannung in der Vorsatzschale σ_{\max}

in Abhängigkeit der Verbundfugensteifigkeit C_v untersucht. Die maximale Zugspannung errechnet sich zu:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{1,\max}}{b \cdot d_1} \pm 6 \cdot \frac{M_{1,\max}}{b \cdot d_1^2} \quad (5.138)$$

Die Untersuchungen erfolgen am statischen System eines einachsig gespannten Verbundbalkenstreifens mit konstanter Breite von 1 m für die Fälle der frei hängenden und der aufstehenden Vorsatzschale.

Tabelle 46: Ausgangsparameter und deren Wertebereiche in der Studie

Parameter	Einheit	frei stehende Wand	angeschüttete Wand	Parameterbereich	System
d_1	[cm]	7		7 ... 10	
d_2	[cm]	10	20	10 ... 40	
d_D	[cm]	12		6 ... 36	
H	[m]	3	3	1 ... 10	
E_c	[N/mm²]	24900 ¹⁾ 34300		24900 ... 34300	

¹⁾ ungünstige Annahmen

In der Studie werden die Lastfälle

- Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen den Schwerachsen der Schalen,
- Windsog w_s und
- Erddruck E

berücksichtigt. Dabei handelt es sich um die Lastfälle, welche im Rahmen der Vergleichsrechnung in Abschnitt 5.7 als relevant eingestuft sind. Es gelten die Lastansätze wie in Abschnitt 5.7.1 verwendet.

5.9.1 Einfluss auf die Relativverschiebung u

Die Ergebnisse der Parameterstudie sind in der Form aufbereitet, dass sie ein direktes Ablesen der Relativverschiebung u in Abhängigkeit der variablen Parameter ermöglichen. Die Diagramme können für Wände mit $H \leq 3$ m bzw. $H \leq 6$ m zur Nachweisführung verwendet werden.

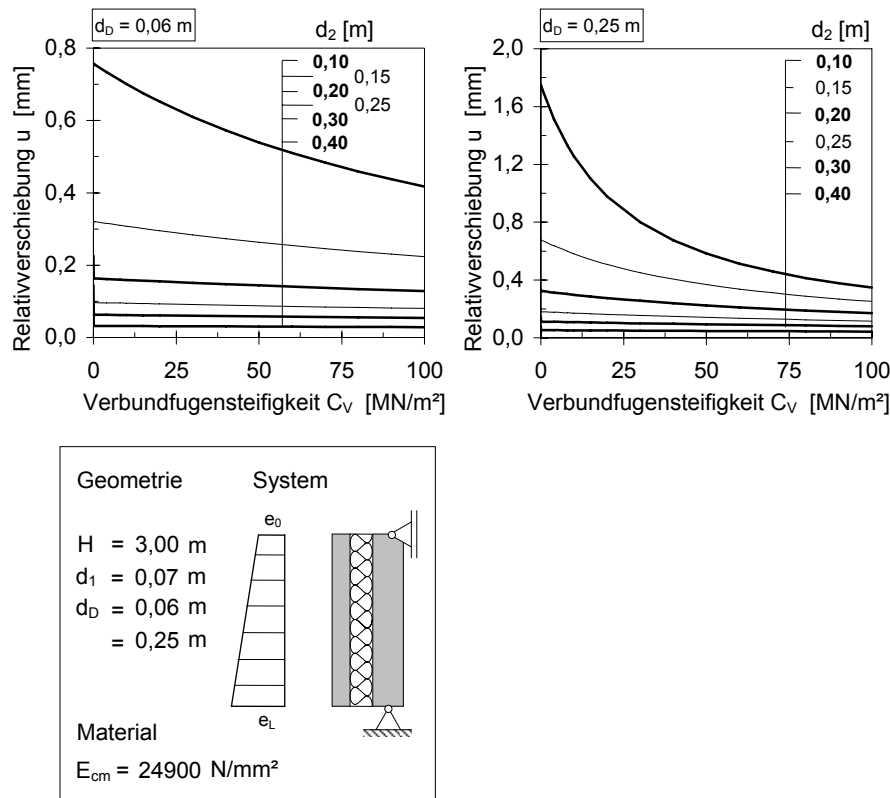


Abbildung 98: Relativverschiebung u unter Erddruck mit $e_0 = 2,15$ kN/m² und $e_L = (2,15 + 7,74 \cdot H)$ kN/m² bei einer Wandhöhe von $H = 3$ m

Die Resultate für eine angeschnittene Wand unter Erddruck sind in Abbildung 98 zusammengefasst. Die größte Relativverschiebung u tritt am Wandfuß auf. Es wird deutlich, dass unter Erddruckbeanspruchung die Biegesteifigkeit der Tragschale B_2

einen großen Einfluss hat. Für Tragschalendicken $d_2 \geq 0,15$ m bleibt die rechnerische Relativverschiebung u für alle Fälle unterhalb 0,8 mm. Nach aktuellen bauaufsichtlichen Zulassungen (DIBt 2010, 2009) sind Werte von $u \leq 1$ mm als unkritisch zu betrachten. Im Umkehrschluss sind kritische Relativverschiebungen nur bei Tragschalendicken $d_D < 0,15$ m im Zusammenhang mit großen Dämmschichtdicken d_D und geringen Verbundfugensteifigkeiten C_V zu erwarten. Da in der Regel mit zunehmender Dämmschichtdicke die zulässige Relativverschiebung u der Verbindungsmittel ansteigt, kann davon ausgegangen werden, dass der Nachweis der Verformung für Wandelemente mit $H \leq 3$ m nicht maßgebend in der Bemessung wird.

Die Ergebnisse der Studie für den Lastfall $\Delta 9$ sind für Bauteile $H = 3$ m und $H = 6$ m ausgewertet. Die Ermittlung der Relativverschiebung u erfolgt über Nomogramme, welche für den Fall der frei hängenden Vorsatzschale in Abbildung 99 und den Fall der aufstehenden Vorsatzschale in Abbildung 100 erstellt sind. Die Berechnung der Relativverschiebung u über die Wandbreite erfolgt auf der sicheren Seite liegend unter der Annahme $C_V = 0$.

Es wird deutlich, dass die unbehinderte Ausdehnung der Tragschale für den Fall ‚ohne Verbund‘ ($C_V = 0$) die größte Relativverschiebung u zur Folge hat. Diese nimmt mit abnehmender Biegesteifigkeit der Tragschale B_2 bzw. geringer werdender Tragschalendicke d_2 ab. Das Bauteil entzieht sich der Zwangbeanspruchung durch Verformung indem es sich durchbiegt und dadurch die Relativverschiebung an den Bauteilenden verringert. Je größer die Verbundfugensteifigkeit C_V , desto mehr Schubkraft T kann über die Verbundfuge übertragen werden, um diese Bauteilverformung hervorzurufen.

Für Wandhöhen $H \leq 3$ m wird deutlich, dass für Dämmschichtdicken von $d_2 \geq 0,20$ m eine genaue Rechnung das Ergebnis nur geringfügig beeinflusst. Im günstigsten Fall ($C_V = 100$) ergeben sich der Unterschied zwischen Maximalwert und genauer Rechnung für die frei hängende Vorsatzschale zu $\Delta u = 0,12$ mm (-14%) und für die aufstehende Vorsatzschale zu $\Delta u = 0,27$ mm (-16%). Eine genauere Berechnung erscheint nur bei Tragschalendicken von $d_2 \leq 0,20$ m sinnvoll, da die Relativverschiebung u überproportional gegenüber dem Maximalwert abnimmt.

Im Vergleich sind bei der Wandhöhe $H = 6$ m für den Fall $d_2 = 0,20$ m und $C_V = 100$ MN/m² eine Verminderung Δu von 0,58 mm (-35%) für die frei hängende und von 1,35 mm (-40%) für die aufstehende Vorsatzschale zu verzeichnen. Der Vergleich beider Wandhöhen bei gleichem L/d_2 -Verhältnis von 15 ergibt für $d_2 = 0,40$ m Werte von Δu von 0,34 (-21%) und 1,05 (-32%) und belegt, dass die Abnahme der Relativverschiebung u gegenüber dem Fall der freien Verformung mit ansteigender Wandhöhe H überproportional zunimmt. Für Wandhöhen $H > 3$ m kann die Berücksichtigung der Verbundtragwirkung zu deutlich wirtschaftlicheren Bemessungsergebnissen führen.

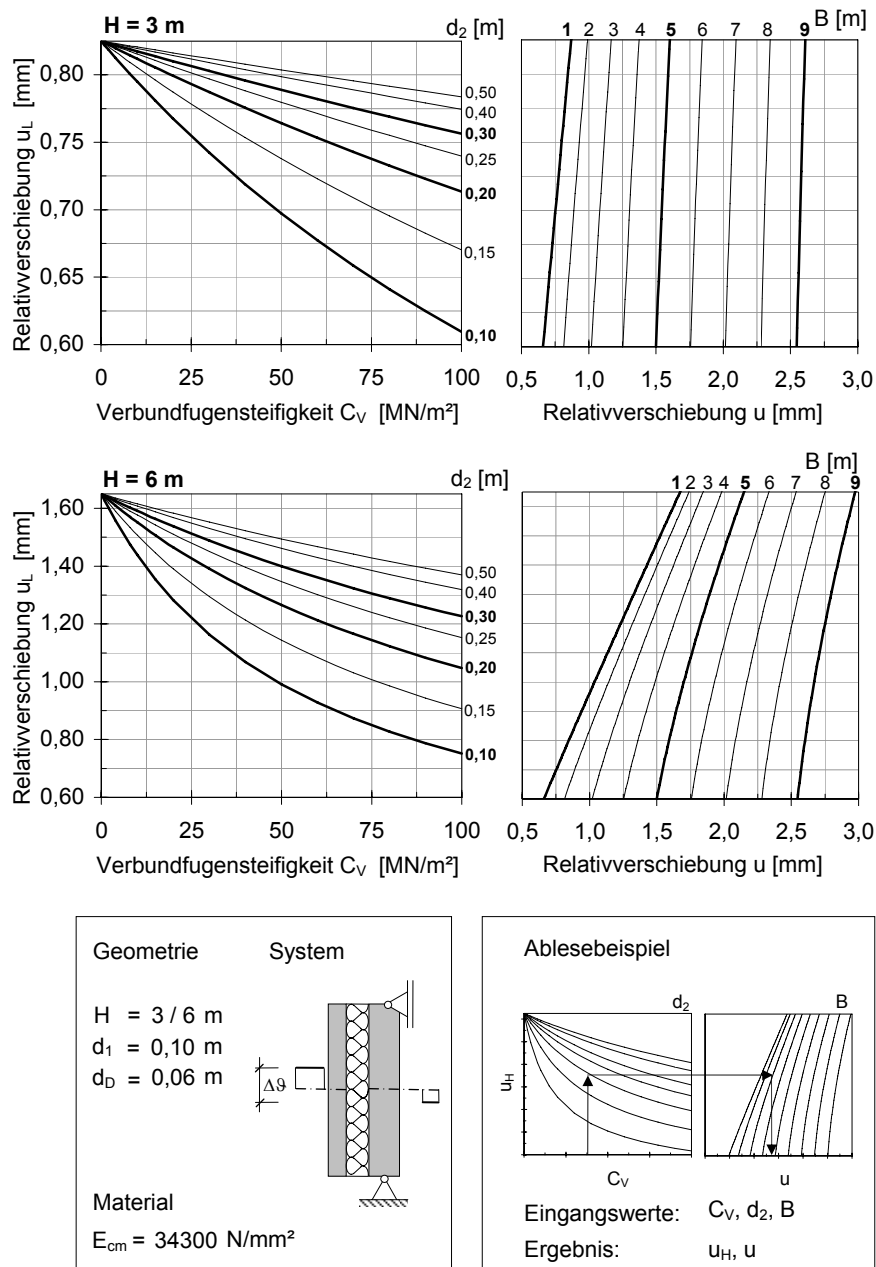


Abbildung 99: Relativverschiebung u unter der Temperaturdifferenz $\Delta\theta = 55 \text{ K}$ für eine frei hängende Vorsatzschale mit Höhen von $H = 3 \text{ m}$ und $H = 6 \text{ m}$

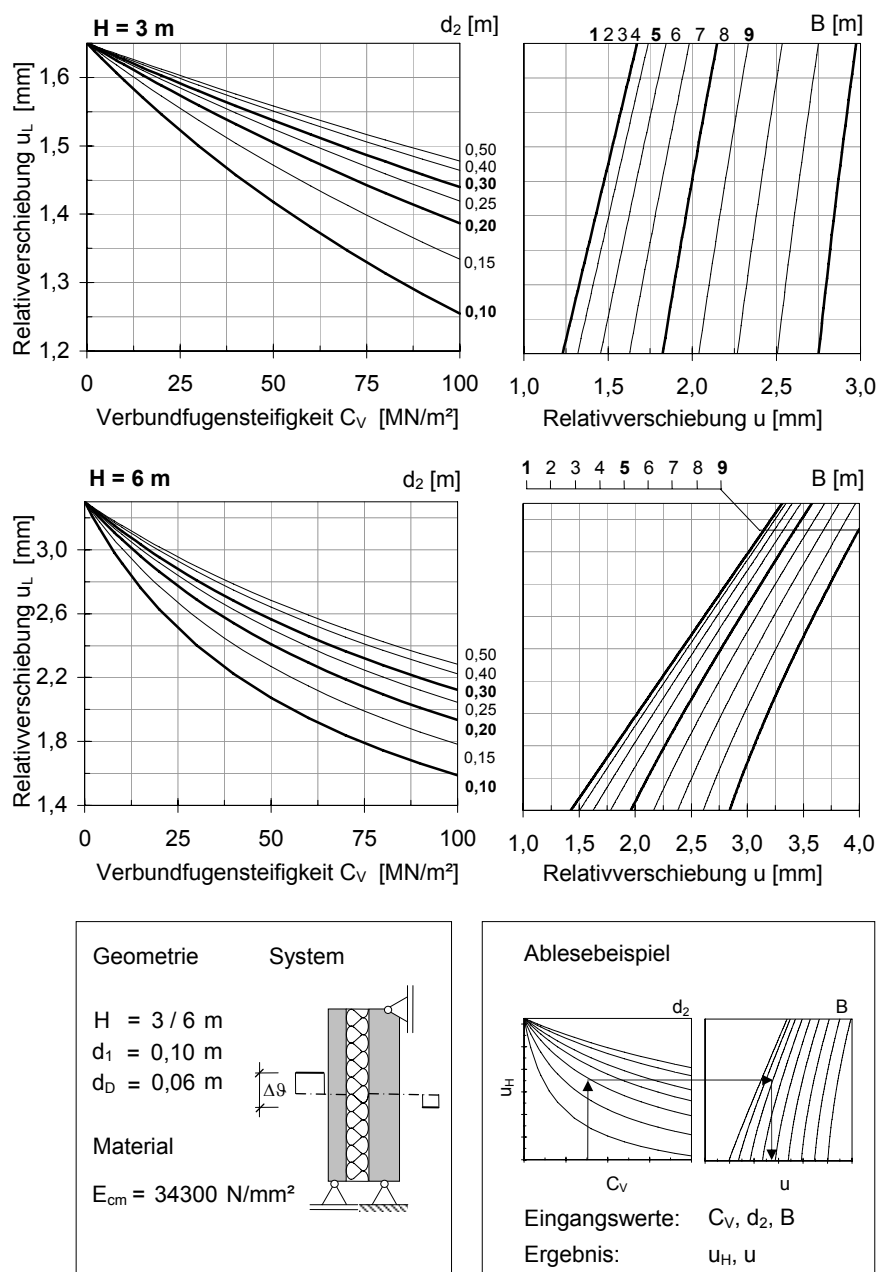


Abbildung 100: Relativverschiebung u unter der Temperaturdifferenz $\Delta\theta = 55 \text{ K}$ für eine aufstehende Vorsatzschale mit Höhen von $H = 3 \text{ m}$ und $H = 6 \text{ m}$

5.9.2 Einfluss auf die maximale Randspannung in der Vorsatzschale

Um den Einfluss der Verbundtragwirkung auf die Beanspruchung der Vorsatzschale darstellen zu können, werden die Schnittgrößen $N_{1,max}$ und $M_{1,max}$ über die maximale Zugspannung σ_{max} in der Vorsatzschale ausgedrückt. Diese Art der Ergebnisdarstellung ermöglicht es, auf die Gefahr einer Rissbildung in der Vorsatzschale zu schließen. Ausgangspunkt der Parameterstudie ist ein geschosshohes Wandelement mit schlanker Tragschale entsprechend den Angaben in Tabelle 46. Ausgehend von diesen Größen wird jeder Parameter separat variiert, so dass dessen Einfluss auf die Maximalspannung eingeschätzt werden kann. Die Ergebnisse der Studie sind für die Lastfälle

- Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta = -55\text{ K}$ für die frei hängende Vorsatzschale in Abbildung 101,
- Windsog mit $w_s = -1,12\text{ kN/m}^2$ in Abbildung 102,
- Erddruck für ein vollständig angeschüttete Wand mit $e_0 = 2,15\text{ kN/m}^2$ und $e_L = (2,15 + 7,71 \cdot H)\text{ kN/m}^2$ in Abbildung 103 und
- Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta = 55\text{ K}$ für die aufstehende Vorsatzschale in Abbildung 104

aufbereitet.

Der Vergleich der Ergebnisse für die Lastfälle $\Delta\vartheta$ und w_s bei frei hängender Vorsatzschale (Abbildung 101 und Abbildung 102) macht das gegenläufige Wirken von Last- und Zwangbeanspruchung deutlich.

Für den Fall $C_v = 0$ ergeben sich infolge Temperatur keine Zwangsspannungen, da sich die Vorsatzschale frei verformen kann. Erst mit ansteigender Verbundfugensteifigkeit C_v wird eine Schubkraft über die Verbundfuge übertragen, woraus ein innerer Spannungszustand im Bauteil resultiert.

Im Gegensatz dazu treten unter einer Last w_s bei geringer Verbundfugensteifigkeit C_v die größten Randspannungen σ_{max} auf. Mit der Abnahme der Verbundfugensteifigkeit C_v und der damit geringer werdenden Normalkraft N_1 , nimmt auch der Anteil des Momentes $M_{s,max}$ am äußeren Moment M (Gesamtmoment) ab. Aus Gleichgewichtsgründung erhöht sich der Anteil der Eigenbiegemomente $M_{1,max}$ und $M_{2,max}$, woraus ein Anstieg der Maximalspannung σ_{max} resultiert.

Einen großen Einfluss auf die Maximalspannung σ_{max} zeigt der Parameter d_2 . Unter der Temperaturbeanspruchung bewirkt die Zunahme der Tragschalendicke eine geringer werdende Durchbiegung des Gesamtbauteils. Dadurch nimmt das Eigenbiegemoment $M_{1,max}$ ab und die Normalkraft $N_{1,max}$ nimmt zu. Die Randspannungen weisen einen zunehmend geringeren Wert auf, gehen aber nicht gegen Null. Im Grenzfall der unendlich biege- und dehnstarken Tragschale wirkt in der Vorsatzschale eine positive Normalspannung. Unter der Lastbeanspruchung w_s strebt die Bauteildurchbiegung mit zunehmender Tragschalendicke d_2 gegen den Wert Null. Das äußere Moment wird maßgeblich über das Eigenbiegemoment M_2 der Tragschale aufgenommen.

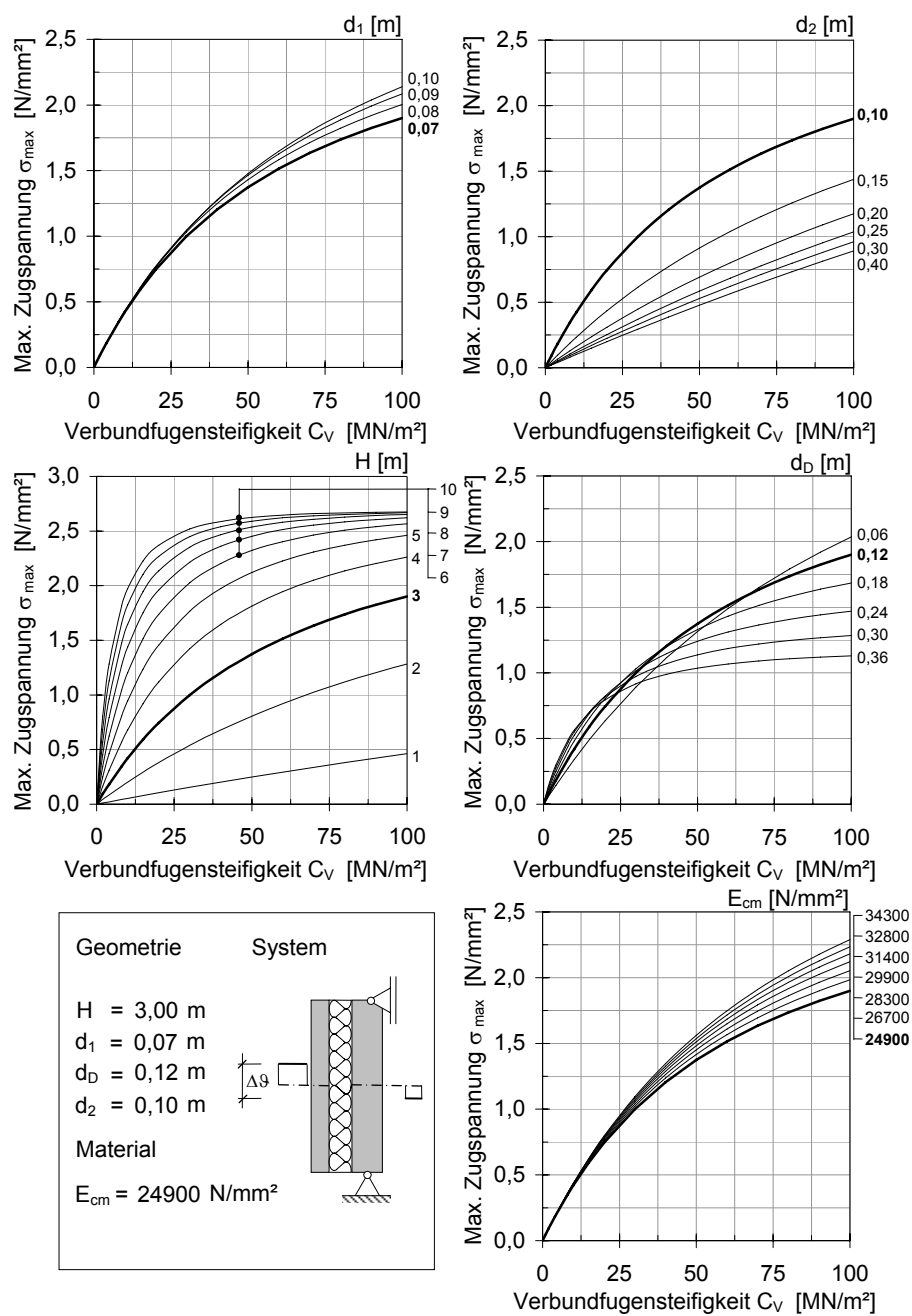


Abbildung 101: Maximale Zugspannungen σ_{max} unter einer Temperaturdifferenz zwischen den Schalen von $\Delta\theta = -55 \text{ K}$ bei frei hängender Vorsatzschale

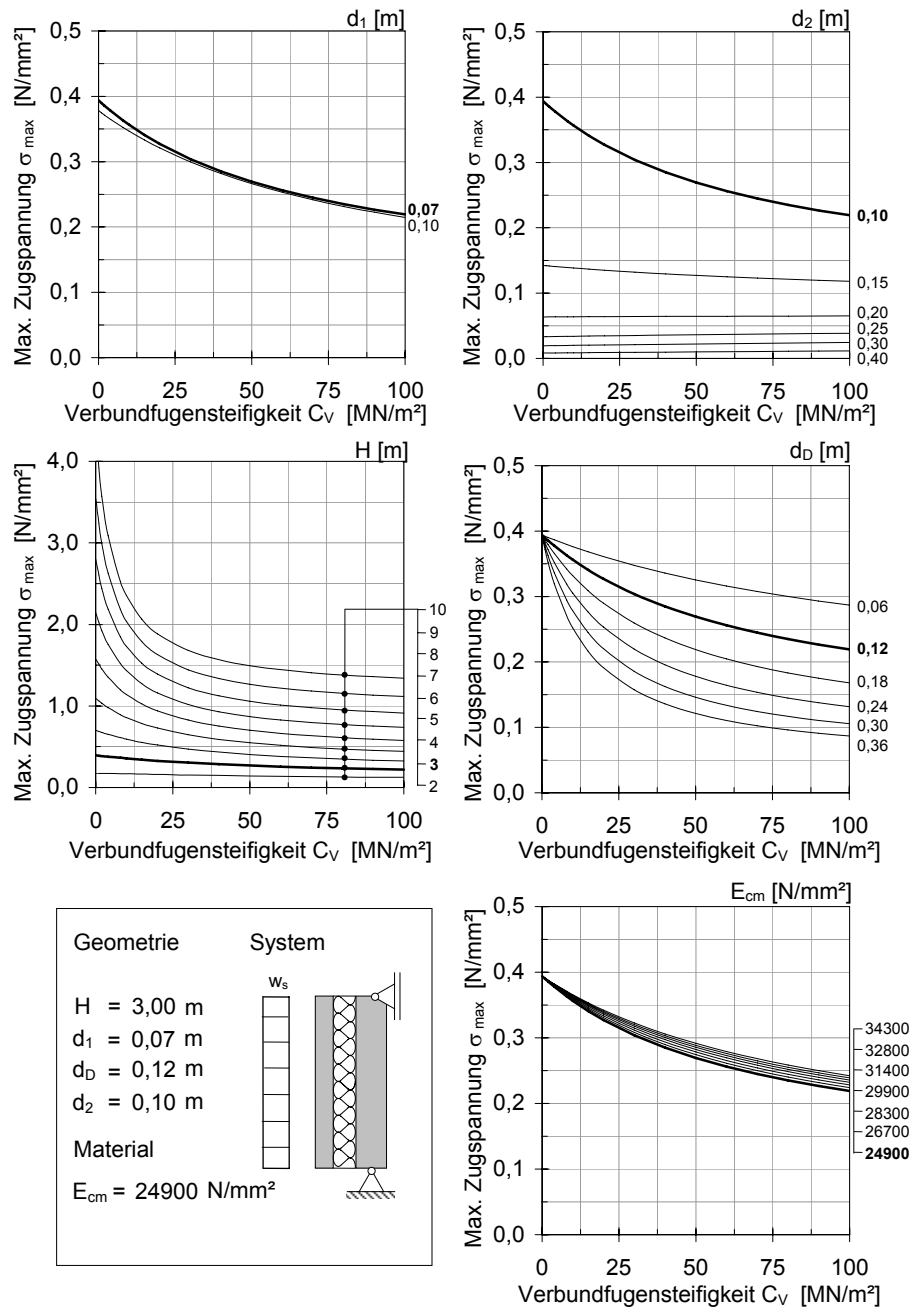


Abbildung 102: Maximale Zugspannungen σ_{max} in der Vorsatzschale unter Windsog mit $w_s = 1,12 \text{ kN/m}^2$

Für beide Beanspruchungen ist festzustellen, dass eine zunehmende Dämmstoffdicke d_D die maximale Zugspannung in der Vorsatzschale reduziert. Grund dafür ist der größere Hebelarm zwischen den Betonschalen. Die Vorsatzschalendicke d_1 und der Elastizitätsmodul E_c weisen einen vernachlässigbar geringen Einfluss auf die maximale Zugspannung σ_{\max} auf.

Bei Wandelementen mit frei hängenden Vorsatzschalen mit einer Höhe von $H \leq 3$ m und einer Tragschalendicke von $d_2 \geq 0,20$ m kann unter Windsog w_s der Einfluss der Verbundtragwirkung vernachlässigt werden. Unter der Temperaturdifferenz zwischen den Schalen (Abkühlung der Vorsatzschale) kann die Ermittlung der Schnittgrößen in der Vorsatzschale unter den vereinfachten Annahmen einer unendlich biege- und dehnsteifen Tragschale erfolgen. Für Bauteile mit $H > 3$ m ist der Einfluss der Verbundtragwirkung im Einzelfall zu überprüfen, da die Beanspruchung der Vorsatzschale unter Zunahme der Stützweite H deutlich ansteigen kann.

Für Wandelemente unter Erddruckbeanspruchung (Abbildung 103) gelten grundsätzlich die gleichen allgemeinen Erkenntnisse, wie unter dem Lastfall Windsog. Für Wandelement mit einer Höhe $H \leq 3$ m und einer Tragschalendicke $d_2 \geq 0,20$ m sind maximale Zugspannungen an der Tragschaleninnenseite von $\sigma_{\max} \leq 1$ N/mm² zu erwarten. Bei Wänden mit größerer Höhe ergibt sich besonders bei geringen Verbundfugensteifigkeiten C_V eine starke Zunahme der maximalen Randzugspannung.

Unter der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta = 55$ K sind aufgrund der Verformungsbehinderung durch die Dämmung grundsätzlich Druckspannungen in der Vorsatzschale zu erwarten. Wie die Ergebnisse in Abbildung 104 zeigen, kann aus der Verbundtragwirkung ein Eigenbiegemoment $M_{1,\max}$ resultieren, welches in der Schnittgrößenüberlagerung an der Schalenaußenseite im oberen Wandabschnitt Zugspannungen hervorruft. Allerdings sind diese Zugspannungen nur von geringer Größe ($\sigma_{\max} < 0,6$ N/mm²) und treten bei Variation der Tragschalendicken ab $d_2 \geq 0,15$ m nicht mehr auf.

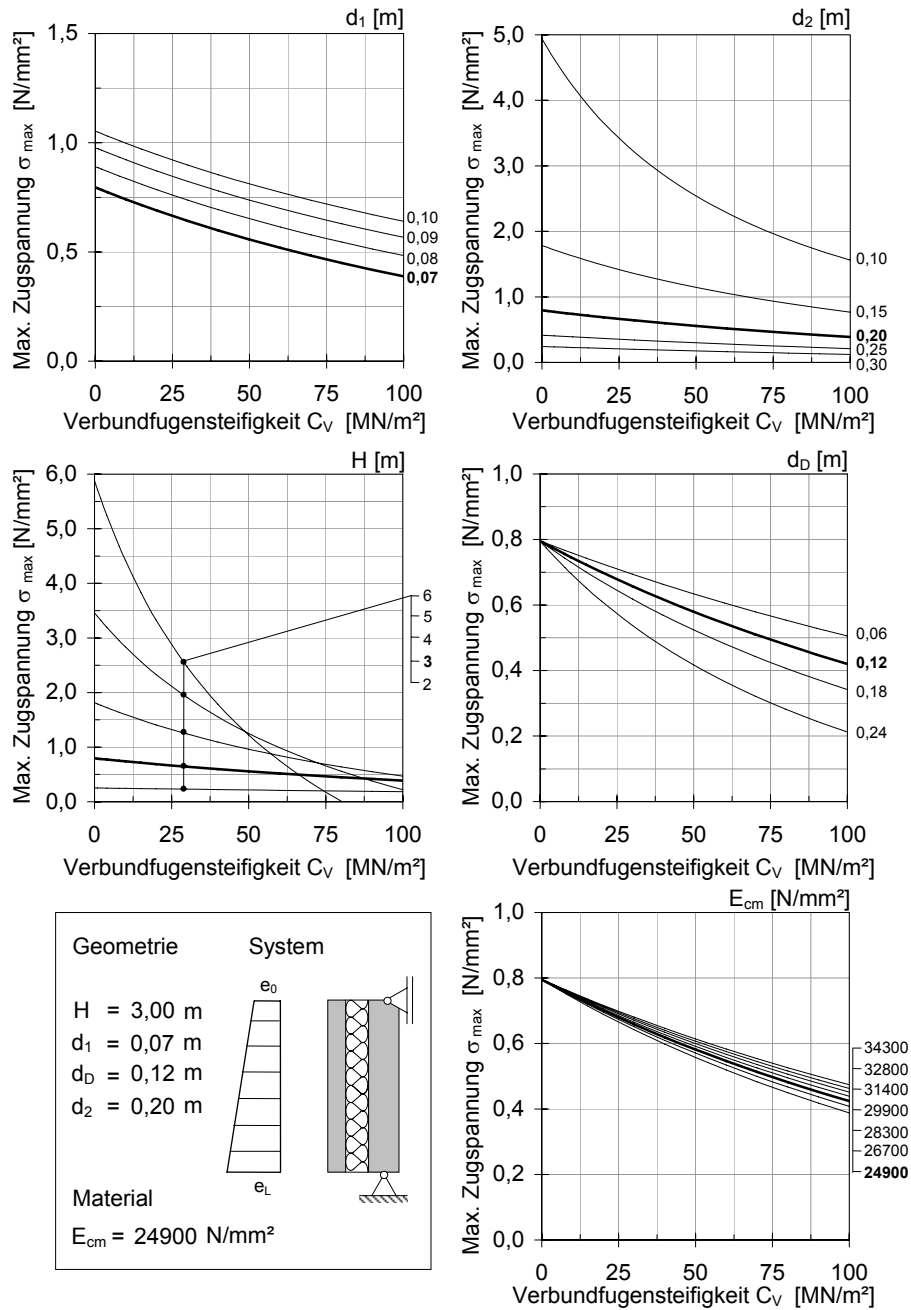


Abbildung 103: Maximale Zugspannungen σ_{max} unter Erddruck mit $e_0 = 2,15 \text{ kN/m}^2$ und $e_L = (2,15 + 7,74 \cdot H) \text{ kN/m}^2$

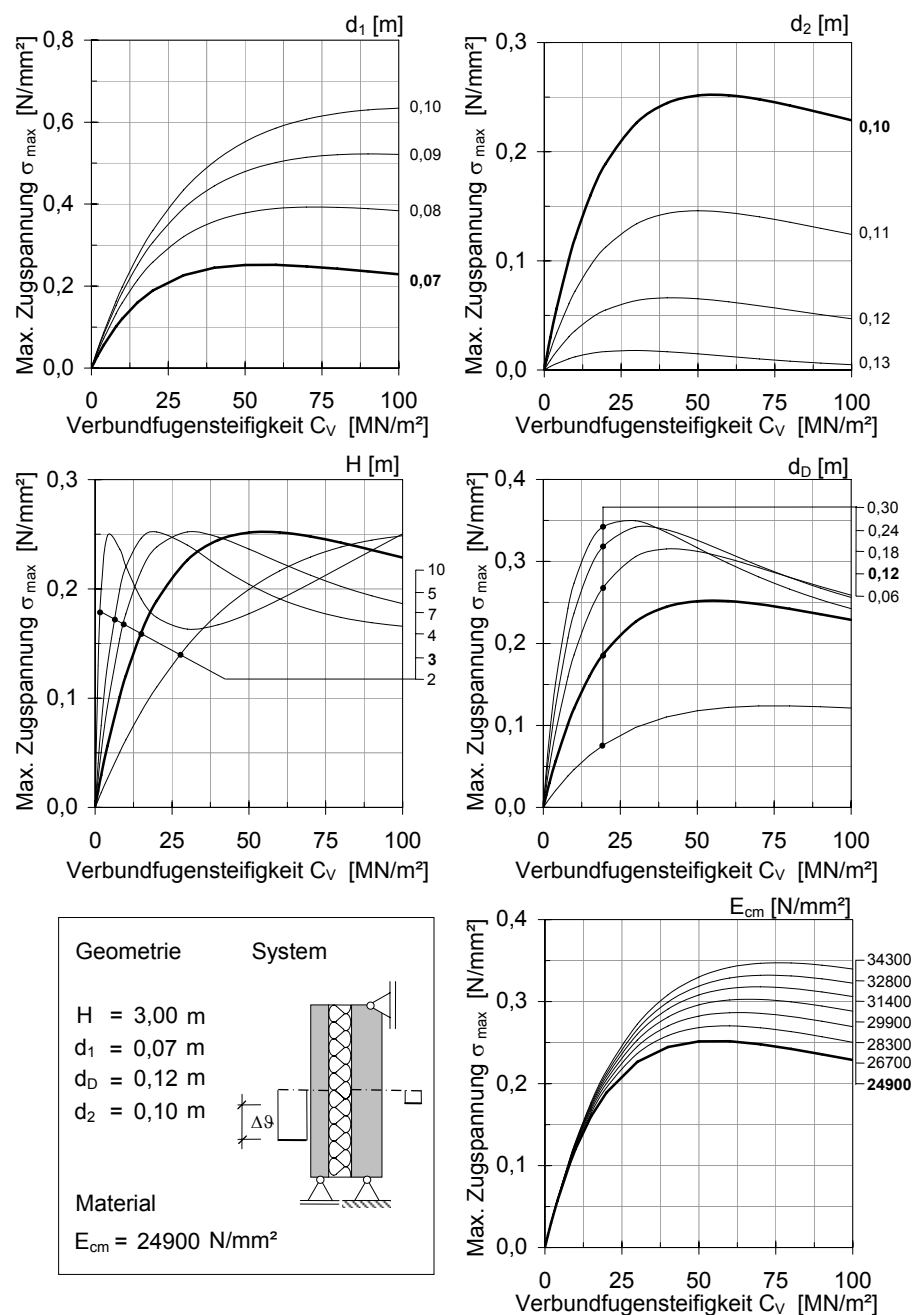


Abbildung 104: Maximale Zugspannungen σ_{\max} unter einer Temperaturdifferenz zwischen den Schalen von $\Delta\theta = 55 \text{ K}$ bei aufstehender Vorsatzschale

5.10 Zusammenfassung

Kapitel 5 befasst sich mit der Berechnung von Schnitt- und Verformungsgrößen bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln, welche sich aus der Verbundtragwirkung ergeben. Basierend auf den Differentialgleichungen der Sandwichtheorie werden in Abschnitt 5.3, 5.4 und 5.5 allgemeinen Lösungen für die Schnitt- und Verformungsgrößen für die Lastfälle

- (1) Trapezlast $q_{A/E}$,
- (2) konstanten Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen den Schalen,
- (3) linear, über die Querschnittshöhe verlaufenden Temperaturbeanspruchungen $\Delta T_{1/2}$ in beiden Schalen,
- (4) Randmomente $M_{1,0}$, $M_{E1,L}$, $M_{E2,0}$ und $M_{E2,L}$ an den Schalenrändern und
- (5) Randnormalkräften $N_{1,0}$, $N_{E1,L}$, $N_{E2,0}$ und $N_{E2,L}$ an den Schalenrändern

hergeleitet. Abschnitt 5.6 beinhaltet die Lösung für alle Schnitt- und Verformungsgrößen in Matrix-Vektor-Schreibweise für die unterschiedlichen Lagerungsbedingungen einer frei hängenden und einer aufstehenden Vorsatzschale. Darüber hinaus werden für den Fall der frei hängenden Vorsatzschale für die oben genannten Lastfälle (1), (2), (3) und für die Lastfälle einer Auflast auf der Tragschale sowie der Eigenlast geschlossene Lösungen für

- die Normalkraft $N_1(x)$ und das Momente $M_1(x)$ in der Vorsatzschale,
- die Relativverschiebung $u(x)$ zwischen den Schalen

angegeben. Für den Fall der aufstehenden Vorsatzschale sind diese Funktionen auf den Lastfall (2) beschränkt.

Aus der Vergleichsrechnung in Abschnitt 5.7, welche auf gewählten Wandparametern und Lastansätzen basiert, geht hervor, dass

- senkrecht auf die Vorsatzschale wirkende Lasten und
- die Temperaturdifferenz zwischen den Schalen

bei der Schnitt- und Verformungsgrößenberechnung infolge Verbundtragwirkung zu berücksichtigen sind. Eine Unterscheidung zwischen aufstehender und frei hängender Vorsatzschale ist lediglich für den Temperaturlastfall notwendig. Für die übrigen Lastfälle ergeben die vereinfachten Berechnungsansätze ausreichend genaue Resultate. Der Lastfall ‚Auflast auf der Tragschale‘ ist für die Bemessung der Vorsatzschale nicht relevant.

Zur einfachen Ermittlung der maximalen Schnittgrößen $N_{1,max}$ und $M_{1,max}$ sowie der maximalen Relativverschiebung u_{max} der in Abschnitt 5.7 genannten Lastfälle werden in Abschnitt 5.8 grafische Berechnungshilfen vorgestellt. Dabei wird der Weg verfolgt, die Schnitt- und Verformungsgrößen zunächst für Grenzfälle (ohne Verbund, starrer Verbund u.a.) mit einfachem Formelwerk zu berechnen. Anschließend werden aus Diagrammen Faktoren v_u und v_N in Abhängigkeit der Geometrie- und Materialparameter abgelesen und die Schnitt- und Verformungsgrößen der

Grenzfälle über einfache Beziehungen zu den Größen $N_{1,max}$, $M_{1,max}$ und u_{max} korrigiert.

Abschließend sind in Abschnitt 5.9 die Ergebnisse einer Parameterstudie dargelegt. Die Studie verfolgt das Ziel, die Relevanz einzelner Einflussgrößen auf die Schnitt- und Verformungsgrößen aus der Verbundtragwirkung einzuschätzen. Gegenstand der Betrachtungen sind die maximalen Relativverschiebungen u_{max} und die maximale Randzugspannung σ_{max} in der Vorsatzschale für Wandhöhen von $H \leq 3$ m.

Folgende Schlussfolgerungen ergeben sich für vollständig angeschüttete Wände unter dem Erddruckansatz nach Abschnitt 5.7.1:

- Bei Tragschalendicken von $d_2 \geq 0,15$ m ergeben sich maximale Relativverschiebungen u_{max} in vernachlässigbarer Größe von $< 0,8$ mm.
- Bei Tragschalendicken von $d_2 \geq 0,20$ m ist davon auszugehen, dass die maximalen Zugspannungen an der Vorsatzschaleninnenseite den Wert von 1 N/mm^2 nicht überschreiten.
- Um die bemessungsrelevanten Schnitt- und Verformungsgrößen aus Verbundtragwirkung möglichst gering zu halten, wird der Einsatz eines steifen Dämmstoffes (XPS-Dämmung) mit gutem Haftverbund (profilierte Oberfläche) empfohlen. Eine große Dämmschichtdicke d_D wirkt sich günstig aus.

Für Vorsatzschalen ohne Erddruck von Wänden unter der Beanspruchung einer Temperaturdifferenz $\Delta\theta$ zwischen den Schwerachsen von Trag- und Vorsatzschale nach *DIBt 1995* sind folgende Ergebnisse festzuhalten:

- Die Berechnung der maximalen Relativverschiebung u_{max} unter der Annahme ‚ohne Verbund‘ liegt immer auf der sicheren Seite.
- Für Tragschalendicken $d_2 \geq 0,20$ m ergibt eine Berechnung von u_{max} unter Berücksichtigung der Verbundtragwirkung keine Verbesserung.
- Die Berechnung der maximalen Zugspannung (infolge $-\Delta\theta$) bei frei hängenden Vorsatzschalen kann bei Tragschalendicken $d_2 \geq 0,20$ m unter der vereinfachten Annahme einer unendlich biege- und dehnsteifen Tragschale erfolgen.
- Bei aufstehenden Vorsatzschalen (infolge $+\Delta\theta$) entsteht infolge der Verbundtragwirkung keine erhöhte Gefahr der Rissbildung.

Bei frei stehenden Wänden unter einer Windbelastung entsprechend Abschnitt 5.7.1 kann für Tragschalendicken $d_2 \geq 0,20$ m der Einfluss der Verbundtragwirkung vernachlässigt werden.

Es ist festzuhalten, dass bei hohen Bauteilen mit zunehmender Stützweite L der Einfluss der Verbundtragwirkung überproportional zunimmt. Eine genaue Berechnung der Relativverschiebungen u_{max} ergibt deutlich günstigere Werte im Vergleich zum Grenzfall loser Verbund. Allerdings ist auch von einer größeren Beanspruchung der Vorsatzschale auszugehen. Die Gefahr der Rissbildung erhöht sich deutlich.

6 Experimentelle Untersuchungen an mehrschichtigen, biegebeanspruchten Stahlbetonplattenstreifen

Die experimentellen Untersuchungen an mehrschichtigen Stahlbetonplattenstreifen verfolgen das Ziel das Verbundtragverhalten bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln zu bestätigen. Das Last-Verformungsverhalten der Bauteile wird anhand von Vier-Punkt-Biegeversuchen an dreischichtigen Plattenstreifen und an mehrschichtigen Plattenstreifen mit nachträglicher Ortbetonergänzung untersucht. Ein weiteres Ziel ist die Verifikation des in Abschnitt 5 erarbeiteten Berechnungsansatzes anhand der Last-Durchbiegungsbeziehung und der Last-Relativverschiebungs-Beziehung. Dabei steht der Lastbereich bis zur Erstrissbildung im Mittelpunkt der Betrachtungen. Im Fokus der experimentellen Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der mehrschichtigen Bauteile steht der Einfluss der Verbundfuge. Deren Steifigkeit wird durch Geometrie- und Materialparameter beeinflusst, welche in den Versuchen variiert werden. Von besonderem Interesse ist das Verhalten unterschiedlicher Dämmstofftypen in der Verbundfuge.

Zusätzlich soll der Einfluss der nachträglichen Ortbetonergänzung auf das Last-Verformungsverhalten des Bauteils untersucht werden.

6.1 Versuchsprogramm

Für das Versuchsprogramm sind acht Versuchskörper hergestellt, welche paarweise einander zugeordnet werden können. Die zwei Probekörper eines Paares weisen jeweils gleiche geometrische Abmessungen auf und unterscheiden sich lediglich durch die Wahl des eingebauten Dämmstofftyps. Dadurch wird eine direkte Vergleichbarkeit der Versuche ermöglicht. Die Grenzen der Versuchsparameter sind an baupraktisch relevanten Abmessungen orientiert. Unter der Maßgabe, den Effekt der Schubelastischen Kopplung möglichst deutlich darzustellen, werden mehrschichtige Stahlbetonplattenstreifen mit großer Biegeschlankheit untersucht. Diese weisen folgende Geometrie- und Materialparameter auf:

- Stützweite,
 - $L = 380$ cm (mit Ortbetonergänzung),
 - $L = 340$ cm (ohne Ortbetonergänzung),
- Tragschalendicke,
 - $d_{TS} = 140$ mm (mit Ortbetonergänzung),
 - $d_{TS} = 100$ mm (ohne Ortbetonergänzung).
- angestrebte Betonfestigkeitsklasse,
 - C35/45.

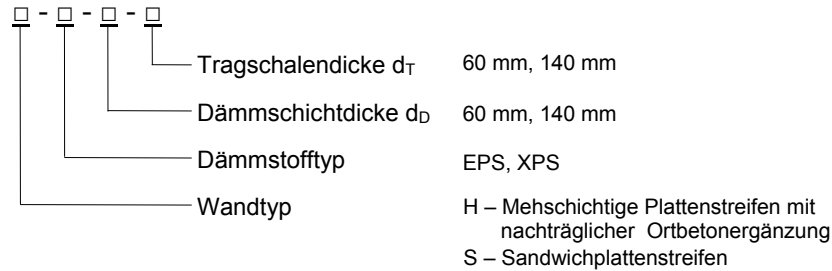
Die gewählten Tragschalendicken stellen die Minimalwerte in der praktischen Ausführung (*DIBt 2010, 2009*) dar. Die Vorsatzschalendicke ist für alle Probekörper konstant mit $d_{VS} = 60$ mm festgelegt.

Die Variation der Verbundfugensteifigkeit C_v erfolgt über die Parameter der Dämmschichtdicke d_D und die Wahl unterschiedlicher Dämmstofftypen (unterschiedlicher Schubmodul G_D) mit

- Wärmedämmschichtdicke: 60 mm und 140 mm,
- Dämmstofftyp: EPS und XPS.

Als Verbindungsmittel werden ComBAR®-Thermoanker-Ø12 mit einer Verteilung von fünf Verbindungsmitteln je m^2 eingesetzt. Diese Anordnung bleibt in den Versuchreihen konstant.

Zur eindeutigen Identifikation der Versuchskörper gilt folgendes Bezeichnungsschema:



Eine Übersicht über das Versuchsprogramm und die Parameter der Versuchskörper ist in Tabelle 47 dargestellt.

Tabelle 47: Versuchsprogramm zum Last-Verformungsverhalten von mehrschichtigen Plattenstreifen

Nr	Bez.	d _{VS}	d _D	d _{TS}	d _{TS,OB}	d _{TS,FT}	d _{Wand}	L	Dämmstofftyp
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[m]	[-]
S1	S-EPS-140-140	60	140	140	-	-	280	3,80	EPS
S2	S-XPS-140-140		140	140	-	-	280	3,80	XPS
S3	S-EPS-140-100 ¹⁾		140	100	-	-	240	3,40	EPS
S4	S-XPS-140-100		140	100	-	-	240	3,40	XPS
S5	S-EPS-60-100		60	100	-	-	160	3,40	EPS
S6	S-XPS-60-100		60	100	-	-	160	3,40	XPS
H1	H-EPS-140-140		140	140	80	60	280	3,80	EPS
H2	H-XPS-140-140		140	140	80	60	280	3,80	XPS
¹⁾ Aufgrund des zeitweisen Ausfalls von Messtechnik kann der Versuch nur teilweise zur Auswertung herangezogen werden.									

6.2 Aufbau und Herstellung der Versuchskörper

Die Herstellung der Prüfkörper erfolgte unter Praxisbedingungen im Fertigteilwerk (FTW) der Fa. HeidelbergerCement AG in Waghäusel-Wiesenthal.

Abmessungen und Bewehrung der Versuchskörper

Die Abmessungen der Versuchskörper sowie die Lage der Bewehrung und Anordnung der Anker sind Abbildung 105 und Abbildung 106 dargestellt. Die außen liegende Bewehrung der Tragschale (Pos.1) dient zur Lagesicherung der Gitterträger (Pos.3) während der Herstellung. Diese wiederum sichern den Verbund zwischen Fertigteil- und Ortbetontragschale und werden aus Gründen der Vergleichbarkeit auch in den Platten ohne nachträgliche Ortbetonergänzung eingebaut. Die innenliegende Bewehrung der Tragschale (Pos.2) weist einen Querschnitt auf, welcher sicherstellt, dass auch über dem Erstrissniveau eine deutliche Laststeigerung möglich ist. Die Betondeckung der Tragschale ist entsprechend der Expositionsklasse XC 3 nach *FDB 2005* mit $c_{nom} = 35$ mm für die Außen- und gleichfalls für die Innenseite gewählt. Die Dicke der Vorsatzschale beträgt 60 mm. Als Bewehrung der Vorsatzschale wird die mittig angeordnete Mindestbewehrung (Q188 / Pos.4) eingebaut.

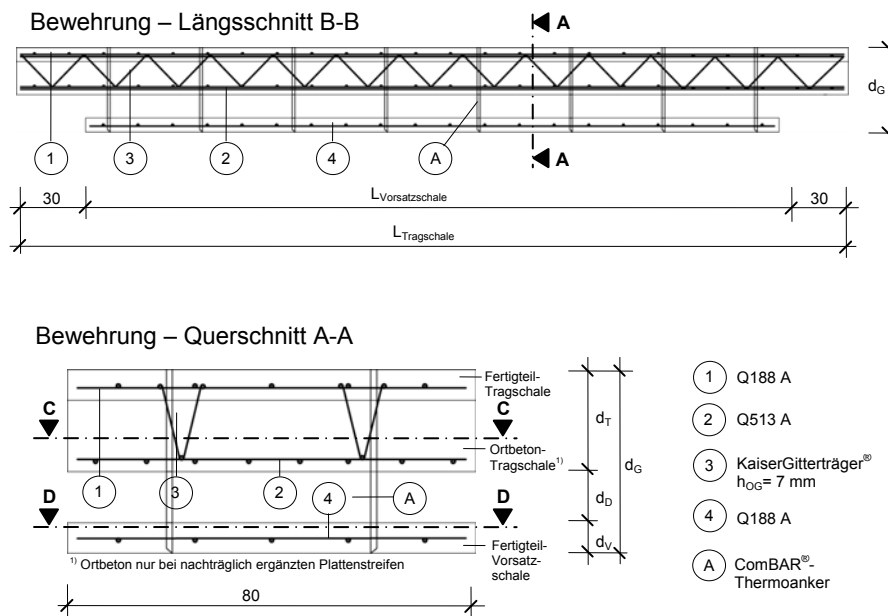


Abbildung 105: Schal- und Bewehrungsskizzen der Versuchskörper Schnitte A-A/B-B

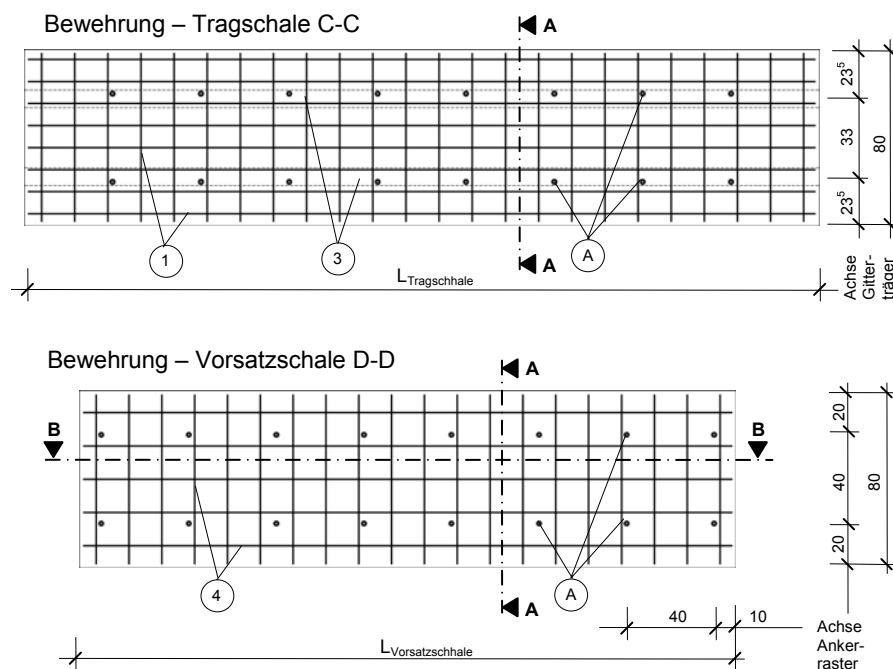


Abbildung 106: Schal- und Bewehrungsskizzen der Versuchskörper Schnitt C-C / D-D

Tabelle 48: Längsbewehrung in den einzelnen Schichten der Versuchskörper

Schale	Versuchskörper	Betonstahl-matten			Stabstahl		Gitterträger				A _{ges}
		Typ	Ø	Az.	Ø	Anz.	Ø _{OG}	Az.	Ø _{UG}	Az.	
		[-]	[mm]	Stk.	[mm]	Stk.	[mm]	Stk.	[mm]	Stk.	
TS innen	H	Q188	6	5	-	-	-	-	5	4	2,20
	S	Q188	6	5	-	-	2	2	-	-	2,98
TS außen	H1,2	Q257	7	5	10	5	2	2	-	-	7,42
	S1,2	Q335	8	5	10	6	-	-	5	5	8,01
	S3,4	-	-	-	10	5	-	-	5	5	4,71
	S6	Q335	8	5	10	6	-	-	5	5	8,01
VS	H	-	-	-	6	5	-	-	-	-	1,41
	S	Q188	6	5	5	-	-	-	-	-	1,41
H – gilt für alle Probekörper mit nachträglicher Ortbetonergänzung											
S – gilt für alle Sandwichplattenstreifen											

Bei der Fertigung der Versuchskörper im Werk wurde über die vorgegebene Bewehrungsanordnung hinaus zusätzliche Bewehrung angeordnet. In Tabelle 48 ist die Längsbewehrung und die Querschnittsfläche der Bewehrung aller Versuchskörper unter Berücksichtigung der konstruktiv erforderlichen Zulagen angegeben.

Herstellung der Versuchskörper

Die Herstellung aller Versuchskörper entspricht dem in Abschnitt 2.1.3 beschriebenen Produktionsablauf. Unterschiede sind lediglich für den zeitlichen Ablauf der Herstellung der Probekörper festzuhalten. Die Herstellung der Elementwände mit nachträglicher Ortbetonergänzung erfolgt zwangsläufig an zwei aufeinander folgenden Tagen, da ein Einwenden erst nach Erhärtung der Vorsatzschale möglich ist. Die Herstellung von Sandwichwänden unterliegt diesem zeitlichen Ablauf nicht. Den Plattenstreifen S3 - S4 liegt produktionsbedingt ein Fertigungszeitraum von zwei aufeinander folgenden Tagen zugrunde. Die Herstellung der Zweitschale geschieht zu einem Zeitpunkt nach dem Erhärten der Erstschale. Für die Versuchskörper S1, S2 und S6 ist eine zeitlich lückenlose Fertigung innerhalb eines Werkstages festzuhalten. Das Betonieren der Tragschale (Zweitschale) erfolgt deutlich vor dem Erhärten der Erstschale.

Eine Übersicht über die Fertigungsschritte und deren zeitlicher Abfolge bei der Versuchskörperherstellung zeigt Abbildung 107.

Produktionsschritt		Versuchskörper	
		S1, S2, S5 und S6	S3, S4, H1 und H2
Verlegen der Bewehrung der Vorsatzschale			
Betonieren der Vorsatzschale			
Installation von Dämmung und Verbindungsmitteln			
Verlegen der Bewehrung der Tragschale			
Betonieren der Tragschale			

Abbildung 107: Zeitlicher Ablauf der Herstellung der Versuchskörper

6.3 Eigenschaften der verwendeten Materialien

Die verwendete Betonrezeptur ist eine Werksmischung der Heidelberger Betonelemente Süd und entspricht den Angaben in Tabelle 49.

Tabelle 49: Angaben zur Betonrezeptur der Heidelberger Betonelemente Süd / Waghäusel-Wiesental

Betonfestigkeitsklasse		C35/45
Betonmischung		
Wasser	[kg/m³]	193
Zement CEM I 52,5 R	[kg/m³]	350
Zuschlag	[kg/m³]	1747
Kalksteinmehl	[kg/m³]	6
Wassermehrbedarf	[kg/m³]	-
Mischgewicht	[kg/m³]	2310
Größtkorn	[mm]	16
w/z-Wert		0,55
Konsistenzklasse		F2

Die Festbetoneigenschaften beider Schalen aller Versuchskörper sind in Tabelle 50 zusammengefasst und beinhalten die Prüfergebnisse

- der Würfeldruckfestigkeit f_c nach *DIN EN 12390-3*,
- der Biegezugfestigkeit $f_{ct,biege}$ nach *DIN EN 12390-5*,
- der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,spalt}$ nach *DIN EN 12390-6* und
- des Elastizitätsmoduls E_c nach *DIN 1048-5*.

Als expandiertes Polystyrol (EPS) kommt ein im Handel erhältliches Produkt zum Einsatz. Das extrudierte Polystyrol (XPS) ist ein Produkt der Firma BASF mit der Bezeichnung Styrodur 3035CS. Die Prüfung der Dämmstoffeigenschaften umfassen die Ermittlungen

- des Elastizitätsmoduls E_D nach *DIN EN 826*,
- der Druckspannung bei 10% Stauchung nach *DIN EN 826*,
- des Schubmoduls G_D nach *DIN EN 12090* und
- der Scherfestigkeit $\tau_{D,u}$ nach *DIN EN 12090*.

Die Ergebnisse der Materialuntersuchungen sind in Tabelle 51 zusammengefasst.

Tabelle 50: Materialeigenschaften der verwendeten Betone

Versuch	Schicht	Betondruckfestigkeit	Spaltzugfestigkeit	Biegezugfestigkeit	Elastizitätsmodul
		f_c	$f_{ct,spalt}$	$f_{ct,biege}$	E_c
		[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
S1	VS	37,3	2,65	3,74	22571
	FT-TS	38,6	2,90	3,80	26570
S2	VS	38,4	2,80	3,75	24234
	FT-TS	38,1	2,65	3,41	24739
S3	VS	37,3	2,70	3,54	24393
	FT-TS	36,1	2,45	3,36	24490
S4	VS	37,9	2,55	3,49	24562
	FT-TS	39,3	2,50	4,51	22703
S5	VS	49,33	2,75	4,73	26621
	FT-TS	40,87	2,74	4,26	26762
S6	VS	49,4	2,95	3,94	27478
	FT-TS	43,2	2,65	3,44	25831
H1	VS	37,6	2,85	3,87	21748
	FT-TS	41,7	2,70	4,01	23194
	OB-TS	70,1	3,65	3,97	32412
H2	VS	36,3	2,45	3,97	22109
	FT-TS	44,5	3,05	3,90	22378
	OB-TS	68,9	3,80	4,36	31930

Tabelle 51: Prüfergebnisse der Materialuntersuchungen zu den mechanischen Eigenschaften der verwendeten Wärmedämmstoffe

	Dämmschichtdicke	Schubmodul	Scherfestigkeit	Elastizitätsmodul	Spannung bei 10%-Stauchung
	d_D	G_D	$\tau_{D,u}$	E_D	$\sigma_{10\%}$
	[mm]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
EPS	60	3,08	0,10	5,90	0,13
	140 ¹⁾	3,15	0,04	11,23	0,17
	140 ²⁾	2,95	0,03	1,58	0,05
XPS	60	5,92	0,18	20,56	0,39
	140 ¹⁾	5,00	0,07	28,68	0,45
	140 ²⁾	4,71	0,05	31,04	0,38

¹⁾ Versuche S1 - S4, ²⁾ Versuche H1 und H2

6.4 Versuchsaufbau und Durchführung

Versuchsaufbau und Messtechnik

Zur Untersuchung des Last-Verformungsverhaltens werden die Sandwichplattenstreifen in einem Vier-Punkt-Biegeversuch untersucht (Abbildung 109). Die Tragschale ist über Stahlrollen auf den Widerlagern aufgelagert. Die Vorsatzschale ist im Versuch an der Bauteilunterseite angeordnet, so dass die Lasteinleitung an der Bauteiloberseite direkt in die Tragschale erfolgt. Die Lasten werden über eine Längs- und zwei Quertraversen in die Viertelpunkte eingeleitet.

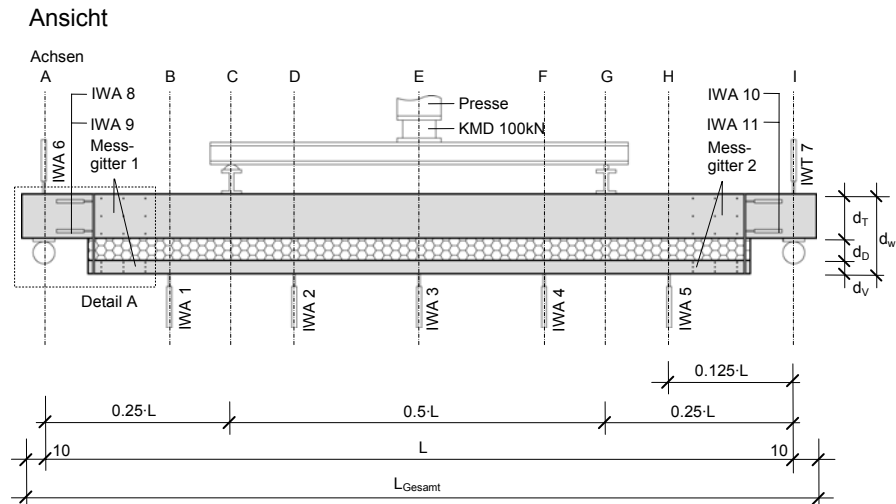


Abbildung 108: Plattenstreifen zur Untersuchung des Last-Verformungsverhaltens - Versuchsaufbau und Messtechnik

Im Versuch werden folgende Größen erfasst:

- Belastung F (Druckkraft des Zylinders),
- Durchbiegung w ,
- Relativverschiebung u zwischen Vorsatz- und Tragschale,
- Kraft und Durchbiegung bei Erstrissbildung.

Die Belastung wird mit Hilfe einer Kraftmessdose (Kapazität 100 kN) in Feldmitte erfasst. Für eine kontinuierliche Messung der Bauteildurchbiegung werden fünf induktive Wegaufnehmer (IWA 1...5) in den Sechstel-Punkten angeordnet. Weitere zwei induktive Wegaufnehmer (IWA 6,7) messen die Vertikalverschiebung über den Auflagern (Abbildung 108). Die Relativverschiebungen u zwischen Trag- und Vorsatzschale werden mittels digitaler Fotografie eines Messrasters entsprechend Abbildung 110 in den jeweiligen Lastschritten festgehalten. Eine kontinuierliche Messung der Größen erfolgt über horizontale angeordnete induktive Wegaufnehmer (IWA 9...12).

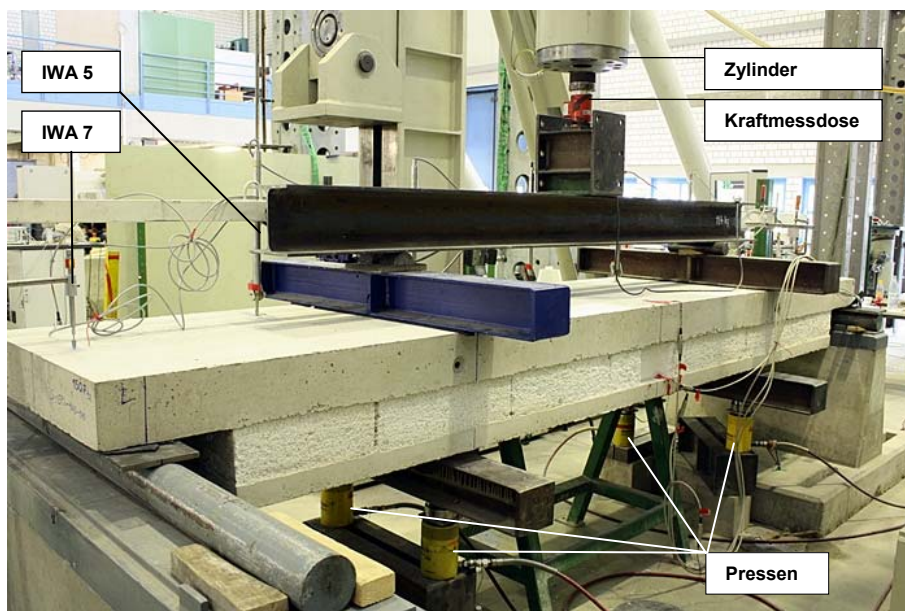
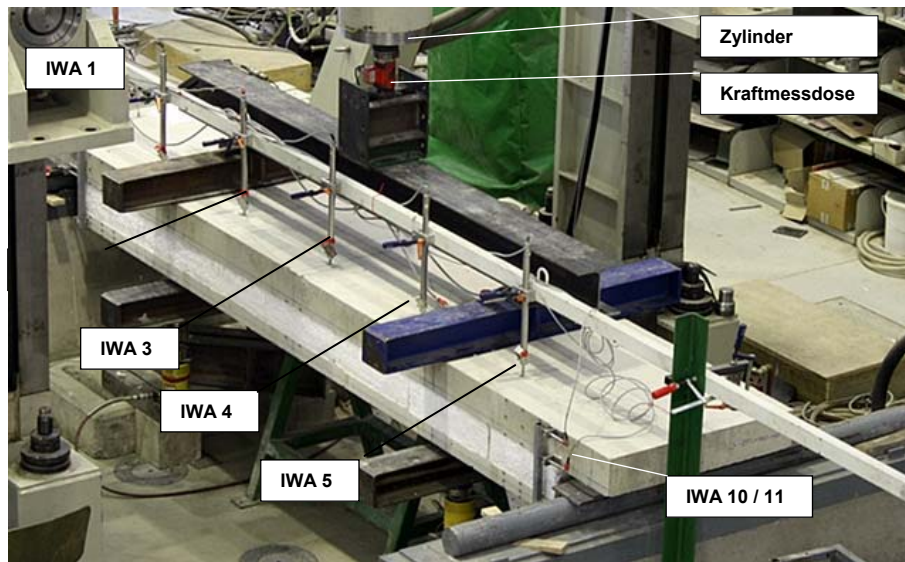


Abbildung 109: Versuchsaufbau der Vier-Punkt-Biegeversuche

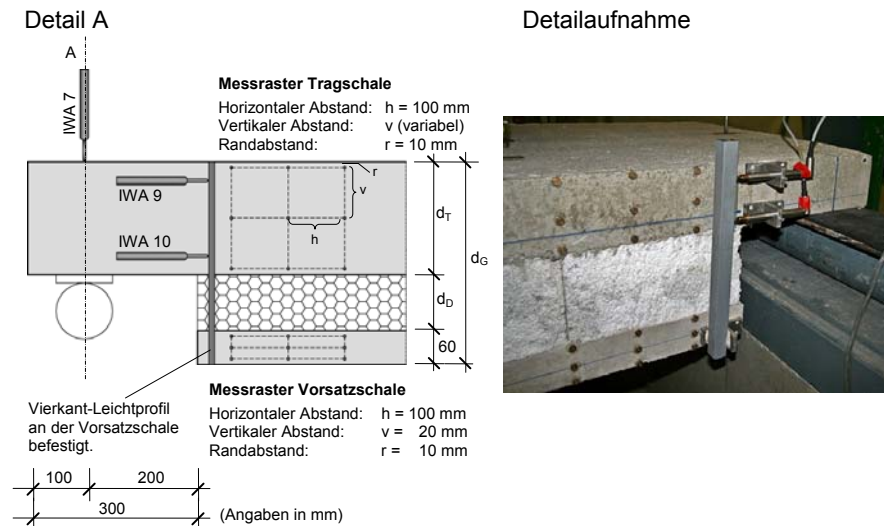


Abbildung 110: Detail - Messtechnik am Auflagerrand zur Messung der Relativverschiebung zwischen Trag- und Vorsatzschale

Versuchsdurchführung

Die Beanspruchung infolge Eigenlast erzeugt Randspannungen in den Betonschalen, welche bei den gewählten Stützweiten im Bereich der Zugfestigkeit des Betons liegen. Da insbesondere das Verhalten im ungerissenen Zustand Gegenstand der Untersuchungen ist, wird der Versuch in zwei Phasen unterteilt, die in Abbildung 111 schematisch dargestellt sind.

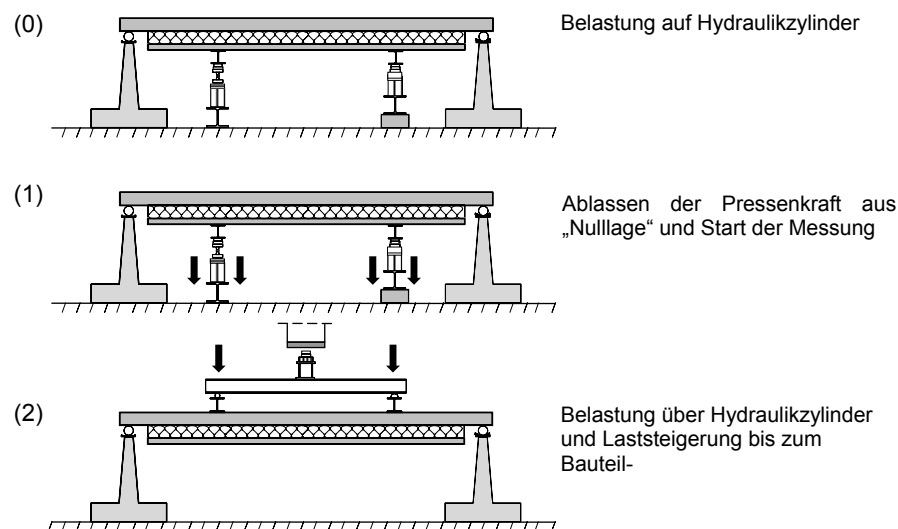


Abbildung 111: Belastungsreihenfolge in den Vier-Punkt-Biegeversuchen

In der ersten Phase ist der Probekörper mit vier handgesteuerten, gekoppelten Hydraulikpressen unterbaut, welche ihn in Verformungsnulllage halten. Die Pressen werden in Schritten von 2 kN abgelassen bis die Eigenlast voll wirksam ist. In Belastungsphase zwei wird die Prüfkraft durch eine elektro-hydraulische Pumpe mit dem Kolbenweg des Hydraulikzylinders als Regelsignal der Wegsteuerung mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 2 mm/min aufgebracht. Die Erfassung von Rissen und das Fotografieren des Messrasters werden in Schritten von 2 kN durchgeführt. Nach Abschluss der Rissbildung in Vorsatz- und Tragschale erfolgt die Laststeigerung in 5 kN Schritten bis zum Erreichen der Traglast.

6.5 Versuchsbeschreibung

6.5.1 Last-Durchbiegungs-Kurven

Zur Erläuterung des prinzipiellen Last-Verformungsverhaltens der mehrschichtigen Wandelementstreifen erfolgt die Gegenüberstellung der Versuchskurven in Abhängigkeit vom verwendeten Dämmstoffmaterial getrennt für expandiertes Polystyrol (EPS) in Abbildung 113 und extrudiertes Polystyrol (XPS) in Abbildung 115. Die Auswertung der Versuche erfolgt in einem Lastbereich, welcher Schlussfolgerungen für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit mehrschichtiger Stahlbetonwandtafeln zulässt.



Abbildung 112: Durchbiegung der Sandwichwand S-XPS-140-140 während des Versuches

Für alle Last-Verformungskurven ist ein dreistufiger Verlauf mit unterschiedlichem Anstieg in den Bereichen:

- (1) Belastungsbeginn bis zum Erstriss in Schale 1,
- (2) dem Erstriss in Schale 1 bis zum Erstriss in Schale 2 und
- (3) dem Erstriss in Schale 2 bis zum Bauteilversagen

festzustellen.

Versuche mit expandiertem Polystyrol (EPS)

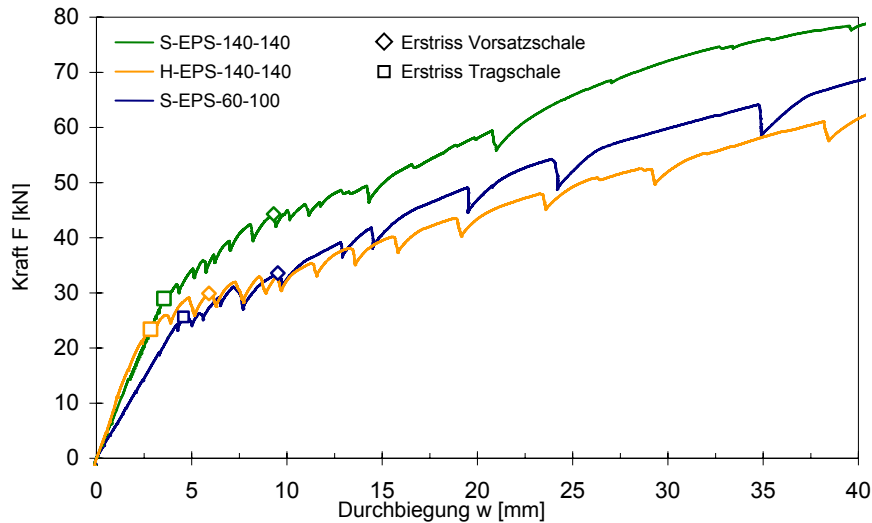


Abbildung 113: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven aller Versuche mit EPS-Dämmung (S1, S5 und H1)

Folgenden Beobachtungen und Feststellungen sind aus den Versuchen zum Last-Verformungsverhalten festzuhalten:

- Die Sandwechelemente S1 und S5 weisen bis zum Auftreten des Erstrisses ein lineares Last-Verformungsverhalten auf. Bei dem Versuchskörper mit nachträglicher Ortbetonerfüllung (H1) ist ein geringfügig progressiver Anstieg der Kurve zu beobachten.
- Das Auftreten des ersten Risses im Beton (Beginn Bereich 2) geht mit einer deutlichen Abnahme der Bauteilbiegesteifigkeit einher. Dabei ist das Entstehen des Erstrisses bei allen Versuchen in der Tragschale zu beobachten. Bis zum Auftreten des Erstrisses in der Vorsatzschale (Beginn Bereich 3) nimmt der Kurvenverlauf kontinuierlich ab. Parallel dazu bilden sich weitere Risse in der Tragschale.
- Ein weiterer Knick in den Last-Verformungskurven ist mit dem Auftreten des Erstrisses in der Vorsatzschale (3) zu verzeichnen. Nach vollständiger Ausprägung des Rissbildes in beiden Schalen verbleibt ein annähernd konstanter Anstieg. Ein Fließen der Bewehrung tritt nicht auf.
- Schädigungen in der Verbundfuge sind erst bei großen Durchbiegungen im Bereich 3 zu beobachten. Es sind Schubrisse im Dämmstoff als auch das Ablösen der Dämmung von den Betonschalen zu beobachten. Dementsprechend kann geschlossen werden, dass die Abnahme der Biegesteifigkeit der Versuchskörper in Bereichen 1 und 2 ausschließlich auf die Rissbildung in den Betonschichten zurückzuführen ist (Abbildung 114).

- Das Auftreten der unterschiedlichen Schädigungsmechanismen kann auf den Produktionsablauf (Abbildung 107) zurückgeführt werden. So ist bei den Versuchskörpern (S1, S2, S5 und S6), welche an einem Tag bzw. „nass in nass“ hergestellt wurden das Auftreten von Schubrisen zu beobachten. In den Versuchen S3, S4, H1 und H2, deren Produktion an zwei aufeinander folgenden Tagen erfolgte, sind Schädigungen des Haftverbundes sichtbar. Maßgebender Unterschied ist die Wirkung der Eigenlast der Zweitschale. Im ersten Fall stellt der Anpressdruck aus dieser Eigenlast einen vollflächigen Haftverbund zwischen Dämmung und Beton sicher. Im zweiten Fall wird die Dämmung lediglich auf den Frischbeton aufgelegt, was insbesondere bei Betonen mit steifer Konsistenz zu Bereichen ohne Haftung zwischen Dämmung und Beton führt.



S-EPS-140-140: Ausgangssituation / Auftreten von Schubrisen bei $F = 80 \text{ kN}$



S-EPS-140-100: Beginnendes Versagen des Haftverbundes bei $F = 26 \text{ kN}$ / Situation bei Ende des Versuches



S-XPS-60-100:
Relativverschiebung bei Versuchsende –
Ablösen der Dämmung von der
Vorsatzschale

Abbildung 114: Fotodokumentation der beobachteten Schädigungen in der Verbundfuge

Versuche mit extrudiertem Polystyrol (XPS)

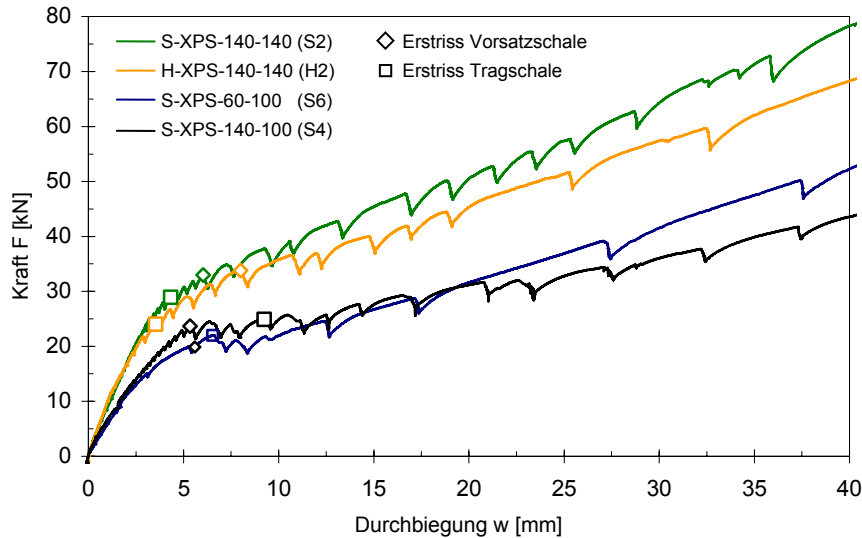


Abbildung 115: Gegenüberstellung der Last-Verformungskurven aller Versuche mit XPS-Dämmung (S2, S4, S6 und H2)

- Die Versuchskurven zeigen bereits im Bereich vor der Erstrissbildung ein nichtlineares Last-Verformungsverhalten. Grund dafür ist die Auflösung des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton in den auflagnahen Bereichen bereits auf geringem Lastniveau.
- Das Verbundversagen erfolgt sukzessiv. Der exakte Beginn der Verbundfugenschwächung ist im Versuch nicht auszumachen.
- Mit Einsetzen der Rissbildung ist eine deutliche Abnahme der Biegesteifigkeit des Bauteils festzustellen. Der Bereich (2) zwischen der Erstrissbildung in der Tragschale und der Vorsatzschale ist weniger ausgeprägt als bei den Versuchen mit EPS-Dämmstoff.
- Erstrisse im Bauteil treten sowohl in der Tragschale (S2, H2) als auch in der Vorsatzschale auf (S4, S6).

Einfluss der nachträglichen Ortbetonergänzung

Eine Einschätzung zum Einfluss der nachträglichen Ortbetonergänzung auf das Last-Verformungsverhalten ermöglicht die Gegenüberstellung der Versuche mit gleichen geometrischer Abmessungen (S1, S2, H1, H2).

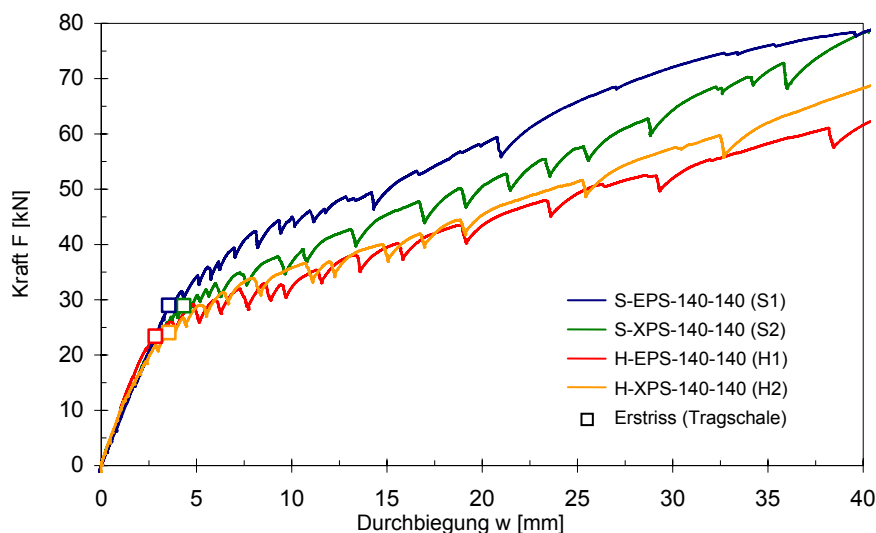


Abbildung 116: Gegenüberstellung der Last-Verformungs-Kurven der Versuche mit gleichen geometrischen Abmessungen (S1, S2, H1 und H2)

Aus Abbildung 116 sind eine höhere Anfangsbiegesteifigkeit und ein nichtlineares Last-Verformungsverhalten vor dem Auftreten der Erstrisse in den Versuchen H1 und H2 ersichtlich. Auffällig ist das vergleichsweise frühe Auftreten der Erstrisse bei den Versuchskörpern mit nachträglicher Ortbetonergänzung. Trotz höherer Biegezugfestigkeit der Schalen, wie Tabelle 51 zu entnehmen, treten die Erstrisse in der Tragschale bei geringerer Belastung auf. Eine Übersicht über die in den Versuchen beobachteten Lasten F und Durchbiegungen w beim Entstehen der Erstrisse in Vorsatz- und Tragschale enthält Tabelle 52.

Tabelle 52: Laststufen und zugeordnete Durchbiegungen bei Erstrissbildung in den Betonschalenschalen

Versuch		Vorsatzschale		Tragschale	
		Durchb. w	Kraft F	Durchb. w	Kraft F
		[mm]	[kN]	[mm]	[kN]
S1	S-EPS-140-140	9,3	44,3	3,6	29,0
S2	S-XPS-140-140	6,0	33,0	4,3	28,9
S3	S-EPS-140-100	4,7	20,1	4,2	19,2
S4	S-XPS-140-100	5,4	23,7	9,2	24,9
S5	S-EPS-60-100	9,5	33,6	4,6	25,6
S6	S-XPS-60-100	5,6	19,9	6,5	22,0
H1	H-EPS-140-140	5,9	29,9	2,8	23,4
H2	H-XPS-140-140	8,0	33,9	3,6	24,1

6.5.2 Last-Relativverschiebungs-Kurven

Zur Beschreibung der Auswirkung der nachträglichen Ortbetonergänzung und des Einflusses unterschiedlicher Dämmstofftypen auf die Relativverschiebung u (Abbildung 117) sind exemplarisch die Versuchsergebnisse der Versuche S1 und H1 in Abbildung 118 und die Versuche S5 und S6 in Abbildung 119 aufgetragen. Die Ergebnisse der weiteren Versuche sind im Anhang A-3 zusammengestellt.

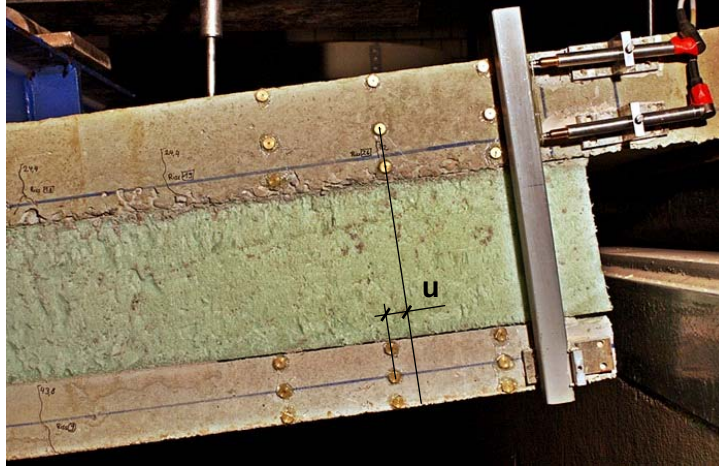


Abbildung 117: Visualisierung der Relativverschiebung u anhand des Versuchs S-XPS-140-140 kurz vor dem Bruchzustand

Folgende Beobachtungen und Feststellungen können zu den Relativverschiebungen festgehalten werden:

- Wie aus Abbildung 118 deutlich wird, weisen die Kraft-Relativverschiebungsbeziehungen bei den Versuchen mit EPS-Dämmstoff vor der Rissbildung einen linearen Zusammenhang auf.
- Bei den Versuchen mit XPS-Dämmstoff (S2, S4, S6, H2) kann eine Linearität zwischen Last und Relativverschiebung nur im Anfangsbereich der Kurve festgestellt werden. Die Abminderung der Verbundfugensteifigkeit durch das beobachtete Auflösen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton hat eine überproportionale Zunahme der Relativverschiebung bereits vor der Erstrissbildung zur Folge (Abbildung 119).
- Ein Einfluss der nachträglichen Ortbetonergänzung auf die Relativverschiebung ist vor und nach der Erstrissbildung beim Vergleich der Versuche S1 und H1 nicht ersichtlich (Abbildung 118). Nur das zeitigere Auftreten des Erstrisses im Versuch H1 hat eine Entwicklung der Relativverschiebungen auf einem geringeren Lastniveau zur Folge.

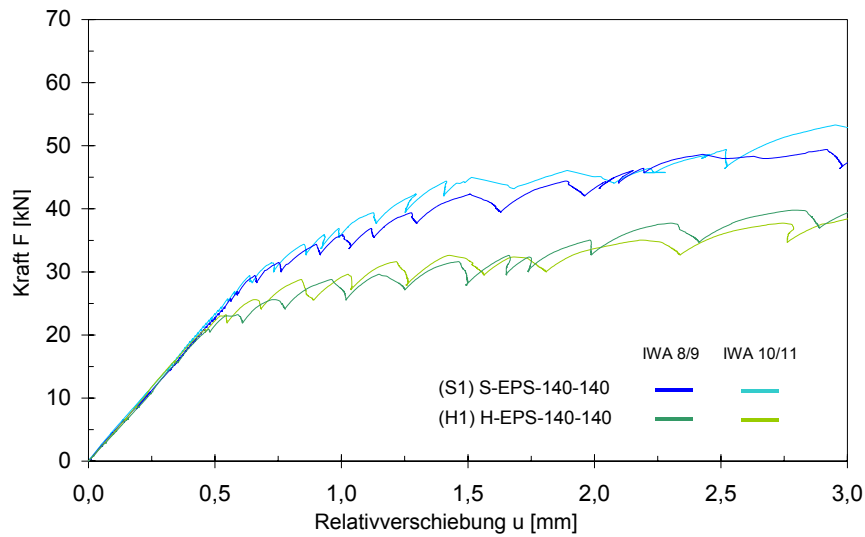


Abbildung 118: Gegenüberstellung der Messergebnisse der Relativverschiebungen der Versuche S1 und H1 mit einer Stützweite von $L = 3,80$ m

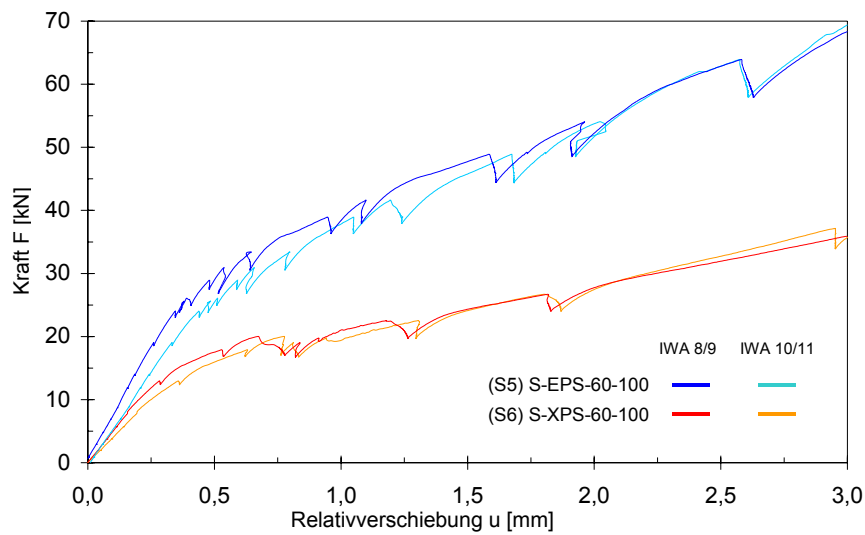


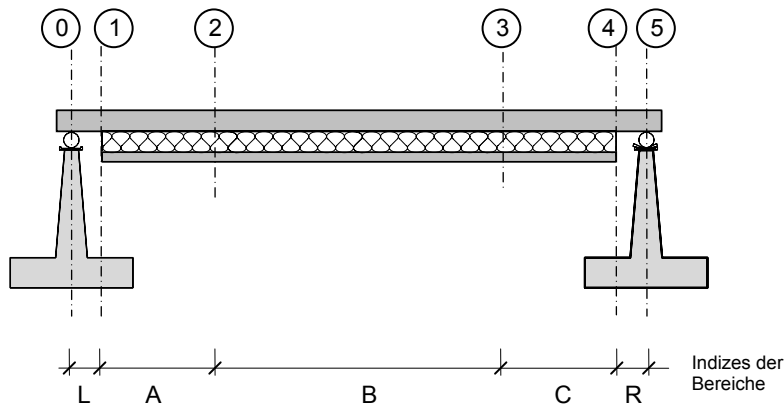
Abbildung 119: Gegenüberstellung der Messergebnisse der Relativverschiebungen der Versuchskörper mit einer Stützweite von $L = 3,40$ m

6.6 Berechnungsmodell

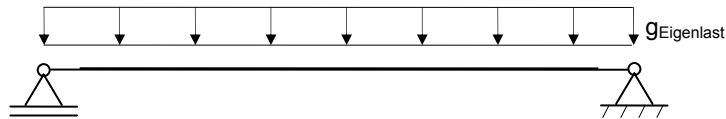
6.6.1 Nachrechnung der Versuche

Die Versuchsnachrechnung erfolgt basierend auf den allgemeinen Lösungen der Schnitt- und Verformungsgrößen in Abschnitten 5.2 und 5.3 für einen dreischichtigen Sandwichverbundbalken. Für eine genaue Versuchsnachrechnung ist die Anpassung des Berechnungsmodells auf die Randbedingungen des Versuchsaufbaus erforderlich. Konkret bedeutet das eine Modellerweiterung, welche die Berücksichtigung von Einzellasten bei bereichsweise unterschiedlichen Querschnitten ermöglicht. Die erweiterten Annahmen und die Herleitung des Modells zu Nachrechnung der Versuche wird im Folgenden beschrieben.

Versuchsaufbau



Lastfall: *Eigenlast*



Lastfall: *Einzellasten*

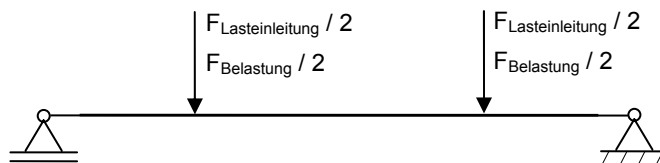


Abbildung 120: Unstetigkeitsstellen und Lastfälle im Berechnungsmodell zur Versuchsnachrechnung

In der Nachrechnung müssen die beiden Lastfälle

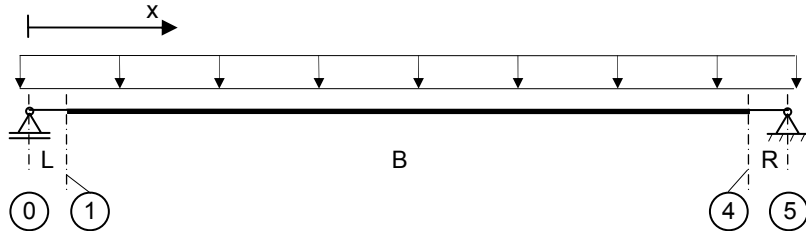
- Eigenlast g , welche als konstante Streckenlast über die Stützweite L angesetzt wird und
- Last F in den Lasteinleitungspunkten, welche sich aus der Lasteinleitungskonstruktion ($F_{\text{Lasteinleitung}}$) und der Zylinderlast ($F_{\text{Belastung}}$) zusammensetzt,

berücksichtigt werden (Abbildung 120). Die Kombination beider Lastfälle kann mit Hilfe des Superpositionsgesetzes berechnet werden. Aufgrund der Annahme einer linearen Last-Verformungsbeziehung ist dieses uneingeschränkt gültig.

Lastfall Eigenlast

Die Geometrie des Versuchskörpers ist über die Stützweite L nicht konstant. Wie in Abbildung 120 dargestellt, weisen die Plattenstreifen eine Ausklinkung der Tragschale im Bereich der Auflager (Achsen 0-1; 4-5) auf. In diesen Bereichen gelten die Annahmen der Balkentheorie für einen Euler-Bernoulli-Balken. Für den Lastfall der Eigenlast müssen somit drei getrennte Ansätze für die Funktionen der Schnitt- und Verformungsgrößen für die drei Balkenabschnitte erfolgen. Die daraus resultierenden 12 unbekannten Koeffizienten können durch Einsetzen von 12 linear unabhängigen Rand- und Übergangsbedingungen ermittelt werden.

Die Rand- und Übergangsbedingungen sind:



Stelle ①

$$w_L(0) = 0$$

Stelle ①

$$M_B(x_1) = M_L(x_1)$$

$$w_B''(x_1) = -\frac{M_L(x_1)}{B_1 + B_2}$$

$$w_B'(x_1) = w_L'(x_1)$$

$$w_B(x_1) = w_L(x_1)$$

$$u_{1,B}(x_1) = 0$$

Stelle ⑤

$$w_R(x_5) = 0$$

Stelle ④

$$M_B(x_4) = M_R(x_4)$$

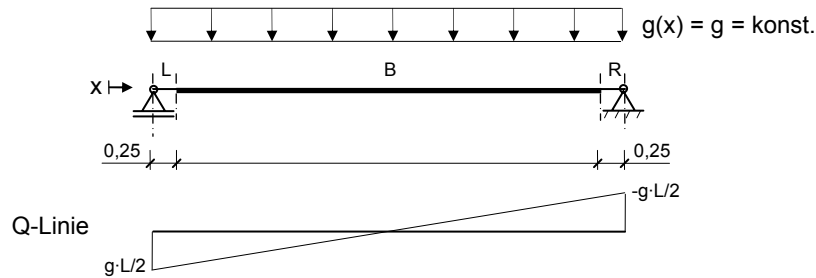
$$w_B''(x_4) = -\frac{M_R(x_4)}{B_1 + B_2}$$

$$w_B'(x_4) = w_R'(x_4)$$

$$w_B(x_4) = w_R(x_4)$$

$$N_B(x_4) = 0$$

Die allgemeinen Funktionsgleichungen für den Bereich B des dreischichtigen Sandwichbalkens sind in Abschnitt 2.2 und 2.3 hergeleitet. Für die Bereiche der ausgeklinkten Tragschale (Bereiche L und R) ergeben sich die Funktionen nach der Balkentheorie aus der linearen, inhomogenen Differentialgleichung der Biegelinie unter einer Streckenlast $g(x)$. Der Verlauf der Schnittgrößen über die Trägerlänge ist aufgrund der statisch bestimmten Lagerung einfach zu ermitteln.



Aus dem allgemeinen Zusammenhang:

$$B_2 \cdot w''' = -Q(x) \quad (6.1)$$

ergeben sich durch Integration unter Berücksichtigung der Randbedingung $w_L''(0) = 0$ die Gleichungen $w_L'(x)$ und $w_L(x)$ mit den zwei Integrationskonstanten L_1 und L_2 :

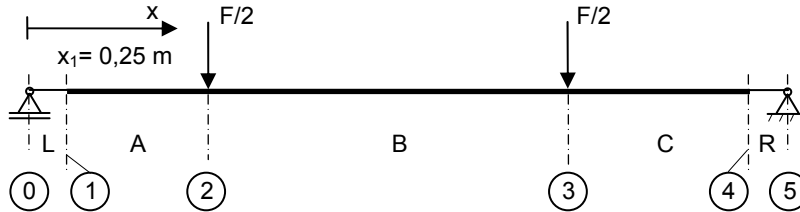
$$\begin{aligned} w_{L,g}'''(x) &= -\frac{Q(x)}{B_2} = \frac{g}{B_2} \left(x - \frac{L}{2} \right), \quad w_{L,g}''(x) = \frac{g}{2 \cdot B_2} \cdot (x^2 - x \cdot L), \\ w_{L,g}'(x) &= \frac{1}{12 \cdot B_2} \cdot (2 \cdot g \cdot x^3 - 3 \cdot L \cdot g \cdot x^2 + 12 \cdot L_1), \\ w_{L,g}(x) &= \frac{1}{24 \cdot B_2} \cdot (g \cdot x^4 - 2 \cdot L \cdot g \cdot x^3 + 24 \cdot L_1 \cdot x + 24 \cdot L_2). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Für den Bereich R resultiert bei gleichem Vorgehen und der Randbedingung $w_R''(x_5) = 0$ mit den Integrationskonstanten R_1 und R_2 zu:

$$\begin{aligned} w_{R,g}'''(x) &= -\frac{Q(x)}{B_2} = \frac{g}{B_2} \cdot \left(x - \frac{L}{2} \right), \quad w_{R,g}''(x) = \frac{g}{2 \cdot B_2} \cdot (x^2 - x \cdot L), \\ w_{R,g}'(x) &= \frac{1}{12 \cdot B_2} \cdot (2 \cdot g \cdot x^3 - 3 \cdot L \cdot g \cdot x^2 + 12 \cdot R_1), \\ w_{R,g}(x) &= \frac{1}{24 \cdot B_2} \cdot (g \cdot x^4 - 2 \cdot L \cdot g \cdot x^3 + 24 \cdot x \cdot R_1 + 24 \cdot R_2). \end{aligned} \quad (6.3)$$

Lastfall *Einzellasten*

Beim Lastfall *Einzellasten* kommt hinzu, dass die Belastungsfunktion unstetig ist. Es müssen links und rechts der Unstetigkeitsstellen weitere getrennte Ansätze für die Funktionen der Schnitt- und Verformungsgrößen getroffen werden. Aus den fünf Teilbereichen resultieren 28 unbekannte Koeffizienten, welche die entsprechende Anzahl an Rand- und Übergangsbedingungen zu deren Lösung erfordern.



Stelle ①

$$w_L(0) = 0$$

Stelle ②

$$M_A(x_1) = 0,5 \cdot F \cdot x_1$$

$$w_A''(x_1) = \frac{-F \cdot x_1}{2 \cdot (B_1 + B_2)}$$

$$w_A'(x_1) = w_L'(x_1)$$

$$w_A(x_1) = w_L(x_1)$$

$$u_{1,A}(x_1) = 0$$

Stelle ⑤

$$w_R(x_5) = 0$$

Stelle ④

$$M_C(x_4) = 0,5 \cdot F \cdot x_1$$

$$w_C''(x_4) = \frac{-F \cdot x_1}{2 \cdot (B_1 + B_2)}$$

$$w_C'(x_4) = w_R'(x_4)$$

$$w_C(x_4) = w_R(x_4)$$

$$N_C(x_4) = 0$$

Stelle ③

$$w_A(x_2) = w_B(x_2)$$

$$w_A'(x_2) = w_B'(x_2)$$

$$w_A''(x_2) = w_B''(x_2)$$

$$M_A(x_2) = \frac{F}{2} \cdot \frac{L}{4}$$

$$Q_A(x_2) = 0,5 \cdot F + Q_B(x_2)$$

$$u_{2,A}(x_2) = u_{2,B}(x_2)$$

$$u_A(x_2) = u_B(x_2)$$

$$N_{1,A}(x_2) = N_{1,B}(x_2)$$

Stelle ③

$$w_C(x_3) = w_B(x_3)$$

$$w_C'(x_3) = w_B'(x_3)$$

$$w_C''(x_3) = w_B''(x_3)$$

$$M_C(x_3) = \frac{F}{2} \cdot \frac{L}{4}$$

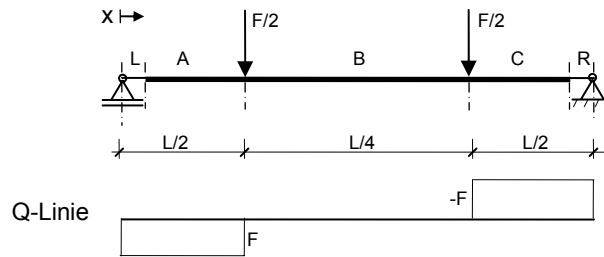
$$Q_B(x_3) = 0,5 \cdot F + Q_C(x_2)$$

$$u_{2,B}(x_3) = u_{2,C}(x_3)$$

$$u_B(x_3) = u_C(x_3)$$

$$N_{1,B}(x_3) = N_{1,C}(x_3)$$

Die allgemeinen Funktionsgleichungen für die Bereiche A, B und C des dreischichtigen Sandwichbalkens sind in Abschnitt 2.2 und 2.3 hergeleitet. Für die Bereiche der ausgeklinkten Tragschale (Bereiche L und R) ergeben sich die Funktionen nach der Balkentheorie aus der linearen, homogenen Differentialgleichung der Biegelinie des Euler-Bernoulli-Balkens.



Aus dem allgemeinen Zusammenhang:

$$B_2 \cdot w''' = -Q(x) \quad (6.4)$$

ergeben sich durch Integration unter Berücksichtigung der Randbedingung $w_L''(0) = 0$ die Gleichungen $w_L'(x)$ und $w_L(x)$ mit den zwei Integrationskonstanten L_1 und L_2 :

$$\begin{aligned} w_{L,F}'''(x) &= -\frac{Q(x)}{B_2} = -\frac{F}{2 \cdot B_2} \cdot x, \\ w_{L,F}''(x) &= -\frac{F}{2 \cdot B_2} \cdot x, \\ w_{L,F}'(x) &= -\frac{F}{4 \cdot B_2} \cdot x^2 + L_1, \\ w_{L,F}(x) &= -\frac{F}{12 \cdot B_2} \cdot x^3 + L_1 \cdot x + L_2. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Für den Bereich R resultiert bei gleichem Vorgehen und der Randbedingung $w_R''(x_5) = 0$ mit den Integrationskonstanten R_1 und R_2 zu:

$$\begin{aligned} w_{R,F}'''(x) &= -\frac{Q(x)}{B_2} = \frac{F}{2 \cdot B_2} \cdot x, \\ w_{R,F}''(x) &= \frac{F}{2 \cdot B_2} \cdot (x - L), \\ w_{R,F}'(x) &= -\frac{F}{2 \cdot B_2} \cdot \left(\frac{x^2}{2} - L \cdot x \right) + R_1, \\ w_{R,F}(x) &= \frac{F}{2 \cdot B_2} \cdot \left(\frac{x^3}{6} - \frac{L \cdot x^2}{2} \right) + R_1 \cdot x + R_2. \end{aligned} \quad (6.6)$$

6.6.2 Vorgehensweise und Annahmen

Die Versuchsnachrechnungen auf Grundlage der abgeleiteten Beziehungen basieren auf folgenden Messungen und Annahmen:

- Die geometrischen Abmessungen der Versuchskörper sind Tabelle 47 zu entnehmen. Darüber hinaus werden die tatsächlichen, mittleren Schalendicken nach Tabelle 53 verwendet.
- Die Eigenlast g basiert auf der Wägung der Probekörper vor dem Versuch. Die ermittelte Eigenlast ist auf die Stützweite L bezogen. Ebenso entspricht die Kraft $F_{\text{Lasteinleitung}}/2$ der halben Eigenlast der verwendeten Lasteinleitungsstruktur.
- Die Materialeigenschaften des Betons sind Tabelle 51 zu entnehmen. Für den Elastizitätsmodul E_c wird ein mittlerer Wert der Betonschalen des jeweiligen Versuchskörpers verwendet.
- Die Geometrie- und Materialparameter des Verbindungsmittels sind in Tabelle 4 enthalten.
- Die Ermittlung der Verbundfugensteifigkeiten $C_{v,1}$ und $C_{v,2}$ erfolgt basierend auf der linear-elastische Modellbildung für die Verbundfuge nach Kapitel 3 und den Berechnungsannahmen nach Abschnitt 4.4.
- $\Delta F_R/2$ ist die (halbe) Differenzkraft, welche über die Eigenlast und Lasteinleitung hinaus in den Versuchen zum Erstriss im Bauteil führt.

Tabelle 53 enthält eine Zusammenfassung der in der Versuchsnachrechnung verwendeten Werte.

Tabelle 53: Eingangsgrößen für die Nachrechnung der Versuche

Versuch	Geometrie- und Materialparameter					Belastung		
	d_{vs}	d_{ts}	E_c	$C_{v,1}$	$C_{v,2}$	g	$F_{\text{Last}}/2$	$\Delta F_R/2$
	[m]	[m]	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[kN/m]	[kN]	[kN]
S1	0,063	0,143	24000	19,0	-	3,966	1,10	5,9
S3	0,063	0,100	24000	19,0	-	3,088	1,10	3,3
S4	0,060	0,100	26700	49,3	-	3,109	1,10	6,4
H1	0,057	0,142	25000	18,2	-	3,811	0,94	3,5
S2	0,063	0,140	24500	29,6	0,47	3,926	1,10	5,9
S4	0,067	0,096	23000	29,6	0,47	3,091	1,10	5,5
S6	0,059	0,102	26000	87,2	1,86	3,124	1,10	4,6
H2	0,054	0,143	27000	27,9	0,38	3,732	0,94	4,0

6.6.3 Vorgehen bei der Nachrechnung der Last-Durchbiegungs- und Last-Relativverschiebungsbeziehung

Die Nachrechnungen der Last-Durchbiegungsbeziehungen und der Last-Relativverschiebungs-Beziehungen erfolgen entsprechend den zwei Belastungsphasen der Versuchsdurchführung an zwei Punkten.

Die Durchbiegung w_1 und die Relativverschiebung u_1 werden nach Ablassen der Pressen und somit bei vollem Wirken der Eigenlast und der Lasteinleitungsstruktur ermittelt. Hierzu erfolgt die Superposition der Ergebnisse aus dem Berechnungsmodell für den Lastfall *Eigenlast* unter der Streckenlast g und dem Berechnungsmodell für den Lastfall *Einzellasten* unter der Eigenlast der Lasteinleitungsstruktur $F_{\text{Lasteinleitung}}$. Die Kraft P_1 ergibt sich zu diesem Zeitpunkt zu:

$$P_1 = g \cdot L + F_{\text{Lasteinleitung}} \quad (6.7)$$

In der zweiten Belastungsphase wirkt zusätzlich die Pressenkraft ΔP des Zylinders:

$$P_2 = P_1 + \Delta P \quad (6.8)$$

Aufgrund der linearen Zusammenhänge im Berechnungsmodell kann diese Differenzkraft ΔP frei gewählt werden.

Vorgehen bei der Nachrechnung des Erstrisszustandes

Die Kraft P_{Riss} beim Auftreten des Erstrisses in einer der beiden Schalen resultiert aus den Versuchen und ist in Tabelle 52 dokumentiert. Da sämtliche Erstrisse erst unter der zusätzlichen Belastung durch den Zylinder auftreten, erfolgt die Nachrechnung des Risszustandes ebenfalls zweistufig. Die Kraft ΔP in der zweiten Belastungsphase ergibt sich zu:

$$\Delta P = F_{\text{Riss}} - g \cdot L - F_{\text{Lasteinleitung}} \quad (6.9)$$

Die Lösung der umfangreichen Gleichungssysteme erfolgt mit der Software *Maple*.

6.7 Vergleich zwischen Versuchsergebnissen und Rechenmodell

6.7.1 Nachrechnung der Last-Durchbiegungs-Kurven

Zur Einordnung der Versuche werden den experimentell und rechnerisch ermittelten Last-Durchbiegungs-Beziehungen die Grenzfälle der Verbundfugensteifigkeit unter Annahme eines starren Verbundes und der Annahme ohne Verbund gegenübergestellt. Für Versuche mit XPS-Dämmstoff erfolgt darüber hinaus eine Berechnung mit der Verbundfugensteifigkeit $C_{v,2}$ nach Gleichung (4.41), welche einen vollständig gelösten Haftverbund annimmt. Die Ergebnisse der Versuchsnachrechnung sind in Tabelle 54 zusammengestellt. Die grafische Gegenüberstellung von Versuch und Berechnung ist in Abbildung 121, Abbildung 122, Abbildung 123 und Abbildung 124 aufbereitet.

Tabelle 54: Ergebnisse der Versuchsnachrechnung für die Last-Durchbiegungs- und Last-Relativverschiebungs-Beziehungen

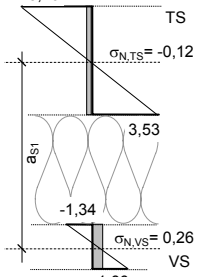
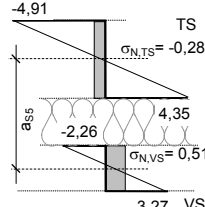
Versuch	Kraft	Durchbiegung	Relativverschiebung	Kraft	Durchbiegung	Relativverschiebung
	P_1	w_1	u_1	P_2	w_2	u_2
	[kN]	[mm]	[mm]	[kN]	[mm]	[mm]
S1	17,3	2,04	0,39	50,0	6,24	1,22
S2	17,1	1,90	0,36	50,0	5,84	1,13
S3	12,7	2,43	0,48	40,0	7,98	1,62
S4	12,7	2,16	0,43	40,0	7,20	1,45
S5	12,8	2,25	0,28	40,0	7,36	0,93
S6	12,8	1,94	0,23	40,0	6,37	0,77
H1	16,4	1,88	0,36	50,0	6,22	1,20
H2	16,1	1,68	0,32	50,0	5,70	1,09

Bei allen Versuchen, bei denen kein Versagen des Haftverbundes zu beobachten ist (Versuche mit EPS-Dämmstoff - S1, S5, H1) verlaufen die Graphen der Berechnung und des Versuchs nahezu identisch. Erst mit dem Auftreten der Erstrisse weichen sie deutlich voneinander ab. Aufgrund des linearen Berechnungsmodells ohne Berücksichtigung der Rissbildung ist der größere Anstieg in der Versuchsnachrechnung an dieser Stelle plausibel.

In den Versuchen bei denen das Versagen des Haftverbundes zu beobachten ist (Versuche mit XPS-Dämmstoff – S2, S4, S6, H2), sind die Kurven der Berechnungen und der Versuche nur im Anfangsbereich deckungsgleich. Mit dem beginnenden Ablösen der Dämmung vom Beton weichen sie zunehmend voneinander ab. Der Steifigkeitsverlust vor Erstrissbildung ist besonders bei den Versuchen S4 und S6 zu beobachten, bei denen der Lastabtrag zu einem größeren Anteil über die

Verbundtragwirkung erfolgt. In beiden Fällen werden große Schubkräfte über die Verbundfuge übertragen, so dass schon bei geringen Durchbiegungen die Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ zwischen Dämmung und Beton überschritten wird. Der Vergleich mit der Versuchsnachrechnung unter Annahme der Verbundfugensteifigkeit $C_{v,2}$ (vollständig gelöster Haftverbund) lässt den Schluss zu, dass mit dem Auftreten des Erstrisses nahezu kein Haftverbund zwischen Beton und Dämmung mehr wirksam ist und ausschließlich die Zug-Druck-Tragwirkung zwischen Verbindungsmittel und Dämmung Kräfte in der Verbundfuge überträgt. Wie in Abbildung 122 für den Versuch H2 und in Abbildung 124 für den Versuch S6 zu sehen, tritt der Erstriss unterhalb der rechnerischen Grenzgerade mit der Verbundfugensteifigkeit $C_{v,2}$ auf. Es kann damit begründet werden, dass die Rissentwicklung in den Versuchen erst nach dem Erreichen einer jeweiligen Laststufe untersucht wird und die angegebenen Werte (F,w) somit geringfügig zu hoch ausfallen können.

Tabelle 55: Verdeutlichung der Verbundtragwirkung über den Vergleich der errechneten Steifigkeiten mit den Grenzsteifigkeiten und Vergleich der Spannungs- und Momentenverteilungen der Versuche S1 und S5 auf dem Risslastniveau der Versuche

Versuch	Anfangs- steifigkeit bei starrem Verbund	Anfangs- steifigkeit ohne Verbund	Anfangs- steifigkeit unter $C_{v,1}$	Rechnerische Spannungsverteilung über den Querschnitt an der Stelle 0,5-L zum Zeitpunkt der Erstrissbildung in den Versuchen S1 und S5	
	[kN/mm]	[kN/mm]	[kN/mm]	(S1) S-EPS-140-140	(S5) S-EPS-60-100
S1	108	7,6	8,5		
S2	106	7,3	9,0		
S4	83	3,9	5,9		
S5	43	4,6	5,7		
S6	42	4,4	6,6		
H1	108	7,4	8,7		
H2	117	8,0	9,5		
				alle Angaben in [N/mm²]	
Anteil des errechneten Momentes aus Verbund- tragwirkung M_s am Gesamtmoment M	M_{TS}	[kNm]		9,9	6,2
	M_{VS}	[kNm]		0,8	1,3
	M_S	[kNm]		3,2	3,4
	$M_S/\Sigma M$	[%]		23	31

Zur allgemeinen Einordnung des Last-Verformungsverhaltens der untersuchten mehrschichtigen Wandstreifen ist festzustellen, dass die Versuchsgraphen in ihrem Verlauf zur Grenzgeraden mit der Annahme ‚loser Verbund‘ tendieren. Einen Vergleich der errechneten Anfangssteifigkeiten mit den Grenzsteifigkeiten (ohne Verbund und starrer Verbund) enthält Tabelle 55. Die Versuche mit großer

Eigenbiegesteifigkeit der Betonschalen (S1, S2, H1 und H2) liegen der Grenzgeraden erwartungsgemäß näher, da der Lastabtrag mehr über die Eigenbiegung der Deckschichten erfolgt. Im umgekehrten Fall ist zu sehen, dass die Kurven der Versuche (S5, S6) mit hoher Verbundfugensteifigkeit und mit geringer Tragschalendicke (S4) sich von der Grenzgeraden für das Modell ‚loser Verbund‘ entfernen. Der Lastabtrag erfolgt zunehmend über die Verbundtragwirkung, da über eine steifere Verbundfuge größere Schubkräfte übertragen werden (S5, S6). Somit wird das Verhältnis des Momentes aus Verbundtragwirkung zu den Eigenbiegemomenten in den Deckschichten größer. Das Verhältnis der Momente ändert sich in gleicher Weise, wenn die Querschnittshöhen und dementsprechend die Biegesteifigkeit der Deckschichten, bei ansonsten unveränderten Randbedingungen, abnehmen.

Um diese Schlussfolgerungen zu verdeutlichen, sind in Tabelle 55 die errechneten Spannungen über die Querschnittshöhe auf Risslastniveau der Versuche S1 ($F = 29 \text{ kN}$) und S5 ($F = 25,6 \text{ kN}$) gegenübergestellt. In beiden Spannungsverteilungen werden Normalspannungsanteile $\sigma_{N,(TS,VS)}$ in den Deckschichten ersichtlich, welche auf die Verbundtragwirkung zurückzuführen sind. Die Betrachtung des gezogenen Querschnittsrandes der Vorsatzschalen (VS) zeigt, dass diese Normalspannungen einen nicht unerheblichen Anteil von 14% (S1) und 16% (S5) an der Gesamtzugspannung ausmachen. Die Größenordnung der Verbundtragwirkung wird klar, wenn die Momentenanteile gegenübergestellt werden, welche sich aus der Spannungsintegration ergeben. Bezieht man das Moment aus Verbundtragwirkung M_s auf die Summe aller Teilmomente $M_{1/2}$, so zeigen die Ergebnisse aus Tabelle 55, dass im Versuche S1 nahezu über ein Viertel und im Versuch S5 fast ein Drittel des äußeren Momentes über die Verbundtragwirkung abgetragen wird.

Es bleibt festzuhalten, dass der Einfluss der Schubelastischen Kopplung der Schalen auf das Last-Durchbiegungs-Verhalten in allen Versuch deutlich sichtbar wird und dass die Verbundtragwirkung mit dem verwendeten Berechnungsmodell und den Annahmen zur Verbundfugensteifigkeit $C_{v,1}$ im linear-elastischen Bereich sehr genau erfasst werden kann.

Bei den Versuchen mit nachträglicher Ortbetonergänzung (H1 und H2) weist der Kurvenanstieg aus dem Versuch einen größeren Wert als die Versuchsnachrechnung auf. Diese Beobachtung deckt sich mit dem Vergleich der Versuche S1, S2 und H1, H2 untereinander, bei denen die Versuchsträger mit nachträglicher Ortbetonergänzung eine größere Steifigkeit im ungerissenen Zustand zeigen. Es ist zu vermuten, dass die Vorspannung der Verbundfuge durch den Betonierdruck (Zug im Verbindungsmittel, Druck in der Dämmung) eine versteifende Wirkung hat.

Für eine weitere Überprüfung des Berechnungsmodells erfolgt die Nachrechnung der Versuche auf dem Lastniveau der Erstrisse in den Betonschalen (Tabelle 52). Die berechneten, maximalen Zugspannungen sind in Tabelle 56 den Ergebnissen der Biegezugfestigkeitsprüfung aus Tabelle 51 gegenübergestellt und ins Verhältnis gesetzt.

Tabelle 56: Vergleich der Biegezugfestigkeit mit der berechneten Maximalspannung zum Zeitpunkt der Erstrissbildung

Versuch	Dämmstoff	Biegezugfestigkeit nach Tabelle 51 $f_{ct,biege}$	Berechnete, maximale Zugspannung bei Erstrissbildung $\sigma_{ct,calc}$	Verhältnis v ($\sigma_{ct,calc} / f_{ct,biege}$)
		[N/mm ²]	[N/mm ²]	[-]
S1	EPS	3,80	3,53	0,93
S3		3,36	3,40	1,01
S5		4,26	4,35	1,02
H1		3,97	2,98	0,75
S2	XPS	3,41	3,14	0,92
S4 ¹⁾		3,49	2,69	0,77
S6 ¹⁾		3,44	2,33	0,67
H2		4,36	2,80	0,64

¹⁾ Erstriss in der Vorsatzschale (bei alle andere Versuchen Erstriss in der Tragschale)

Bei den Versuchen (S1, S3 und S5), welche bis zum Auftreten der Erstrisse einen ungestörten Haftverbund aufweisen ($\tau_{D,s} < \tau_{D,h}$), stimmen die maximalen Randzugspannungen $\sigma_{ct,calc}$ nach dem Berechnungsmodell mit den Biegezugfestigkeiten $f_{ct,biege}$ aus den Materialuntersuchungen mit guter Genauigkeit (Verhältnisse: 0,93 ... 1,02) überein. In den Versuchen (S2, S4 und S6), bei denen das Auflösen des Haftverbundes bereits vor der Erstrissbildung zu beobachten ist ($\tau_{D,s} > \tau_{D,h}$), liegen die Spannungen $\sigma_{ct,calc}$ mit Verhältnissen zwischen 0,92 ... 0,67 zum Teil deutlich unter der Biegezugfestigkeit $f_{ct,biege}$. Der Grund dafür ist auch in diesem Fall die degressive Entwicklung der Verbundfugensteifigkeit C_v in den Versuchen. Mit zunehmender Belastung nimmt der Einfluss der Verbundtragwirkung ab und die Eigenbiegemomente in den Schalen steigen überproportional an. In gleichem Maße erhöhen sich die Randzugspannungen und erreichen bereits bei geringerem Lastniveau die Zugfestigkeit. Allerdings findet dieser Effekt im linearen Berechnungsmodell keine Berücksichtigung.

Bei den Versuchen an Elementplattenstreifen mit nachträglicher Ortbetonergänzung (H1, und H2) zeigt sich eine Divergenz zu den Versuchsergebnissen der Sandwichplattenstreifen. Bereits beim Vergleich der Last-Verformungskurven der Versuche S1/H1 und S2/H2 in Abschnitt 6.5.1 ist das Auftreten von Erstrissen bei nachträglicher Ortbetonergänzung auf geringerem Lastniveau zu verzeichnen. So ergeben auch die Nachrechnungen der Versuche H1 und H2 Verhältnisse $v_{H1} = 0,75$ bzw. $v_{H2} = 0,64$, die deutlich geringer als die mittleren Verhältnisse in der Vergleichsgruppe $v_{EPS} = 0,99$ und $v_{XPS} = 0,79$ ausfallen. Daraus ist zu schließen, dass der aus der Ortbetonergänzung zeitabhängige Eigenspannungszustand die Rissbildung begünstigt.

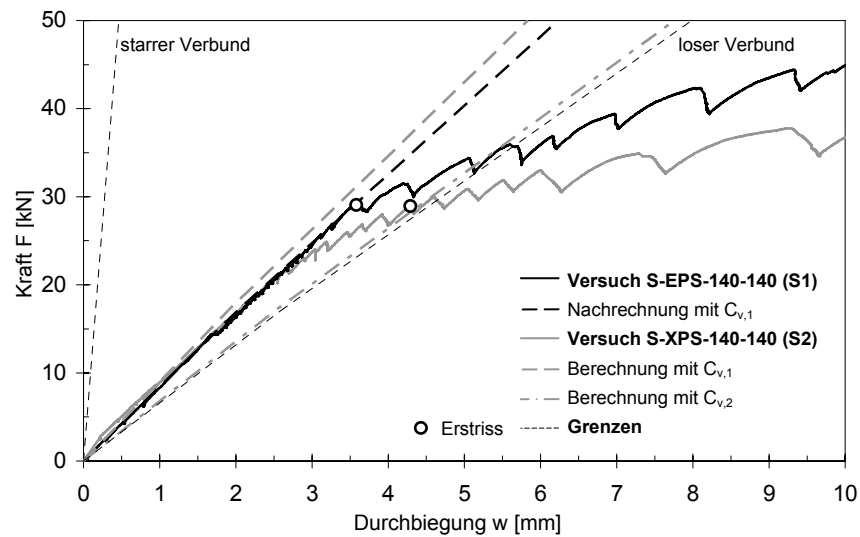


Abbildung 121: Gegenüberstellung der Kraft-Durchbiegungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für die Versuche S1 und S2

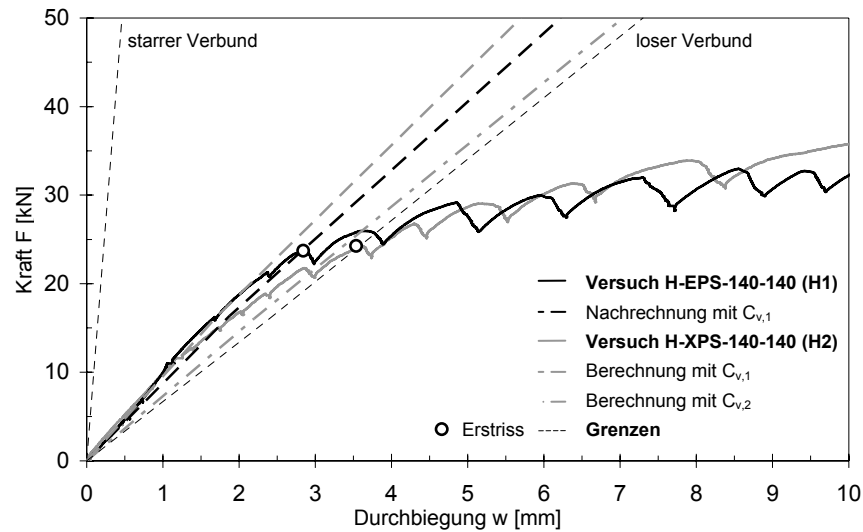


Abbildung 122: Gegenüberstellung der Kraft-Durchbiegungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für die Versuche H1 und H2

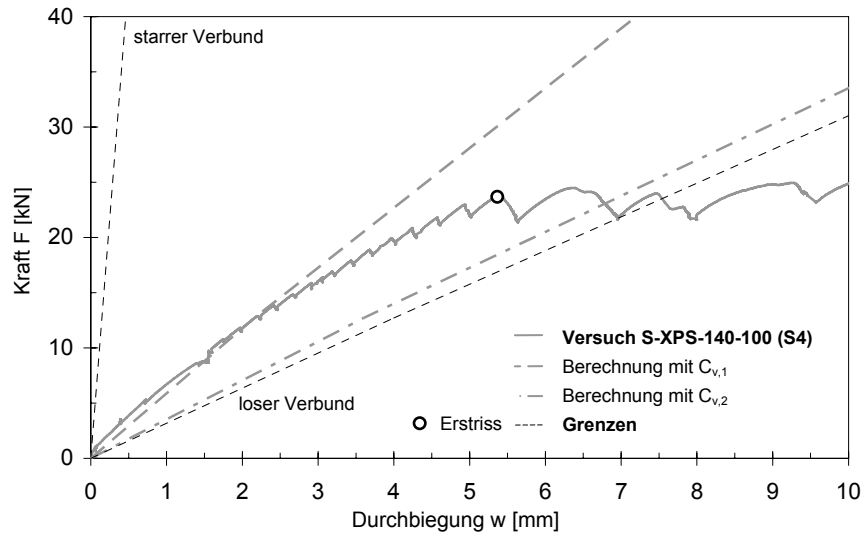


Abbildung 123: Gegenüberstellung der Kraft-Durchbiegungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuche S4

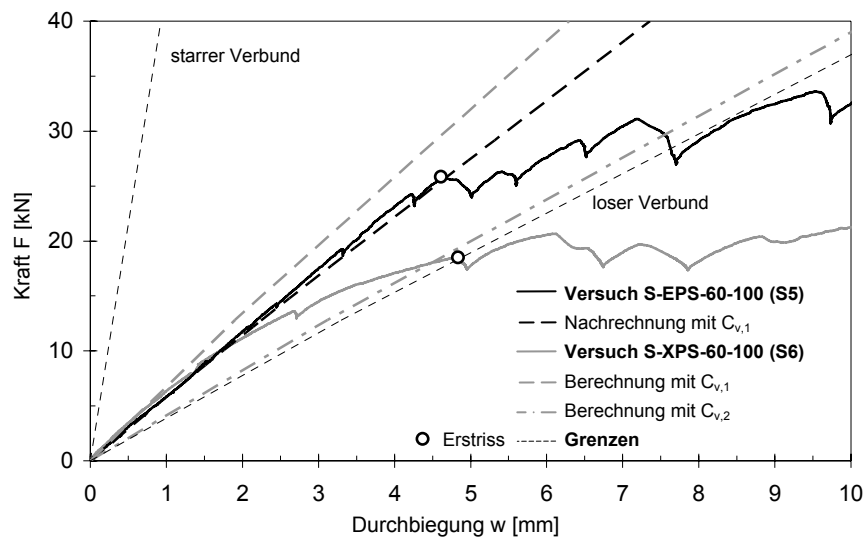


Abbildung 124: Gegenüberstellung der Kraft-Durchbiegungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für die Versuche S5 und S6

6.7.2 Nachrechnung Kraft-Relativverschiebungs-Kurven

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse aus der Modellrechnung und den Messungen erfolgt exemplarisch an den Versuchen S-EPS-140-140 (S1) und S-XPS-140-140 (S2). Alle übrigen Versuchsnachrechnungen sind im Anhang A-3 dokumentiert. Die numerischen Ergebnisse der Nachrechnung der Kraft-Relativverschiebungs-Kurven sind in Tabelle 54 zusammengefasst.

Bei der Nachrechnung der Kraft-Relativverschiebungs-Beziehung zeigt sich, dass die Messergebnisse bei vollständig intaktem Haftverbund (Versuche mit EPS-Dämmstoff) bis zu Rissbildung mit großer Genauigkeit durch das Modell abgebildet werden. Wie aus den Versuchsdaten in Abbildung 125 ersichtlich, nimmt ab dem Erstriss bei 29 kN die Relativverschiebung gegenüber der Berechnung überproportional zu. Der Grund dafür ist die geringere Biegesteifigkeit der Betonsschalen im Zustand II.

Bei den Versuchen mit XPS-Dämmstoff ist die Übereinstimmung zwischen Modellrechnung und Versuch nur bis zum Beginn des sukzessiven Versagens des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton gegeben, wie in Abbildung 126 an Versuch S2 bis $F \approx 20$ kN zu sehen ist. Im Grenzfall kann davon ausgegangen werden, dass beim Auftreten des Erstrisses kein nennenswerter Haftverbund zwischen der Dämmung und dem Beton wirksam ist, wie die Nachrechnung der Versuche mit der Verbundfugensteifigkeit $C_{v,2}$ zeigen.

Es bleibt festzustellen, dass die Erkenntnisse grundsätzlich mit denen aus der Versuchsnachrechnung der F-w-Kurven übereinstimmen. Anders als bei den F-w-Kurven ist ein Einfluss der nachträglichen Ortbetonergänzung auf die Relativverschiebung nicht ersichtlich.

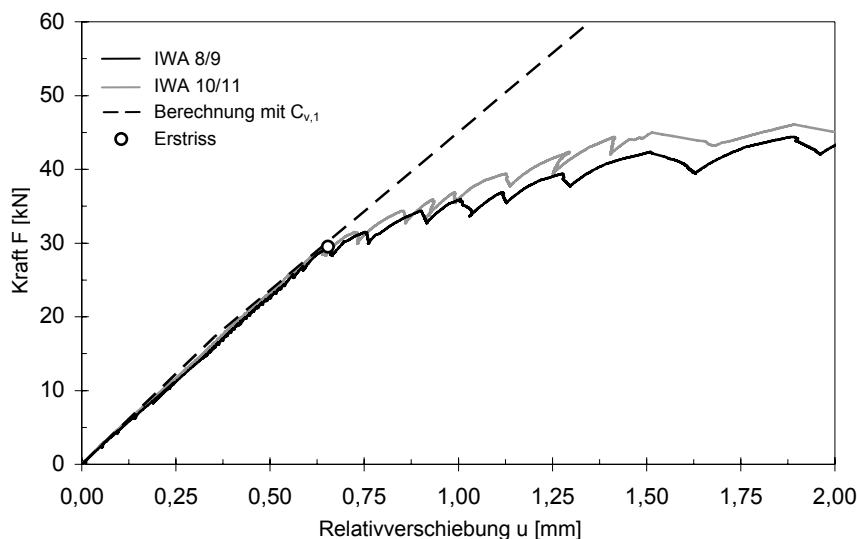


Abbildung 125: Gegenüberstellung der Kraft-Relativverschiebungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuch S1

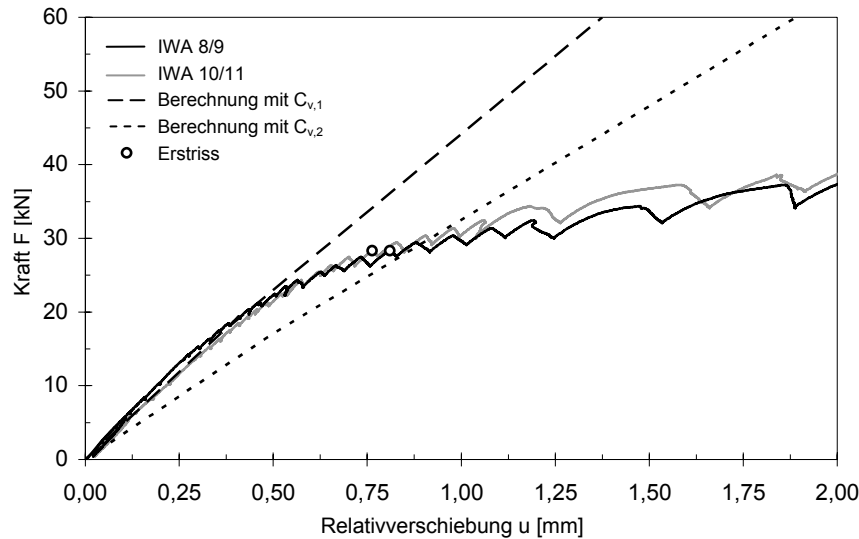


Abbildung 126: Gegenüberstellung der Kraft-Relativverschiebungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuch S2

6.8 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Kapitel 6 beinhaltet die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten an mehrschichtigen Stahlbetonplattenstreifen mit dem Ziel, das Verbundtragverhalten an derartigen Bauteilen grundsätzlich nachzuweisen und das in Kapitel 5 hergeleitete Berechnungsmodell zu überprüfen.

Die experimentellen Untersuchungen beinhalten Vier-Punkt-Biegeversuche an dreischichtigen „Sandwich“-Plattenstreifen und an mehrschichtigen Plattenstreifen mit nachträglicher Ortbetonerfüllung. In Anlehnung an die Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung in Kapitel 3 erfolgt die Beeinflussung der Verbundfugeigenschaften durch die Variation von Dämmstofftyp und Dämmstoffdicke d_D .

Die Auswertung der Versuche in Abschnitt 6.5 zeigen, dass für die Kraft-Durchbiegungs-Beziehung und die Last-Relativverschiebungs-Beziehung im Anfangsbereich ein linearer Zusammenhang gilt. Erst mit dem Auftreten von Schädigungen am Bauteil, wie

- a) der Rissbildung in den Betonschalen,
- b) dem Versagen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton oder
- c) dem Überschreiten der Scherfestigkeit des Dämmstoffes $\tau_{D,s}$

weisen die Beziehungen einen nichtlinearen Zusammenhang auf.

Bei Bauteilen mit XPS-Dämmung mit glatter Oberfläche wird das Versagen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton in der Verbundfuge maßgebend. Grund dafür ist die geringe Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$. Hinzu kommt, dass herstellungsbedingt nicht von einem vollflächigem Haftverbund zwischen Beton und Dämmung ausgegangen werden kann, wie die im Fertigteilwerk produzierten Versuchskörper zeigen. Somit ist von einer Schädigung der Verbundfuge bereits vor der Erstrissbildung auszugehen.

Bei EPS-Dämmung sind in Abhängigkeit vom Herstellungsprozess das Auftreten von Scherrissen und das Lösen des Haftverbundes möglich. Allerdings kann für den Rahmen der betrachteten Versuchsrandbedingungen festgestellt werden, dass die Schädigungen in der Verbundfuge erst nach Ausbildung des abgeschlossenen Rissbildes zu erwarten sind. Die Erkenntnisse der experimentellen Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge in Abschnitt 3.3.4.4 werden durch die Ergebnisse der Bauteilversuche bestätigt.

Ein Einfluss der Ortbetonerfüllung auf das Last-Verformungsverhalten ist im Bereich vor der Rissbildung vernachlässigbar gering. Es ist davon auszugehen, dass die dauerhaft verbleibende Wirkung der nachträglichen Ortbetonerfüllung die Gefahr der Rissbildung in der Voratzschale erhöht. Grund dafür ist die ungünstige Überlagerung von Eigenspannungen aus dem eingeprägten Betonierdruck mit den äußeren Einwirkungen.

Das Berechnungsmodell für die Nachrechnung der Versuche ist in Abschnitt 6.6 dargelegt. Basierend auf den Herleitungen in Kapitel 5 erfolgt eine Anpassung an die Randbedingungen der Versuche. Darüber hinaus wird das Modell um die Möglichkeiten der Berücksichtigung von Einzellasten und der Unterteilung in Bereiche unterschiedlicher Bauteilgeometrien erweitert. Letzteres ermöglicht die Kombination von Bereichen in denen die Balken- oder die Sandwichtheorie gelten.

Ein Abtrag von Lasten über die Verbundtragwirkung kann in allen Versuchen nachgewiesen werden. Die Einordnung der F-w-Versuchskurven zwischen den theoretischen Grenzen unter Annahmen ‚starrer Verbund‘ und ‚loser Verbund‘ zeigen, dass die Schubelastische Kopplung der Betonschalen für die Ermittlung von Schnitt- und Verformungsgrößen nicht vernachlässigt werden kann.

Die Kraft-Durchbiegungskurven und die Kraft-Relativverschiebungskurven nach dem Berechnungsmodell und aus den Versuchen zeigen im linearen Bereich eine große Übereinstimmung. Erst mit dem Auftreten der Erstrisse oder dem Versagen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton in der Verbundfuge ist die Übereinstimmung zwischen Modellbildung und Wirklichkeit nicht mehr gegeben.

Dementsprechend ist die Vorhersage der Schnitt- und Verformungsgrößen bei Bauteilen mit großer Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ in der Verbundfuge bis zur Rissbildung in den Betonschalen mit hoher Genauigkeit möglich. Dieser Fall liegt bei Bauteilen mit EPS-Dämmung vor.

Bei Bauteilen mit oberflächenglatte XPS-Dämmung ist die Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ generell niedrig und zudem starken Streuungen unterworfen. Eine lineare Kraft-

Verformungsbeziehung existiert nur auf geringem Lastniveau deutlich unterhalb der Erstrissbildung. Für die Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen wird empfohlen, diese anhand einer Grenzbetrachtung zu ermitteln. Die Ermittlung der maximalen Schnittgrößen in der Vorsatzschale erfolgt mit der Verbundfugensteifigkeit $C_{v,1}$. Die maximale Relativverschiebung u berechnet sich auf Basis der Verbundfugensteifigkeit $C_{v,2}$ unter Annahme des vollständig gelösten Haftverbundes. Somit erfolgt die Betrachtung jeweils auf der sicheren Seite. Eine genaue Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen ist mit dem in Kapitel 4 vorgestellten Modell mit abschnittsweise veränderlicher Verbundfugensteifigkeit denkbar. Unter Kenntnis der genauen Haftscherfestigkeit $\tau_{D,h}$ kann die Stelle des Übergangs zwischen bestehenden und aufgelösten Haftverbund iterativ ermittelt werden.

In Bezug auf die in Abschnitt 1.2 formulierten Ziele kann abschließend festgehalten werden, dass die in Abschnitt 5 hergeleiteten Gleichungen für die Ermittlung von Schnitt- und Verformungsgrößen für die Nachweise im Grenzustand der Gebrauchstauglichkeit zu verwenden sind. So zeigen die Versuchsergebnisse deutlich, dass ein Abtrag von Lasten über die Verbundtragwirkung bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln erfolgt. Weiterhin zeigen die Berechnungsergebnisse eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

7 Einfluss der Ortbetonverfüllung auf das Wandelement

Beim Ausbetonieren der Ortbetonschicht von Elementwänden übernehmen die Verbindungsmittel die Aufgabe eines Schalungsankers und nehmen die infolge des Frischbetondrucks auftretenden Kräfte auf. Diese Zugkräfte sind für die Bemessung im Bauzustand der Verbindungsmittel bzw. für die Festlegung des Ankerrasters maßgebend. Für die statischen Nachweise im Endzustand werden sie bisher nicht berücksichtigt. Die an dieser Stelle dargelegten Versuche verfolgen das Ziel, die Größe der verbleibenden Zugkräfte in den Verbindungsmitteln abzuschätzen und in Relation zum Frischbetondruck zu setzen. Eine Langzeitmessung klärt zudem, ob diese Kräfte dauerhaft wirksam bleiben. Abschließend wird eine Bemessungsempfehlung für die Nachweise im Endzustand gegeben. Darüber hinaus wird der Einfluss der Ortbetonverfüllung auf die Vorsatzschale nach dem Betoniervorgang untersucht. Im Zentrum der Betrachtungen stehen die zeitlich veränderlichen Einwirkungen der Ortbetonschicht. Es wird untersucht, inwieweit das Abfließen der Hydratationswärme und das Schwinden des Ortbetons die Gefahr der Rissbildung in der Vorsatzschale erhöhen. Aufgrund der Komplexität des Wandsystems und der sich zum Teil überlagernden Einflüsse werden Großversuche an Bauteilen mit praxisüblichen Querschnittsaufbauten und Wandabmessungen durchgeführt. Die Prüfkörper sind im Fertigteilwerk in der laufenden Produktion gefertigt, um die Aussagekraft der Ergebnisse durch möglichst praxisnahe Bedingungen sicherzustellen.

7.1 Beanspruchung des Wandelements infolge der Ortbetonverfüllung

Mit dem Einfüllen des Ortbetons unterliegt das Wandelement einer Lastbeanspruchung aus dem Frischbetondruck. Dieser baut sich zwischen der Fertigteiltragschale und der Vorsatzschale auf. Die gesamte Druckkraft wird dabei über die Wärmedämmung übertragen, welche einer Verkürzung Δl_D (Abbildung 127) unterliegt. Gleichzeitig wirkt der Frischbetondruck als Zugkraft in den Verbindungsmitteln, was eine Stabverlängerung Δl_A bzw. eine Stabdehnung ε_A zur Folge hat. Die Druckkräfte in der Wärmedämmung stehen mit den Zugkräften in den Verbindungsmitteln im Gleichgewicht. Die Verteilung des Frischbetondrucks über die Wandhöhe und die zeitabhängige Größe der Beanspruchung bis zum Erhärten des Betons sind unter anderem in *Proske 2007* und *DIN 18218* beschrieben.

Über den Betoniervorgang hinaus unterliegt das Wandelement Zwangbeanspruchungen aus der Entwicklung und dem Abfließen der Hydratationswärme und dem Schwinden des Betons. Aufgrund der außermittigen Lage der Ortbetonschicht im Verbundquerschnitt und der Schubelastischen Kopplung der Schichten sind Biegeverformungen des Wandelementes nicht auszuschließen. In deren Folge treten zusätzlich Zugspannungen in der Vorsatzschale auf. Erkenntnisse über den Einfluss dieser Beanspruchungen auf das Wandelement liegen nicht vor.

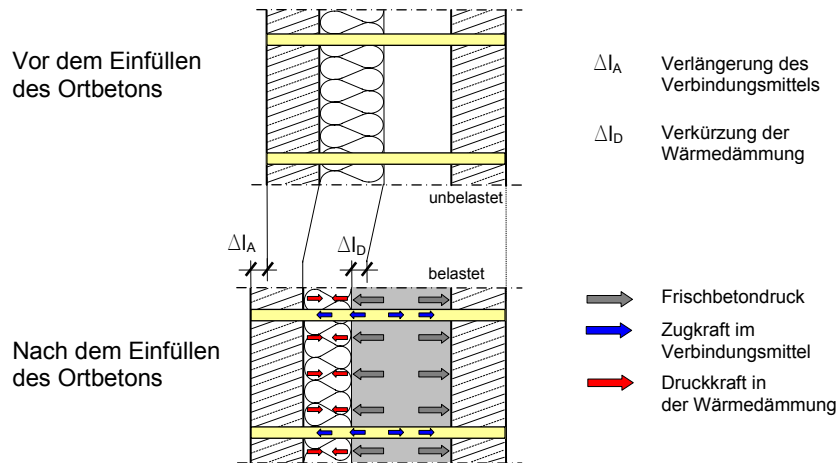


Abbildung 127: Beanspruchungen im Wandquerschnitt unter dem Lastfall Frischbetondruck

7.2 Versuchprogramm und Versuchsdurchführung

Das Versuchsprogramm entsprechend Tabelle 57 umfasst fünf Prüfkörper. Sie sind in die drei Gruppen A, B und C unterteilt. Bei Prüfkörpern einer Gruppe ist von einer zeitgleichen Verfüllung ihrer Ortbetonschicht auszugehen. Die Abmessungen der Wände sind Abbildung 128 zu entnehmen. Beide Schalen der Versuchskörper in Gruppe A haben eine Höhe von 4,00 m. In Gruppe B weisen die Vorsatzschalen eine Höhe von 3,60 m und die Tragschalen eine Höhe von 4,00 m auf. Alle Fertigteilsschalen weisen eine Dicke von 60 mm und eine Breite von 0,80 m auf. Die GFK-Verbindungsmittel der beiden Schalen sind in einem quadratischen Raster mit einem Achsabstand von 40 cm verteilt. Der Randabstand beträgt 20 cm. Diese Anordnung entspricht dem in der Praxis üblichen Ankerraster. Entsprechend der Vorsatzschalenhöhe sind in den Probekörpern der Gruppe A jeweils zehn, in der Gruppe B jeweils neun Verbindungsmittel pro Reihe übereinander angeordnet.

Tabelle 57: Versuchsprogramm zur Untersuchung des Einflusses der Ortbetonverfüllung auf das Wandelement

Versuch	Gr.	Verb.-typ ¹⁾	Dämmstoff	Dämmstoffdicke	Dicke der Ortbetonschicht	Gesamtdicke
				[mm]	[mm]	[mm]
W 1	A	K	EPS	140	100	360
W 2		K	XPS	60	80	260
W 3	B	K	EPS	140	80	340
W 4		K	XPS	140	80	340
W 5	C	R	EPS	60	130	310

¹⁾ K - Kreisquerschnitt, d = 12 mm ; E = 60.000 N/mm²
R - Rechteckquerschnitt, h/b = 9,8 x 5,6 mm; E = 40.000 N/mm²

Wie auch bei den vorhergehenden Versuchen umfasst das Versuchsprogramm die Variation des Wärmedämmstofftyps und der Dämmstoffdicke d_D . Untersucht werden expandierte Polystyrol-Hartschäume (EPS) und extrudierte Polystyrol-Hartschäume (XPS). Die Versuchswände der Gruppe A stellen zwei Grenzfälle von Federsteifigkeiten der Dämmfuge dar. So ergibt sich aus dem steifen XPS ($E \approx 20\text{--}50 \text{ N/mm}^2$) bei einer Fugendicke von 60 mm eine um ein Vielfaches größere ankerbezogenen Federsteifigkeit der Wärmedämmung als bei einer weichen Variante mit EPS ($E_{\text{mittel}} \approx 4 \text{ N/mm}^2$) und einer Dämmschichtdicke von 140 mm. Unter Beibehaltung aller geometrischen Parameter ermöglicht die Versuchsgruppe B den direkten Vergleich der Wärmedämmstofftypen. In Probewand 5 (Gruppe C) kommen rechteckige GFK-Verbindungsmittel (R) zur Anwendung. Im Gegensatz zu den kreisförmigen Verbindungsmitteln mit einer Dehnsteifigkeit von $EA_A = 6,78 \text{ N}$ weisen deutlich geringere Dehnsteifigkeit mit $EA_A = 2,19 \text{ N}$ auf.

Das Austrocknen des Betons über die Seitenflächen wird durch stirnseitig aufgeklebte Kunststoffbahnen verhindert.

Messtechnik

An jeweils 10 (Gr. A/C) bzw. 13 (Gr. B) Verbindungsmitteln sind in deren Stablängsrichtung Dehnmessstreifen appliziert. Sie messen die Stablängsdehnung während und nach dem Betonieren und sind in der unteren Wandhälfte im Bereich des maximal zu erwartenden Frischbetondrucks konzentriert angeordnet. Zusätzlich sind zwei Temperaturfühler (Pt 100) im Bereich der Ortbetonschicht installiert, um den Temperaturverlauf infolge Hydratation zu erfassen. Parallel dazu wird die Umgebungstemperatur gemessen. Vier induktive Wegaufnehmer ermitteln die Verformung der Vorsatzschale nach Abschluss des Betonierens. Sie messen in der vertikalen Mittelachse der Schale jeweils in halber Höhe, den Viertelpunkten und am Kopfpunkt des Probekörpers gegen den Beton.

Wandherstellung

Die Applikation der Dehnmessstreifen erfolgt im Labor für konstruktiven Ingenieurbau der TU Kaiserslautern. Die Herstellung der Probewände wird unter Praxisbedingungen in einem Fertigteilwerk durchgeführt. Die Produktion der Elementwände mit nachträglicher Ortbetonergänzung erfolgt auf einer Umlaufanlage mit Wendevorrichtung. Die Produktion der ersten Fertigteilschale (Vorsatzschale) beginnt mit dem Verlegen der Bewehrung, welche in Form einer Betonstahlmatte Q188 ($\varnothing 6$, $s = 150 \text{ mm}$, $A_s = 1,88 \text{ cm}^2$) mittig angeordnet wird. Anschließend wird der Frischbeton eingebracht und auf einen Schütteltisch niederfrequent mit großer Amplitude verdichtet. Danach werden vorgebohrte Dämmstoffplatten aufgelegt und die Verbindungsmittel durch die Dämmung in den Frischbeton bis auf den Schalboden eingesteckt. Das Erhärten des Betons erfolgt 6 h in der Wärmekammer bei einer Temperatur von $\sim 60^\circ\text{C}$. Die Herstellung der Fertigteiltragschale beginnt 24 h später und wird in den gleichen Arbeitsschritten wie die Vorsatzschalenproduktion durchgeführt. Das Verdichten erfolgt auf einem Rütteltisch hochfrequent bei kleiner Amplitude. Anschließend erfolgt das Einwenden der Erstschaale in die frisch betonierte Zweitschale. Nach einer wiederum sechsständigen Wärmebehandlung und einer Zwischenlagerung von 2 Tagen werden die Elementwände in das Labor für konstruktiven Ingenieurbau geliefert.

Versuchsdurchführung

Das Ausbetonieren der Ortbetonschichten erfolgt für alle drei Versuchsgruppen (A-C) zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Die Versuchskörper innerhalb einer Gruppe (Gruppe A/B) werden gleichzeitig verfüllt. Für deren Betonage können folgende Informationen festgehalten werden:

- Der Beton wurde in 10 Chargen nacheinander hergestellt und in Abständen von rund 15 min in die Wände eingefüllt. Die Betonmischung entsprach einer Betondruckfestigkeitsklasse C35/45.
- Nach jedem Füllvorgang wurde der Beton mittels Innenrüttler verdichtet.
- Die Betonierzeiten ergeben sich für Gruppe A zu 2,25 h und für Gruppe B zu 2,5 h, woraus Betoniergeschwindigkeiten von 1,8 m/h (A) und 1,6 m/h (B) resultieren.
- Für jede Betoncharge wurde vor dem Einfüllen das Ausbreitmaß nach den Vorgaben der *DIN EN 12350-5* ermittelt, um sicherzustellen, dass die Konsistenz über die Dauer des Füllvorganges konstant ist.
- Die Bestimmung des Erstarrungsendes erfolgt auf Grundlage des Knetbeutelverfahrens nach *DIN 18218, Anhang A*. Dazu wurden der jeweils ersten Charge 8 l Frischbeton entnommen.

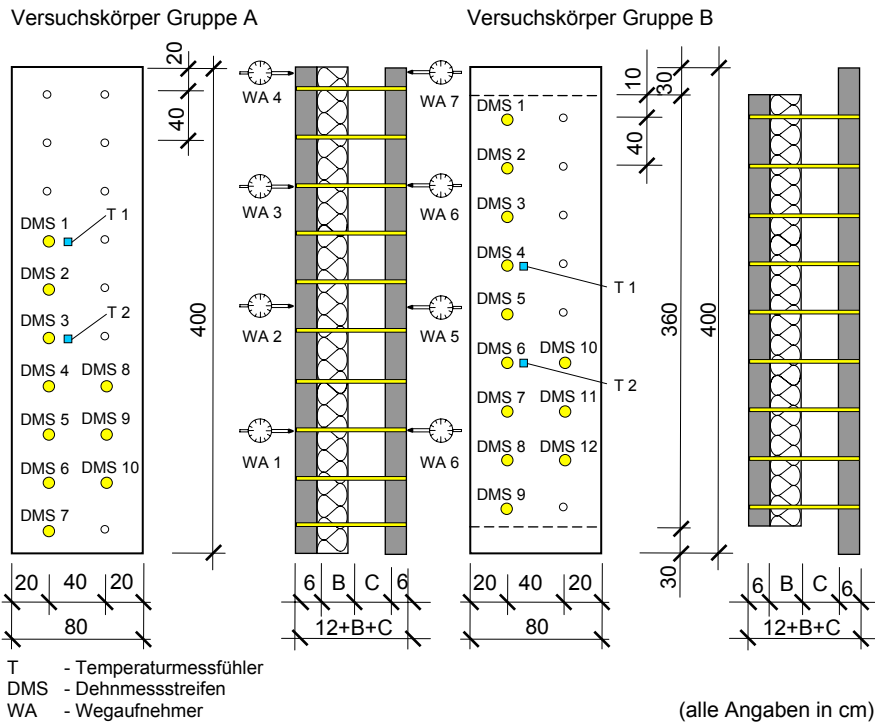


Abbildung 128: Geometrie der Versuchswände und Messtechnik der Gruppen A und B

Die Ergebnisse der Frischbetonprüfung sind Tabelle 58 zu entnehmen. Die Messung der Verbindungsmitteldehnungen erfolgt in allen Versuchen über einen Mindestzeitraum von vier Tagen. Diese Messdauer schließt die maximale Beanspruchung der Wand während des Betonierens sowie den Zeitraum bis zum vollständigen Abklingen der Hydratationswärme (Bauteilinnentemperatur = Raumtemperatur) ein. Darüber hinaus wurden für die Prüfkörper W 1, 2, 5 Langzeitmessungen über 226 Tage durchgeführt.

Tabelle 58: Betonrezepturen der Prüfkörper W1 - W4

Schale	Ortbetonerschicht	Fertigteilschale (W1/2)	Fertigteilschale (W3/4)
Betonfestigkeitsklasse	C35/45	C25/30	C35/45
w/z-Wert	0,55	0,65	0,55
angestrebte Konsistenz	F4	F2	F2
Ausgangsstoffe			
Zement	CEM III/A 42,5 N	CEM I 52,5 N	CEM I 52,5 R
Zuschlag	A/B 16	A/B 16	A/B 16
Betonzusatzmittel	AdvaFlow	keine	keine
Betonzusatzstoffe	keine	Kalksteinmehl	Kalksteinmehl
Betonzusammensetzungen [kg/m³]			
Wasser	190,0	230	193
Zement	345,5	320	350
Zusatzmittel	1,7	-	-
Zusatzstoffe	-	18	20
Zuschlag	1746,6	1922	2310
Korngruppen [kg/m³]			
Rheinsand 0/2	562,1	672	k.A.
Rheinkies 2/8	753,6	547	k.A.
Rheinkies 8/16	430,9	703	k.A.

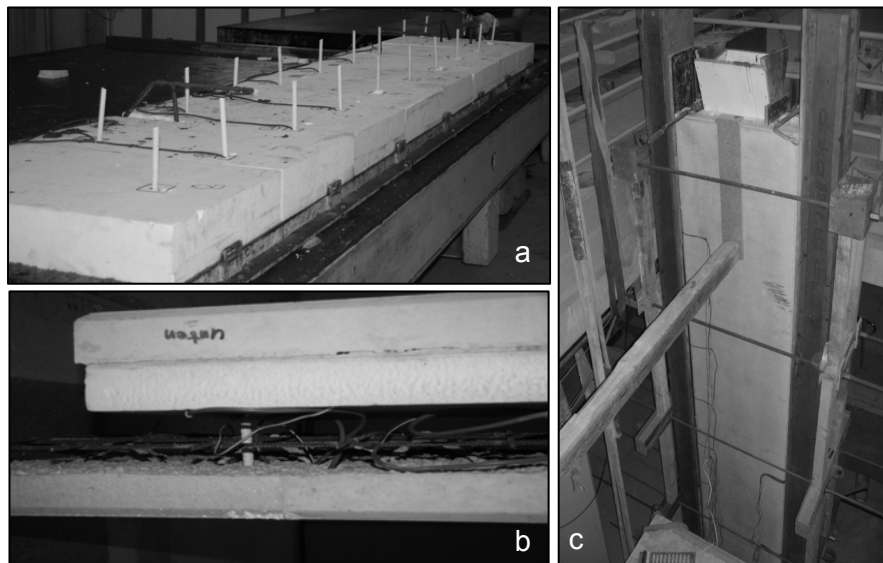


Abbildung 129: a) Probekörper vor dem Einweisen, b) Probekörper nach der Herstellung, c) Prüfkörper während der Ortbetonverfüllung

7.3 Darstellung der Ergebnisse und Auswertung

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Kurzzeitmessung für den Zeitraum der Verfüllung des Ortbetons (0...8 h) und der Langzeitmessung (0...226 d) dargelegt und erörtert.

7.3.1 Ergebnisse der Kurzzeitmessung

Die Ergebnisse aus der Dehnungsmessung an den Stellen 1, 4, 9 und 11 aus dem Versuch W4 sind exemplarisch in Abbildung 130 dargestellt.

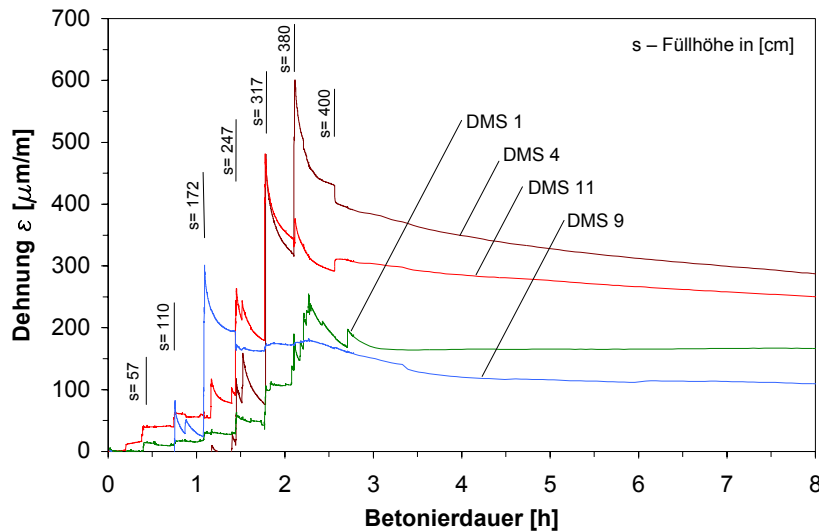


Abbildung 130: Messung der Dehnungen während der ersten 8h

Erkennbar ist eine stufenweise Entwicklung der Verbindungsmitteldehnungen, welche auf den diskontinuierlichen Verfüllvorgang zurückzuführen ist. Die deutlichen, plötzlichen Anstiege in den Graphen treten zeitgleich mit dem Einsatz des Innenrüttlers auf. Durch die damit verbundene Verflüssigung des Betons kann kurzzeitig nahezu der volle hydrostatische Betondruck wirken. Nach dem Beenden des Verdichtungsvorganges erfolgt eine rasche Abnahme der Dehnungen, was zunächst auf die Zunahme der inneren Reibung des Frischbetons zurückzuführen ist. Im späteren Verlauf, insbesondere nach Beendigung der Ortbetonverfüllung, erfolgt das langsame Abklingen der Dehnungen parallel zum Ansteifen und Erstarren des Betons.

Mit der Annahme einer hydrostatischen Druckverteilung über die Wandhöhe, wobei der Frischbeton als idealisierte Flüssigkeit mit der Dichte des Frischbetons angenommen wird, sind am Wandfuß die größten Dehnungen zu erwarten. Dem widersprechend treten die maximalen Dehnungen im Bereich der halben Wandhöhe auf (Abbildung 131). Aus Abbildung 130 wird ersichtlich, dass bereits mit Erreichen der Füllhöhe $s = 247$ cm der Dehnmessstreifen 9 mit jeder weitere Befüllung nur noch einen geringfügigen Dehnungszuwachs verzeichnet. Zu begründen ist dies mit

dem zeitabhängigen Materialverhalten des Frischbetons. So unterliegt der Beton am Wandfuß zum Zeitpunkt der auftretenden Maximaldehnung bereits dem Erstarrungsprozess. Diese Behauptung wird durch die Entwicklung der Frischbetonprobe untermauert, welche der ersten Betoncharge entstammt und deren Konsistenz in diesem Zeitraum eine Entwicklung von plastisch über steif bis halbfest nach *DIN 18218, Tabelle A.1* aufweist.

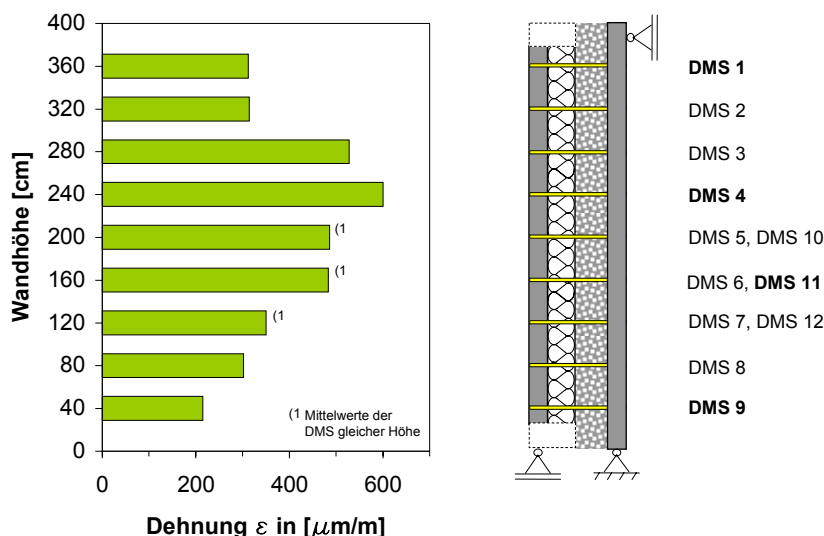


Abbildung 131: Maximale Dehnungen der Verbindungsmittel bei Probekörper 4

Diese Beobachtungen entsprechen der in *Proske 2007* beschriebenen Modellvorstellung zum Frischbetondruck nach bodenmechanischen Ansätzen bei zeitlich veränderlichem Materialverhalten, welche auch in *DIN 18218* Anwendung findet.

Die Verbindungsmittel in den Versuchen weisen unterschiedliche Geometrie- und Materialeigenschaften auf. Für eine sinnvolle Vergleichbarkeit der Versuche untereinander werden die Dehnungen in Verbindungsmittelzugkräfte umgerechnet. Unter der Annahme, dass die gemessene Dehnung konstant über die Querschnittsfläche wirkt, berechnet sich diese zu:

$$F_B = E A_A \cdot \varepsilon \quad (7.1)$$

Die Art der Ergebnisdarstellung ermöglicht die Gegenüberstellung der gemessenen Verbindungsmittelzugkraft $F_{B,meas}$ mit der rechnerischen Verbindungsmittelzugkraft $F_{B,max}$.

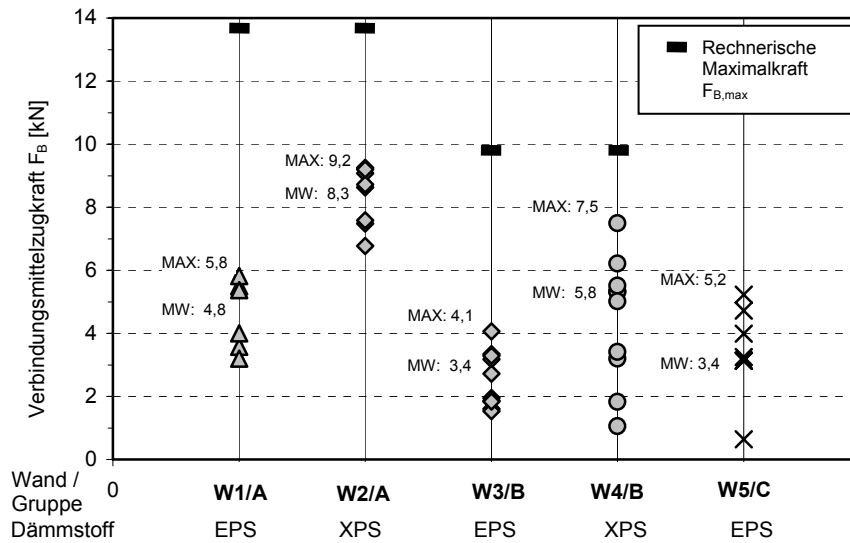


Abbildung 132: Maximale Zugkräfte in den Verbindungsmitteln während der Ortbetonverfüllung

Vereinfacht berechnet sich $F_{B,max}$ aus dem Produkt des maximalen, horizontalen Frischbetondrucks $\sigma_{hk,max}$ nach DIN 18218 und der Ankerrasterfläche A_R . Die hierzu erforderlichen Frischbetoneigenschaften und Parameter des Betonierens sind in Tabelle 59 zusammengestellt. Darüber hinaus sind die Ergebnisse aus Versuch und Nachrechnung gegenübergestellt und in Abbildung 132 grafisch aufbereitet.

Tabelle 59: Ergebnisse der Frischbetonprüfung und Vergleich der rechnerischen und den in den Versuchen ermittelten maximalen Verbindungsmittelzugkräften F_B

	Einh.	Gruppe A		Gruppe B	
		Wand 1	Wand 2	Wand 4	Wand 5
Frischbetonrohddichte γ_c	[kN/m³]	22,6		23,2	
Ausbreitmaß f ¹⁾	[mm]	520 ... 540			
Konsistenzklasse		F4			
Erstarrungsende t_E ²⁾	[h]	7,2		7,8	
Steiggeschwindigkeit v	[m/h]	1,6		1,8	
Faktor K_1 ³⁾		1,31		1,39	
Maximaler rechn. Frischbetondruck $\sigma_{fk,max}$ ⁴⁾	[kN/m²]	85,9 ⁶⁾		61,5	
Maximale Verbindungsmittelzugkraft $F_{B,calc}$ ⁵⁾	[kN]	13,7		9,8	
Maximale Verbindungsmittelzugkraft $F_{B,meas}$ in den Versuchen	[kN]	5,8	9,2	4,1	7,5

¹⁾ nach DIN EN 12350-5

²⁾ nach DIN 18218:2008-01, Anhang A

³⁾ Faktor zur Berücksichtigung des Erstarrungsverhaltens nach DIN 18218:2008-01

⁴⁾ nach DIN 18218:2008-01, Abs. 4.4

⁵⁾ Basierend auf einer Ankerrasterfläche von $A_R=0,16m^2$.

⁶⁾ Berücksichtigung der Eintauchtiefe des Rüttlers nach DIN 18218:2008-01, Abs. 5.5.2.

Vergleich der Zugkräfte aus Versuch und Berechnung

Der Vergleich der Versuchsergebnisse der Gruppen A und B zeigt einen deutlichen Unterschied bei den Verbindungsmittelzugkräften. Trotz ähnlichem Wandaufbau und nahezu identischer Versuchsrandbedingungen liegen die Kräfte in den Verbindungsmitteln der Gruppe A über denen der Gruppe B (Abbildung 132). Dieser Unterschied ist auf das unterschiedliche Vorgehen beim Verdichten des Ortbetons zurückzuführen. Wird in Gruppe B ausschließlich über die Höhe der aktuellen Betoncharge (50-70 cm) verdichtet, so wird bei den Versuchswänden W1 und W2 der Innenrüttler bei jedem Einsatz so tief wie möglich zum Wandfuß geführt. Dadurch wird das Ansteifen und Erstarren des Betons im unteren Wandbereich behindert und es wirkt ein größerer hydrostatischer Druck. Für diesen Fall schreibt die *DIN 18218* vor, den horizontalen Frischbetondruck aus dem Produkt der Frischbetonwichte γ_c und der Eintauchtiefe des Rüttlers zu berechnen.

Der Vergleich der aus den Versuchen ermittelten Maximalkräfte $F_{B,meas}$ mit den berechneten Maximalkräften $F_{B,max}$ zeigt, dass die Rechenwerte in jedem Fall größer sind. So erreichen die Messwerte in Gruppe A 42% (W1) und 66% (W2) und in Gruppe B 42% (W3) und 77% (W4) der nach Norm berechneten charakteristischen Zugkräfte.

Abhängigkeit der Zugkräfte $F_{B,meas}$ vom Dämmstofftyp

Überaus deutlich zeigt sich eine Abhängigkeit der Maximalkräfte $F_{B,meas}$ vom verwendeten Wärmedämmstofftyp. So erreichen die mittleren, maximalen Zugkräfte sowohl in Gruppe A als auch in Gruppe B bei der Verwendung von EPS-Dämmstoff rund 60% des Wertes, welcher aus dem Einsatz von XPS-Dämmstoff resultiert.

Gruppe A: $MW_{EPS} / MW_{XPS} = 4,8 \text{ kN} / 8,3 \text{ kN} = 0,58 \text{ (58\%)}$

Gruppe B: $MW_{EPS} / MW_{XPS} = 3,7 \text{ kN} / 6,4 \text{ kN} = 0,58 \text{ (58\%)}$

Nach den in *Proske 2007* aufgeführten Einflussparametern auf den Frischbetondruck ist dieser markante Unterschied hauptsächlich auf die Reibung zwischen Frischbeton und Schalhaut - im vorliegenden Fall auf die einseitige Reibung zwischen Ortbeton und Dämmung - zurückzuführen. Die XPS-Dämmung weist gegenüber der EPS-Dämmung eine deutlich glattere Oberfläche auf, woraus ein geringerer Reibungsbeiwert μ resultiert. Dieser Beiwert ist nach dem Coulomb'schen Reibungsgesetz als Proportionalitätsfaktor zwischen vertikalem und horizontalem Frischbetondruck zu verstehen. Somit gilt, je größer der Reibungsbeiwert μ , desto geringer der horizontale Frischbetondruck.

Als weiteren Einflussparameter auf den Frischbetondruck nennt *Proske 2007* die Steifigkeit der Schalung. Dabei nimmt der maximale Frischbetondruck mit abnehmender Steifigkeit der Schalungshaut ab. Da XPS-Dämmstoffe ($E_{D,XPS} \approx 20\text{-}50 \text{ N/mm}^2$) generell ein Vielfaches der Dehnsteifigkeit von EPS-Dämmstoffen ($E_{D,EPS} \approx 1\text{-}7 \text{ N/mm}^2$) aufweisen, ist von einer Abhängigkeit der Verbindungsmittelzugkraft vom genannten Materialparameter auszugehen. Allgemein wird der Einfluss dieses Parameters von *Proske 2007* als „mittel bis gering“ eingestuft. Diese Aussage wird durch die Versuche bestätigt.

7.3.2 Ergebnisse der Langzeitmessung

Wie zu Abbildung 130 bereits beschrieben, konsolidieren die Dehnungen nach dem Verfüllen auf einem nahezu konstanten Niveau. Für die Diskussion des Langzeitverhaltens sind die Dehnungskurven der Dauermessung von Prüfkörper zwei in Abbildung 133 aufgetragen.

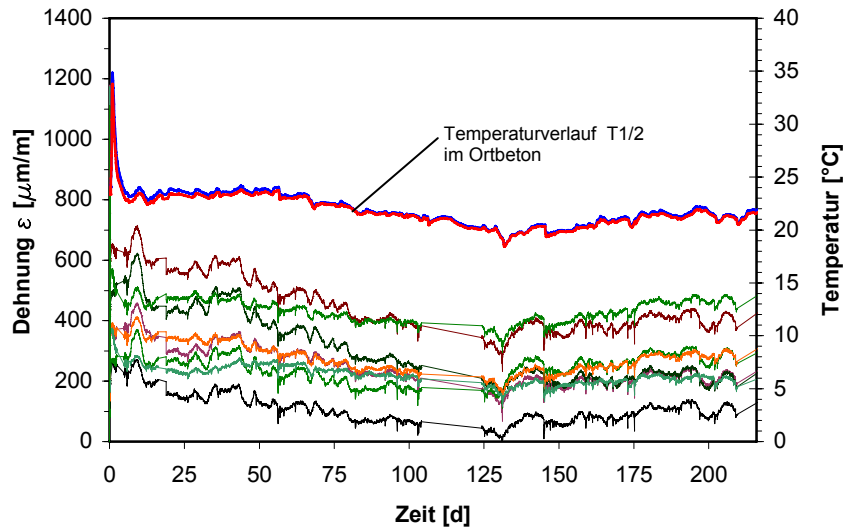


Abbildung 133: Ergebnisse der Langzeitmessung der Dehnungen von Prüfkörper 2 und der Temperatur innerhalb der ersten 226 Tagen

Die Langzeitmessung zeigt, dass das Dehnungsniveau bis 130 Tage nach dem Betonieren kontinuierlich abnimmt. Dies impliziert eine Reduktion der Verbindungsmittelzugkräfte über die Zeit. Überraschend ist anschließend ein Wiederanstieg der Dehnungen bis zum 226. Tag zu verzeichnen. Eine Erklärung liefert die Betrachtung der Temperaturkurven in Abbildung 133, deren Trend als auch deren Schwankungen äquivalent zu den Dehnungskurven verlaufen. Somit ist davon auszugehen, dass die Dehnungsänderungen in den Verbindungsmitteln ausschließlich auf Temperaturverformungen des Prüfkörpers zurückzuführen sind.

Verdeutlicht wird diese Aussage durch die Gegenüberstellung von Ergebnissen zu diskreten Zeitpunkten unter annähernd gleichen Temperaturbedingungen. Der Vergleich der maximalen Zugkräfte aller Langzeitversuche während des Betonierens mit den Werten nach 12, 66 und 226 Tagen in Abbildung 134 zeigt den signifikanten Lastabfall nach dem Betonieren. Darüber hinaus verbleiben die Kräfte unabhängig von der Art des verwendeten Dämmstoffes und dem Verbindungsmitteltyp auf annähernd gleichem Lastniveau.

Auf eine Abminderung der Verbindungsmittelzugkräfte infolge zeitabhängigen Materialverhaltens ist für den beobachteten Zeitraum nicht zu schließen.

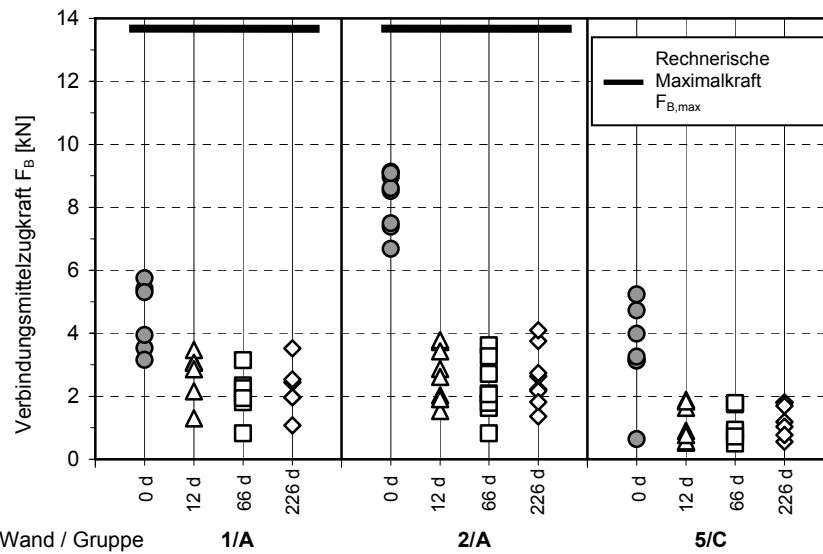


Abbildung 134: Maximale Verbindungsmittelzugkräfte während des Betonierens (0 d) sowie nach 12, 66 und 226 Tagen

7.3.3 Auswertung der Versuche

Bewertung der Messergebnisse

Zur Beurteilung der verbleibenden Dehnungen in den Verbindungsmitteln sind die Maximaldehnungen während des Betonierens und die Dehnungen nach dem vollständigen Abklingen vom Beanspruchungsmaximum nach vier Tagen in Tabelle 60 zusammengestellt.

Die Abnahme der Dehnungen wird durch das Verhältnis η_B quantifiziert und ergibt sich für jedes Verbindungsmittel i des Prüfkörpers aus dem Quotienten der Dehnung nach vier Tagen und der Maximaldehnung während der Verfüllung der Ortbetonschicht. Diese auf den Maximalwert bezogene Dehnung η_B kann in gleicher Weise als bezogene Zugkraft ausgedrückt werden.

$$\text{Bezogene Dehnung / Zugkraft} \quad \eta_{B,i} = \frac{\varepsilon_{t=4,i}}{\varepsilon_{t=0,\max,i}} \left(= \frac{F_{B,t=4,i}}{F_{B,t=0,\max,i}} \right) \quad (7.2)$$

Tabelle 60: Ergebnisse und Auswertung der Verbindungsmitteldehnungen infolge der Vorspannung aus Frischbetondruck

	DMS	$\epsilon_{t=0,i,max}$	$\epsilon_{t=4,i}$	$\eta_{F,i}$	$\eta_{B,i}$	Mittelwerte		
						$\epsilon_{t=0,i,max}$	$\epsilon_{t=4,i}$	η_B
	Nr.	[$\mu m/m$]	[$\mu m/m$]	[-]	[-]	[$\mu m/m$] ⁽¹⁾	[$\mu m/m$] ⁽¹⁾	[-] ⁽¹⁾
Wand 1	1	700	411	0,94	0,59	606	357	0,59
	2	742	463	1,00	0,62			
	3	-	-	-	-			
	4	455	303	0,61	0,67			
	5	-	-	-	-			
	6	544	321	0,73	0,59			
	7	509	236	0,69	0,46			
	8	684	405	0,92	0,59			
	9	278	140	0,37	0,50			
	10	407	363	0,55	0,89			
Wand 2	1	-	-	-	-	1063	387	0,35
	2	1100	226	0,92	0,21			
	3	-	-	-	-			
	4	1157	625	0,97	0,54			
	5	1178	375	0,98	0,32			
	6	863	280	0,72	0,33			
	7	953	532	0,80	0,56			
	8	1111	453	0,93	0,41			
	9	1173	253	0,98	0,22			
	10	967	348	0,81	0,36			
Wand 3	1	231	278	0,40	1,20	478	245	0,51
	2	220	314	0,38	1,43			
	3	471	219	0,81	0,46			
	4	581	283	1,00	0,49			
	5	449	281	0,77	0,63			
	6	385	378	0,66	0,98			
	7	274	203	0,47	0,74			
	8	261	154	0,45	0,59			
	9	259	489	0,45	1,89			
	10	464	130	0,80	0,28			
	11	515	178	0,89	0,35			
	12	-	-	-	-			
Wand 4	1	462	220	0,43	0,48	822	300	0,36
	2	-	-	-	-			
	3	753	251	0,70	0,33			
	4	1074	281	1,00	0,26			
	5	751	208	0,70	0,28			
	6	781	362	0,73	0,46			
	7	873	405	0,81	0,46			
	8	480	228	0,45	0,48			
	9	258	81	0,24	0,32			
	10	-	-	-	-			
	11	789	388	0,74	0,49			
	12	732	203	0,68	0,28			
Wand 5	1	1388	914	0,60	0,66	1904	838	0,44
	2	1386	182	0,60	0,13			
	3	1440	450	0,62	0,31			
	4	1806	1004	0,78	0,56			
	5	2091	1211	0,90	0,58			
	6	2318	1176	1,00	0,51			
	7	1766	516	0,76	0,29			
	8	1702	492	0,73	0,29			
	9	768	184	0,33	0,24			
	10	284	262	0,12	0,92			
Mittlere verbleibende Dehnungen bei Prüfkörpern mit EPS -Dämmung in %								49
Mittlere verbleibende Dehnungen bei Prüfkörpern mit XPS -Dämmung in %								36
¹⁾ Mittelwerte: <i>kursive DMS-Nr.</i> – defekte DMS								

Als weiteres Kriterium der Auswertung fließt die Größenordnung der Beanspruchung mit ein. Für den Zeitraum der Ortbetonverfüllung wird die größte Beanspruchung des Verbindungsmittels i eines Prüfkörpers in Bezug zur Maximalbeanspruchung aller Verbindungsmittel eines Versuches gesetzt. Diese bezogene Beanspruchung errechnet sich über das Verhältnis η_F der maximalen Dehnung $\varepsilon_{t=0,max,i}$ der DMS i zum größten Einzelwert $\varepsilon_{t=0,max}$ aller DMS:

$$\text{Bezogene Beanspruchung: } \eta_{F,i} = \frac{\varepsilon_{t=0,max,i}}{\varepsilon_{t=0,max}} \quad (7.3)$$

Die Ergebnisse der Auswertung sind in grafischer Form in Abbildung 135 aufbereitet, indem die bezogene Dehnung η_B über die bezogene Beanspruchung η_F aufgetragen ist.

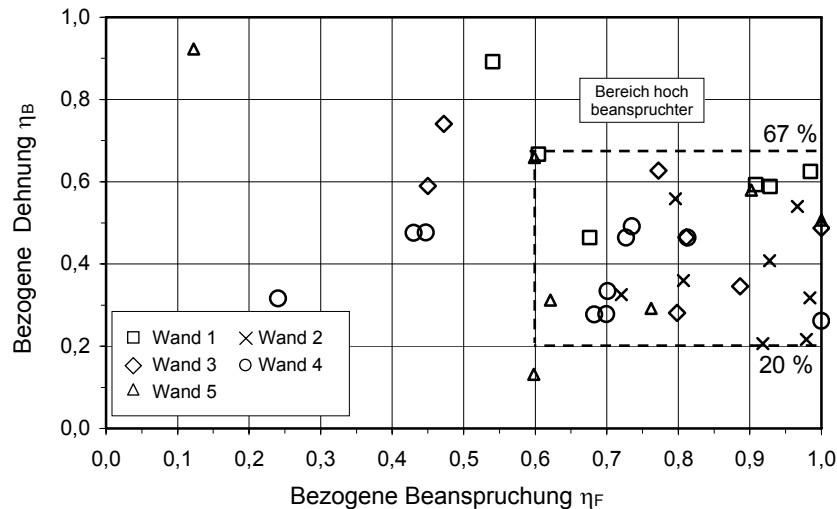


Abbildung 135: Abminderung der Verbindungsmittelzugkraft zwischen dem Zeitpunkt der Ortbetonverfüllung und nach 4 Tagen im Verhältnis zur Beanspruchung des Verbindungsmittels

Für die hoch beanspruchten Verbindungsmittel ($\eta_F \geq 0,6$) kann im Diagramm ein Bereich für die Wertepaare der Ergebnisse mit $\eta_F = 0,20 \dots 0,67$ abgegrenzt werden. Dagegen ist bei geringer Beanspruchung ($\eta_F < 0,6$) aus Frischbetondruck eine starke Streuung in den Ergebnissen zu verzeichnen. Ein Grund dafür ist die Vernachlässigung der Biegung der Verbindungsmittel, welche aus der Verformung des gesamten Wandbauteils resultiert. So wirken sich Dehnungen infolge Biegung bei geringer Zugbeanspruchung stärker auf das Ergebnis aus, da sie einen größeren Anteil an der gemessenen Gesamtdehnung ausmachen.

Schlussfolgernd werden für den Bemessungsvorschlag ausschließlich die Ergebnisse hoch beanspruchter Verbindungsmittel herangezogen, deren bezogene Beanspruchung $\eta_F \geq 0,6$ ist.

Auswertung der Versuchsergebnisse und Schlussfolgerungen für die Bemessung

Die Betrachtungen der Kurzzeit- und Langzeitmessung können wie folgt zusammengefasst werden:

- Die infolge des Betonierdrucks auftretenden Dehnungen in den Verbindungsmitteln verbleiben anteilig dauerhaft.
- Das verbleibende Lastniveau stellt sich mit dem Erreichen des Erstarrungsendes des Frischbetons ein.
- Die Verbindungsmittelzugkräfte, berechnet auf Grundlage des charakteristischen Frischbetondrucks nach *DIN 18218*, liegen in jedem Fall über den Werten aus den Versuchen.

Die Versuchsergebnisse zu den Verbindungsmittelzugkräften sind grafisch in Abbildung 136 aufbereitet und als Zahlenwerte in Tabelle 61 zusammengestellt. Der Vergleich der Ergebnisse innerhalb der Versuchsgruppen A und B lässt folgende Feststellungen zu:

- Sowohl die mittleren (Spalte 4) als auch die maximalen (Spalte 6) Verbindungsmittelzugkräfte zum Zeitpunkt $t = 0d$ weisen beim Einsatz von EPS-Dämmstoff lediglich rund 60% der Werte auf, welche bei der Verwendung von XPS-Dämmstoff auftreten. Es gilt:

$$F_{B,(m/max),EPS} = 0,6 \cdot F_{B,(m/max),XPS} \quad (7.4)$$

- Die Verbindungsmittelzugkräfte fallen unabhängig vom verwendeten Dämmstoff auf annähernd gleiche Lastniveaus (Spalte 8,10) ab.
- Für die Verbindungsmittel resultiert eine mittlere, bezogenen Zugkraft η_B (Spalte 11) in Abhängigkeit des Dämmstofftyps von:
 - $\eta_{B,EPS} = 0,43 \dots 0,59$ bei EPS-Dämmstoff und
 - $\eta_{B,XPS} = 0,36$ bei XPS-Dämmstoff.

Tabelle 61: Versuchsergebnisse der Verbindungsmittelzugkräfte und Vergleich innerhalb der Versuchsgruppen

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Versuch		Versuchsergebnisse $t = 0d$				Versuchsergebnisse $t = 4d$				Erg.
W.	Gr.	Mittelwert		Maximalwert		Mittelwert		Maximalwert		
		$F_{B,m}$	$\frac{F_{B,m,EPS}}{F_{B,m,XPS}}$	$F_{B,max}$	$\frac{F_{B,max,EPS}}{F_{B,max,XPS}}$	$F_{B,m}$	$\frac{F_{B,m,EPS}}{F_{B,m,XPS}}$	$F_{B,max}$	$\frac{F_{B,max,EPS}}{F_{B,max,XPS}}$	η_B
		[kN]	[-]	[kN]	[-]	[kN]	[-]	[kN]	[-]	[-]
W1	A	4,8	0,57	5,8	0,63	2,8	0,92	3,6	0,74	0,59
W2		8,3		9,2		3,0		4,9		0,36
W3	B	3,4	0,58	4,1	0,54	1,7	0,82	2,7	0,93	0,51
W4		5,8		7,5		2,1		2,9		0,36
W5	C	3,9	-	5,2	-	1,7	-	2,7	-	0,43

Die Gegenüberstellung (Tabelle 62) der mittleren Verbindungsmittelzugkräfte aus den Versuchen nach 4 Tagen mit den Rechenwerten basierend auf *DIN 18218* zeigt, dass unabhängig vom Dämmstofftyp 18-22% des rechnerischen Maximalwertes (Spalte 5) dauerhaft im Verbindungsmittel zu berücksichtigen sind. Bezogen auf die maximalen Verbindungsmittelzugkräfte (Spalte 7) ergibt sich ein Wert von 27-36% von $F_{B,calc}$.

Tabelle 62: Vergleich der Verbindungsmittelzugkräfte mit den Rechenwerten nach *DIN 18218* und Berechnung nach Bemessungsvorschlag

1	2	3	4	5	6	7	8
Versuchs- bezeichnung		Max. Verb.- zugkraft nach <i>DIN</i> <i>18218</i>	Mittel- wert aus Versuch	Verhältnis Versuch / Berech.	Maximal- wert aus Versuch	Verhältnis Versuch / Berech.	Bem.- vorschlag
Wand	Dä.	$F_{B,calc}$	$F_{B,m,4d}$	$\frac{F_{B,m,4d}}{F_{B,calc}}$	$F_{B,max,4d}$	$\frac{F_{B,max,4d}}{F_{B,calc}}$	η_B
		[kN]	[kN]	[-]	[kN]	[-]	[-]
W1	EPS	13,7	2,8	0,20	3,6	0,27	0,4
W2	XPS		3,0	0,22	4,9	0,36	
W3	EPS	9,8	1,7	0,18	2,7	0,27	
W4	XPS		2,1	0,22	2,9	0,29	

In allgemeiner Form resultiert die dauerhaft verbleibende, charakteristische Zugkraft $F_{B,k}$ im Verbindungsmittel für die Bemessung im Endzustand aus der Multiplikation der Maximalzugkraft $F_{B,max,k}$ infolge Frischbetondruck der Ort betonergänzung mit dem Abminderungsfaktor der mittleren bezogenen Zugkraft η_B :

$$F_{B,k} = \eta_B \cdot F_{B,max,k} \quad (7.5)$$

Aus den Versuchen geht eine Abhängigkeit der verbleibenden Verbindungsmittelzugkräfte vom Dämmstofftyp hervor, so dass gilt:

$$F_{B,XPS} = \eta_{B,XPS} \cdot F_{B,max,XPS} \quad \text{und}$$

$$F_{B,EPS} = \eta_{B,EPS} \cdot F_{B,max,EPS} \quad (7.6)a/b$$

Durch Einsetzen des Zusammenhangs nach (7.4):

$$F_{B,max,EPS} = 0,6 \cdot F_{B,max,XPS} \quad (7.7)$$

in Gleichung (7.6)-b ergibt sich:

$$F_{B,EPS} = 0,6 \cdot \eta_{B,EPS} \cdot F_{B,max,XPS} \quad (7.8)$$

Die Auswertung der Versuchsergebnisse aus Tabelle 61, Spalte 11 unter Berücksichtigung des Faktors 0,6 in Gleichung (7.8) ergibt Abminderungsfaktoren für XPS-Dämmstoff von $\eta_{B,XPS} = 0,36$ und EPS-Dämmstoff von $\sigma_{B,XPS} = 0,31 \dots 0,35$. Für beide Dämmstoffe liegt der Abminderungsfaktor in ähnlicher Größenordnung, so dass vorgeschlagen wird, einen einheitlichen, dämmstoffunabhängigen Abminderungsfaktor von $\eta_B = 0,4$ einzuführen. Wie in Tabelle 62 und auch in Abbildung 136 zu sehen, liegt dieser Wert sowohl für die Betrachtung der Mittelwerte als auch der Maximalwerte auf der sicheren Seite.

Desweiteren wird angenommen, dass $F_{B,max,XPS} = F_{B,max,k}$, wobei $F_{B,max,k}$ die maximale, rechnerische Verbindungsmittelzugkraft aus dem Frischbetondruck des Ortbetons nach *DIN 18218* ist. Diese Annahme liegt auf der sicheren Seite, da die Zugkräfte im Versuch $F_{B,max,XPS}$ in jedem Fall geringer als die berechneten Zugkräfte $F_{B,max}$ nach Norm ausfallen.

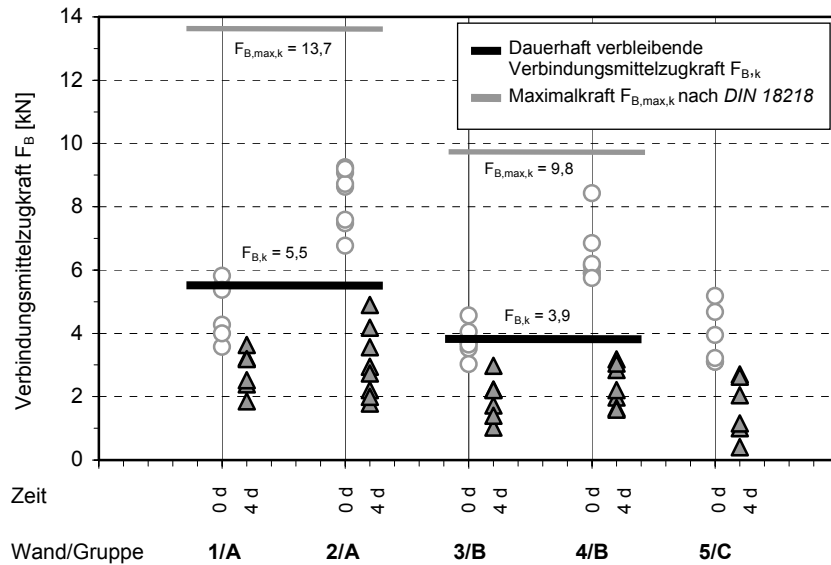


Abbildung 136: Gegenüberstellung der Zugkräfte in den Verbindungsmitteln zum Zeitpunkt $t=0d$ und $t=4d$ mit den nach *DIN 18218* berechneten Werten sowie dem Bemessungsvorschlag

Für die Berechnung der verbleibenden Verbindungsmittelzugkraft kann nun eine dämmstoffunabhängige Beziehung angegeben werden. Für die Bemessung der Verbindungsmittel im Endzustand ist die charakteristische Zugkraft aus dem Frischbetondruck der Ortbetonschicht falls ungünstig wirkend mit

$$F_{B,k} = 0,4 \cdot F_{B,max,k} \quad (7.9)$$

anzusetzen.

7.3.4 Ergebnisse der Verformungsmessung

Die Messwerte der Langzeit-Verformungsmessung unter Laborbedingungen an den Prüfkörpern sind in Abbildung 137 für die Wegaufnehmer WA1 – WA8 (entsprechend Abbildung 128) dargestellt. Die unterschiedlichen Vorzeichen der Versuchskurven im Diagramm ergeben sich aus der Anordnung der Wegaufnehmer am Probekörper. Der Richtungssinn ist in Abbildung 138 aufgezeigt.

Im ersten Abschnitt der Verformungskurven wird ein starker Anstieg der Verformung des Wandelements nach der Verfüllung des Ortbetons ersichtlich. Die Auslenkung erfolgt dabei in Richtung der Vorsatzschale. Ab dem 12. Tag weist der Verformungszuwachs eine abnehmende Tendenz auf. Mit dem 20. Tag erreichen die Verformungen ihr Maximum und verbleiben auf nahezu konstantem Niveau. Die Maximalverformung der Vorsatzschale beträgt zu diesem Zeitpunkt $u_{t=20d,max,VS} = 1,47 \text{ mm}$, die der Tragschale $u_{t=20d,max,TS} = 1,90 \text{ mm}$. Ab dem 35. Tag zeigen die Versuchskurven eine lineare Abnahme der Verformungen, welche ab ungefähr dem 135. Tag zum Erliegen kommt. Bis zum Ende der Messung sind keine Verformungsänderungen mehr auszumachen. Die Restverformungen verbleiben bei $u_{\infty,max,VS} = 0,39 \text{ mm}$ und $u_{\infty,max,TS} = 1,29 \text{ mm}$.

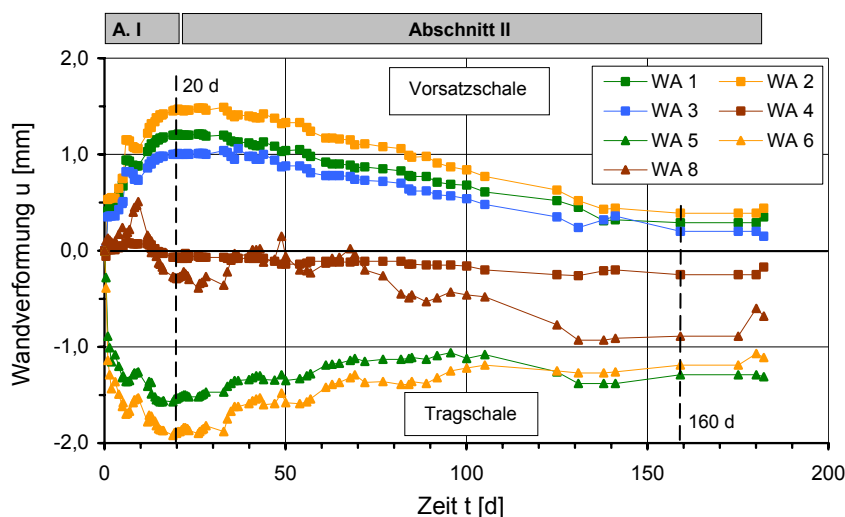


Abbildung 137: Ergebnisse aus der Langzeitmessung der Horizontalverformungen am Wandelement

Die gemessenen, horizontalen Auslenkungen der Vorsatzschale zu den Zeitpunkten t_{20d} und t_{160d} sind in Abbildung 138 grafisch aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass zwischen beiden Zeitpunkten die Auslenkung über die gesamte Wandhöhe gleichmäßig zurückgeht.

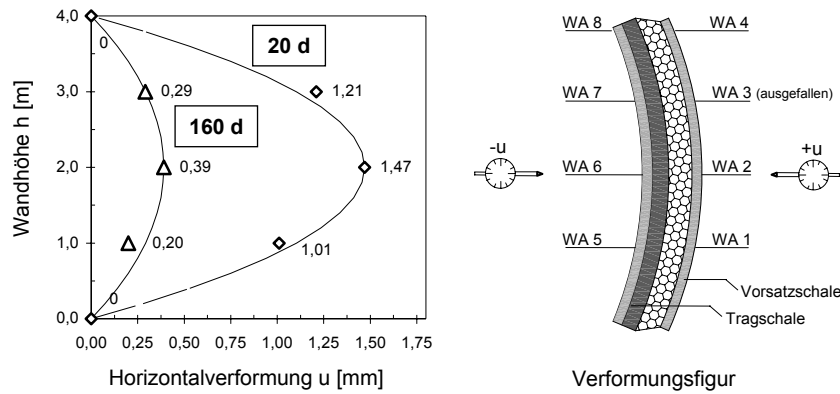


Abbildung 138: Ergebnisse der Verformungsmessung an der Vorsatzschale nach 20 und 160 Tagen und Verformungsfigur

Die Verformungsmessung (Abbildung 137) an der Tragschale ergibt geringfügig größere Werte als an der Vorsatzschale. Diese Verformungsdifferenz ergibt sich in den ersten 2 Tagen nach Einbringen des Ortbetons. Anschließend ist eine gleichmäßige Entwicklung der Vorsatz- und Tragschalenverformung zu beobachten. Für die Auswertung der Ergebnisse wird vom Mittelwert der sich entsprechenden Verformungen an Vorsatz- und Tragschale ausgegangen. Dies liegt für die Betrachtung der Beanspruchung der Vorsatzschale auf der sicheren Seite.

Interpretation der Messergebnisse

Im Hinblick auf eine Nachrechnung des Versuches ist es erforderlich die zur Wandverformung führenden Einwirkungen und deren zeit- und ortsabhängiges Auftreten zu unterscheiden. Für eine plausible Deutung der gemessenen Verformungen des Wandelementes sind die Einflüsse:

- des Abfließens der Hydratationswärme des Ortbetons,
- der zeitabhängigen Verformungen des Betons infolge Kriechen, Schwinden und Quellen,
- der zeitabhängigen Festigkeitsentwicklung des jungen Betons und
- der Auflagerbedingungen des Wandelementes

zu berücksichtigen.

Um die zeitliche und ortsabhängige Einwirkung der abfließenden Hydratationswärme auf den Wandquerschnitt abzuschätzen, werden die Ergebnisse einer Simulationsrechnung zum Temperaturverlauf herangezogen. Verwendung findet die Software *Delphin*, ein an der TU Dresden entwickeltes Softwarepaket für den gekoppelten Wärme-, Feuchte-, Luft- und Salztransport in porösen Materialien.

Von weiterer Bedeutung ist die Tatsache, dass sich mit dem Einfüllen und dem anschließenden Erhärten des Ortbetons ein Feuchteprofil über den Wandquerschnitt ausbildet, welches zu behinderten Schwindverkürzungen und zusätzlichen

Eigenspannungen führt. Die Berechnung des örtlichen und zeitlichen Verlaufes des Feuchteprofils gibt Aufschluss über die Beanspruchung des Bauteils infolge der Austrocknung des Ortbetons.

Nach *Röhling 2009* treten die Schwindverkürzungen ganz überwiegend erst nach dem Temperatenausgleichsvorgang auf und stellen eine spätere Beanspruchung des Bauteils dar. Dies gilt im Besonderen für die hier betrachteten nachträglich ergänzten Wandquerschnitte, bei denen der Austrocknungsprozess nur über die Fertigteiltragschale erfolgen kann und einen Feuchtetransport über die 60 mm Dicke Betonschicht voraussetzt. Beide Einwirkungen können somit zeitlich getrennt voneinander betrachtet werden.

Die Berechnungen mit der Software *Delphin* erfolgen auf Grundlage der Annahmen in den Tabelle 63 bis Tabelle 65. Die Ergebnisse sind auszugweise in den Abbildung 139 und Abbildung 140 dargelegt und werden im Weiteren zur Erläuterung der gemessenen Wandverformung herangezogen. Den Anfangs- und Randbedingungen der Berechnung liegen folgenden Annahmen zu Grunde:

- Temperatur 22°C
- relative Porenlufffeuchte 50%
- Feuchte des Ortbetons 15 Vol.-%

Tabelle 63: Materialparameter für die Stoffe des Wandelementes

Größe	Einheit	Beton	Dämmung (EPS)
Dichte ρ	kg/m ³	2200	30
Wärmeleitfähigkeit λ	W/mK	2,1	0,04
Diffusionswiderstandsfaktor μ	–	65	50
max. Hygroskopizität w_h	Vol%	10	1
Wassersättigungswert w_s	Vol%	52	15
Wasseraufnahmekoeffizient A_w	kg/m ² h ^{0,5}	0,36	0,008

Tabelle 64: Randbedingungen der Berechnung

	Vorsatzschale	Tragschale
Temperatur, Luft	22°C	22°C
Rel. Luftfeuchte	50%	50%
Wärmeübergang	8 W/m ² K	8 W/m ² K
Feuchteübergang	5.88E-08 s/m	5.88E-08 s/m

Tabelle 65: Diskretisierung des Modells

	Vorsatzschale	Dämmschicht	Ortbetontragschale	Fertigteiltragschale
Material	Beton	Polystyrol	Beton	Beton
Dicke in mm	60	140	100	60
Elemente	10	13	11	10
Ortskoordinate in mm	0..60	60..200	200..300	300..360

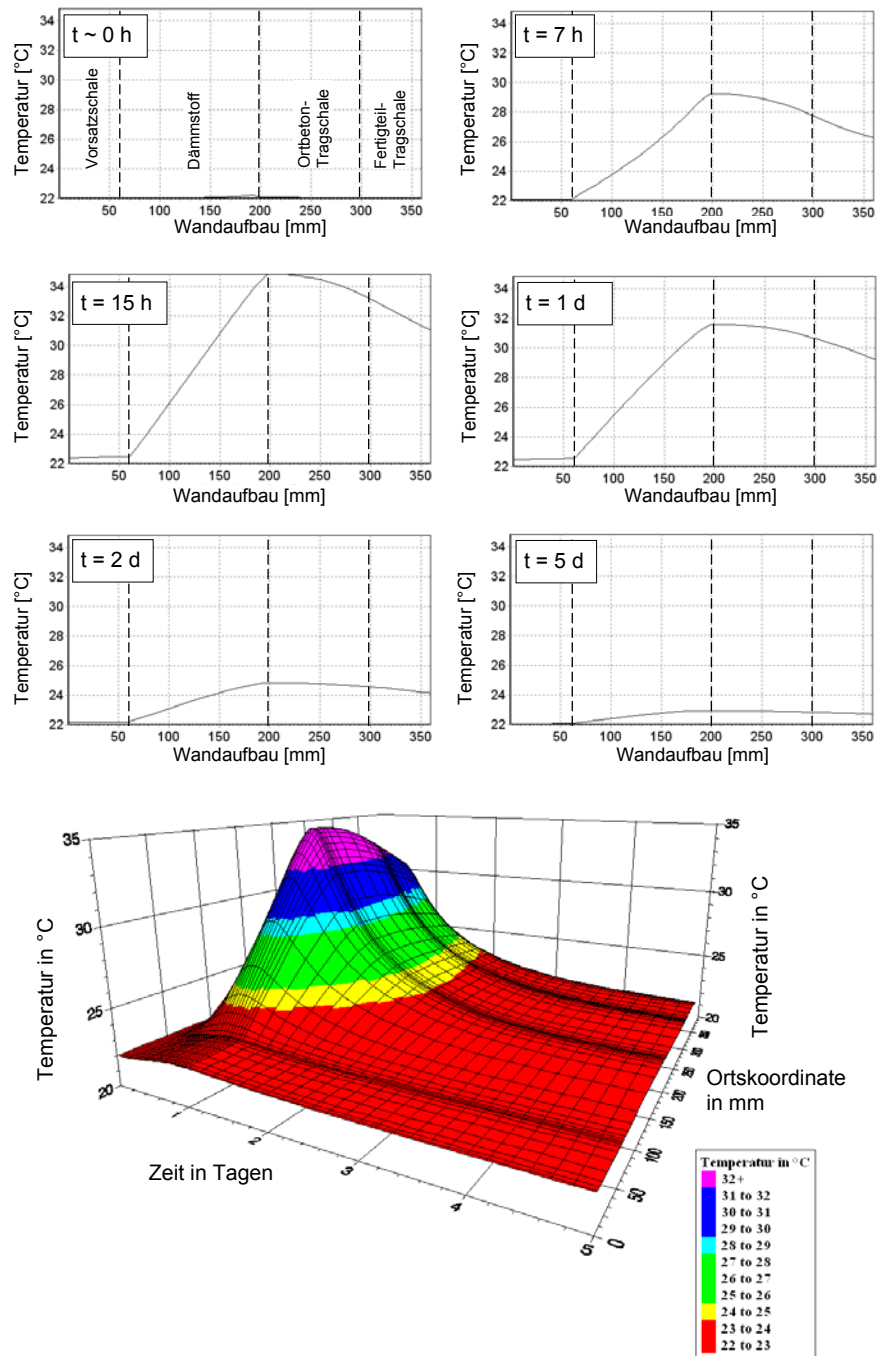


Abbildung 139: Berechnete, zeitabhängige Temperaturverteilung über den Querschnitt der Probewand (W2)

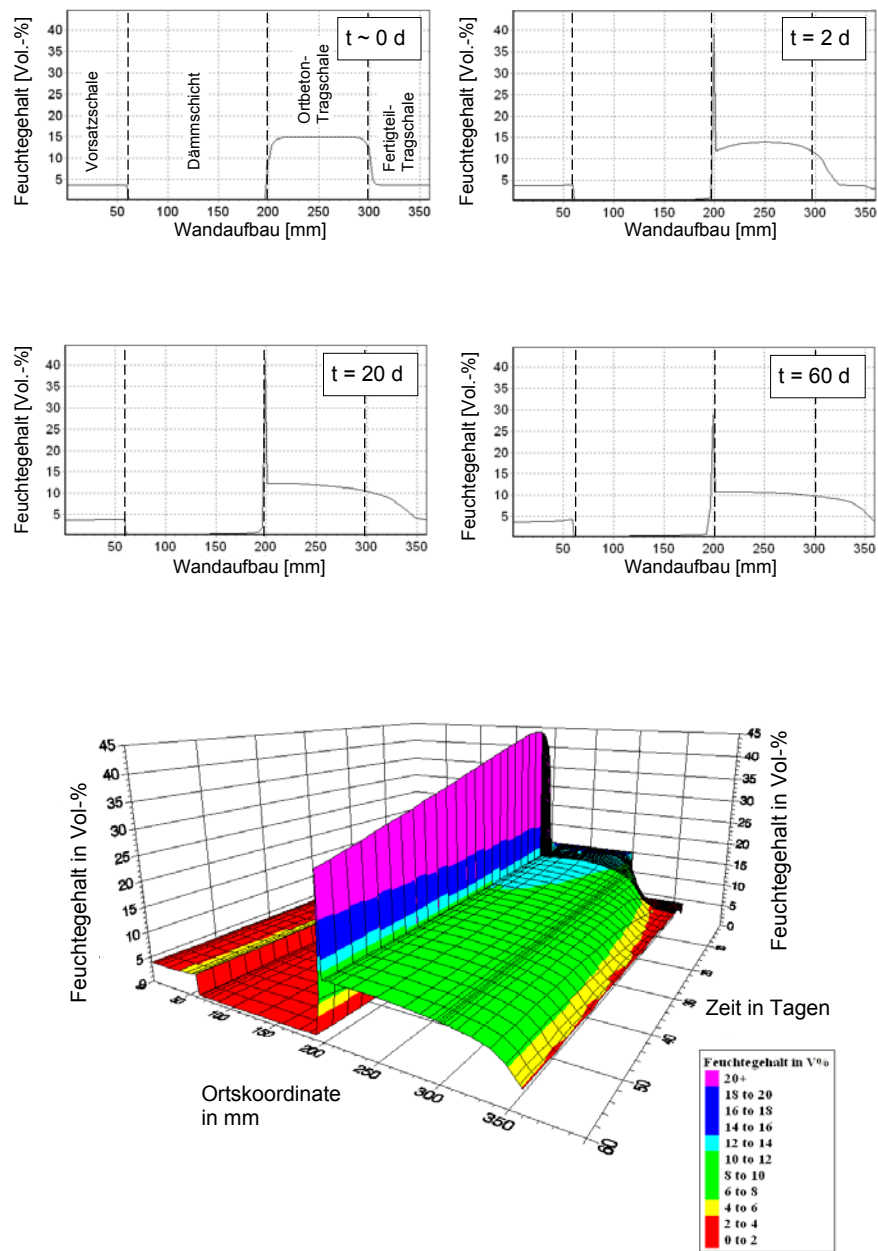


Abbildung 140: Berechnete, zeitabhängige Feuchteverteilung über den Querschnitt der Probewand (W2)

Der Verlauf der Verformungen über die Zeit (Abbildung 137) kann in zwei Abschnitte - den kurzzeitigen, starken Anstieg (I) und die lang anhaltende Abnahme der Verformungen (II) - unterteilt werden.

Abschnitt I - Anstieg der Verformungen (nach Abbildung 137)

In Abbildung 141 ist die Kurve der mittleren, maximalen Auslenkung des Wandelementes dem gemessenen Temperaturverlauf innerhalb der Ortbetonschicht gegenübergestellt.

Der Anstieg der Verformungen über die Zeit t erfolgt in drei Schritten Ia, Ib und Ic mit unterschiedlich starker Steigung. In jedem Abschnitt liegen der Wandauslenkung verschiedene Ursachen zugrunde, welche im Folgenden beschrieben werden.

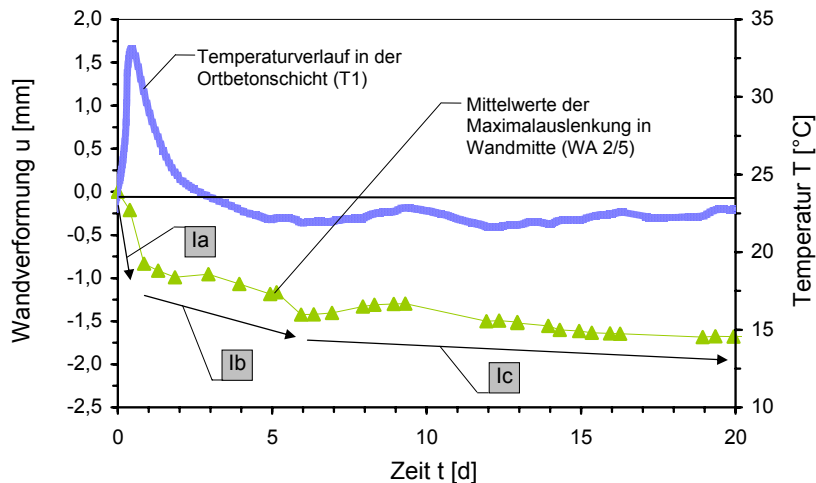


Abbildung 141: Gegenüberstellung der mittleren Messwerte der maximalen, horizontalen Wandverformungen mit dem Temperaturverlauf in der Ortbetonschicht während der ersten 20 Tage

▪ **Abschnitt Ia – Anstieg der Hydratationswärme**

Der erste Verformungsanteil tritt mit ansteigender Hydratationstemperatur auf und macht mit $\Delta u_{Ia} = 0,84 \text{ mm}$ 50% der Maximalverformung aus. Wie in Abbildung 141 zu sehen, beginnt die Entwicklung der Hydratationswärme (T1) nach dem Verfüllen der Ortbetonschicht und erreicht nach rund 12 h das Temperaturmaximum. Aufgrund der sehr guten Wärmeleitfähigkeit des Betons kann von einer zeitgleichen Erwärmung der Fertigteil- und Ortbetontragschale ausgegangen werden. Die Temperatur in der Vorsatzschale bleibt aufgrund der Dämmschicht unverändert.

Als Einwirkung auf den gesamten Tragschalenquerschnitt ist entsprechend den Ergebnissen der Simulationsrechnung in Abbildung 139 von einem geringen Temperaturgradienten auszugehen. Dabei stellt sich ein Temperaturminimum T_o an der Betonoberfläche an der Außenseite der Fertigteiltragschale und ein Temperaturmaximum T_i an der Wärmedämmschicht ein. Unter Berücksichtigung der Lage des Temperaturmessfühlers in der Nähe der Fertigteiltragschale und dem

berechneten Temperaturverlauf ist von Maximaltemperaturen für $T_i = 36^\circ\text{C}$ und $T_o = 32^\circ\text{C}$ bei einer Umgebungstemperatur von $T_a = 22^\circ\text{C}$ auszugehen. Wie in Abbildung 142 schematisch dargestellt, kann vereinfachend ein linearer Temperaturverlauf angenommen werden. Der Temperaturgradient wirkt über die gesamte Wandhöhe und erzeugt eine Verkrümmung der Tragschale, woraus eine horizontale Auslenkung in Richtung der Vorsatzschale resultiert. Die gleichzeitige Dehnung der Tragschale in der Höhenrichtung infolge der konstanten Temperaturdifferenz ($T_o - T_a$) bewirkt eine gegenläufige Verformung in Richtung der Tragschale.

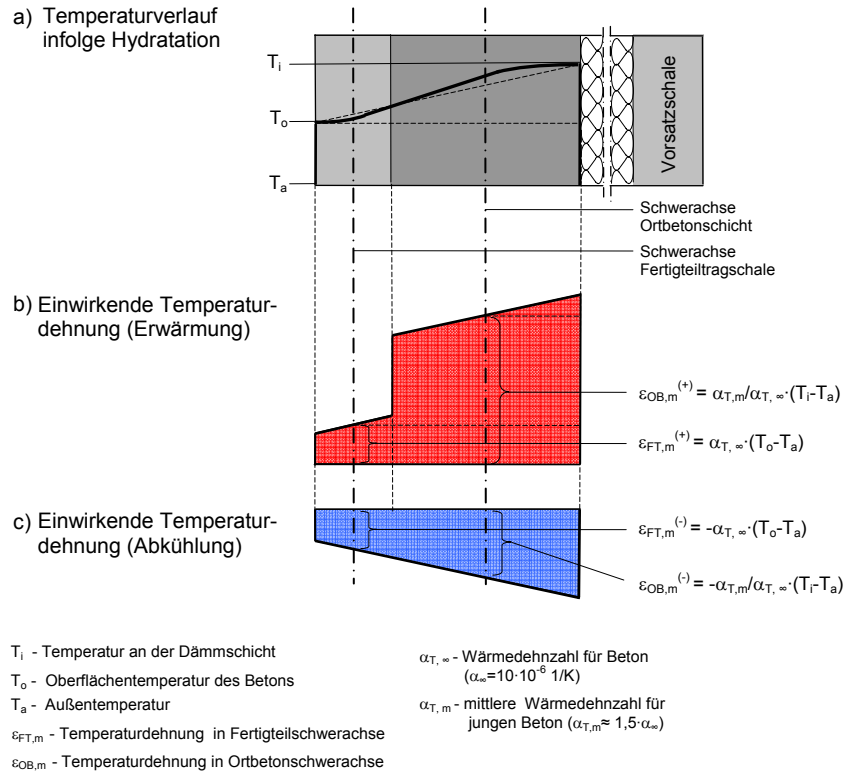


Abbildung 142: Schematische Darstellung des Temperaturverlaufes und der einwirkenden Temperaturdehnung über die Tragschalendicke

Die Betrachtung der Versuchsergebnisse zeigt eine deutliche Horizontalverschiebung in Richtung der Vorsatzschale, woraus auf eine maßgebende Einwirkung des linearen Temperaturdehnungsgradienten zu schließen ist.

Grund dafür ist die Temperaturdehnzahl α_T des noch jungen Ortbetons und dessen Zeitabhängigkeit. Nach *Grübl 2001* kann Frischbeton einen 8-10mal größeren Wert für α_T , als Festbeton aufweisen. Erst nach Einsetzen der Hydratation und der damit verbundenen Temperaturentwicklung nimmt der Wert α_T (für jungen Beton) rasch ab und nähert sich nach etwa 12 h dem für Normalbeton konstant angenommenen Wert von $\alpha_T = 10 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ (Abbildung 143a) an. Gleichwohl beginnt in diesem Zeitraum, der sogenannten Akzelerationsperiode nach Abbildung 143c ,

das Anwachsen der elastischen Kenngrößen des Betons, so dass von einem geringen, aber zunehmenden Kraftschluss mit der Fertigteiltragschale und der Wärmedämmung über die Verbundfugen sowie die eingebetteten Verbindungsmittel auszugehen ist.

Die Versuchsdaten zeigen, dass der Ortbeton bis etwa 12 h nach Ende der Verfüllung dem Anstieg der Hydratationswärme unterliegt. Für diesen Zeitraum kann nach *Weiler 1974* von einer Temperaturdehnzahl $\alpha_T = 1,5 \cdot 10^{-5} [1/K]$ ausgegangen werden. Die Folge ist eine größere, mittlere Dehnung $\varepsilon_{OB,m}^{(*)}$ der Ortbetonschicht gegenüber der mittleren Temperaturdehnung $\varepsilon_{FT,m}^{(*)}$ der Fertigteiltragschale bei annähernd gleicher Temperatureinwirkung, wie in Abbildung 142b skizziert. Aus dieser Dehnungsverteilung resultiert eine Querschnittskrümmung, welche die beobachtete Auslenkung in Richtung der Vorsatzschale zur Folge hat.

▪ **Abschnitt Ib – Abfließen der Hydratationswärme**

Der zweite Verformungszuwachs erfolgt nach dem Auftreten der maximalen Hydratationstemperatur im Ortbeton (~12h) bis zum Temperatúrausgleich zwischen der Tragschale mit der Umgebungstemperatur nach rund 5 Tagen. Die Verformung nimmt in diesem Zeitraum um weitere $\Delta u_{lb} = 0,35 \text{ mm}$ zu.

Wie u.a. in *Röhling 2009* beschrieben, geht die Abnahme der Hydratationstemperatur in der Dezelerationsperiode einher mit dem starken Anwachsen der elastischen Kenngrößen des Betons. Nach *Grübel 2001* (Abbildung 143b) sind bereits nach 12h rund 30%, nach 24h ungefähr 60% des Elastizitätsmoduls bezogen auf den Wert nach 28d erreicht. So bewirkt das Abfließen der Hydratationswärme nach dem Erreichen des Temperaturmaximums eine Stauchung des Tragschalenbetons (Abbildung 142c) und dementsprechend eine Verkürzung der Gesamttragschale. Dabei wirken Dämmstoff und Vorsatzschale sowie die zunehmend in ihrer Lage fixierten Anker dem Verformungswillen der abkühlenden Tragschale entgegen. Infolge dieser äußeren Verformungsbehinderung resultieren Zwangsspannungen im Gesamtbauteil, welche den beobachteten Verformungszuwachs Δu_{lb} in Richtung der Vorsatzschale hervorrufen.

Entsprechend den Ergebnissen der Vergleichsrechnung in Abbildung 139 geht der Temperaturrückgang mit einem gering geneigten und zunehmend flacher verlaufenden Temperaturgradienten über die gesamte Tragschale einher. Vereinfachend kann von einer konstanten Abkühlung der Gesamttragschale ausgegangen werden.

▪ **Abschnitt Ic – Änderung der Lagerungsbedingungen**

Die Wandauslenkung im dritten Abschnitt Ic ist auf die Umlagerung der Eigenlast zwischen den Auflagern am Fußpunkt von der Vorsatz- und der Tragschale zurückzuführen. Mit der Erwärmung und Ausdehnung der Tragschale (Abschnitt Ia) bildet sich das untere Lager im Bereich der erhärtenden Ortbetonschicht aus. Die folgende Abkühlung der Tragschale und das zusätzlich beschleunigte Schwinden des Ortbetons (autogenes Schwinden) bewirken eine Verkürzung der Tragschale und eine Verschiebung des Lagers zum Fußpunkt der Vorsatzschale. Die Lagerkraft wirkt nun bezüglich der Querschnittsschwerachse mit einer größeren Ausmitte, woraus ein

weiterer Verformungszuwachs $\Delta u_{lc} = 0,50 \text{ mm}$ resultiert und die maximale Wandauslenkung erreicht wird.

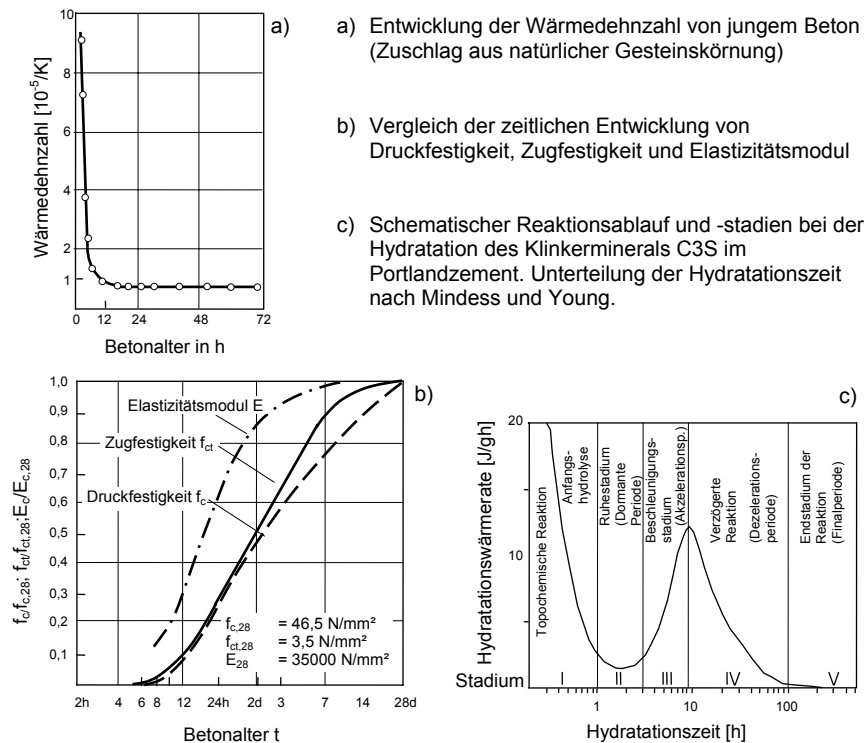


Abbildung 143: Eigenschaften von jungem Beton aus *Grübl 2001* und zeitlicher Ablauf der Hydratation aus *Röhling 2009*

▪ Abschnitt II – Schwinden der Ortbetonschicht (nach Abbildung 137)

Der Rückgang der horizontalen Wandauslenkung mit dem 20.Tag resultiert aus dem Auftreten von Dehnungen im Wandquerschnitt, welche auf das Schwinden der Ortbetonschicht und das Quellen des Betons der Fertigteiltragschale zurückzuführen sind. Der Verlauf dieser Dehnungen über den Wandquerschnitt sowie deren zeitliche Verteilung erklärt sich anhand der Feuchteverteilung in der Gesamttragschale.

Aufgrund der einseitig angeordneten Wärmedämmung kann ein Verdunsten von Überschusswasser (Kapillarschwinden) und ein Austrocknen des Ortbetons (Trocknungsschwinden) nur durch die 60 mm dicke Fertigteil-Tragschale erfolgen. Der Feuchtigkeitsaustausch zwischen den Betonschichten bewirkt das Schwinden des Ortbetons und das gleichzeitige Quellen des Betons der Fertigteiltragschale. Schwinden und Quellen wirken wie die Temperaturlastfälle einer Abkühlung der Ortbetonschicht bzw. einer Erwärmung der Fertigteiltragschale.

Somit baut sich mit Beginn des Feuchtigkeitsaustausches zwischen Fertigteil- und Ortbetontragschale (Abbildung 144b, d) ein Dehnungsgradient über die

Gesamttragschale auf, welcher eine horizontale Wandverformung in Richtung der Tragschale erzeugt.

Die Versuchsergebnisse in Abbildung 137 zeigen, dass mit dem 20. Tag ein vorerst leichter Rückgang der Wandverformung und erst ab dem 30. Tag ein deutlicher Rückgang zu verzeichnen ist. Zurückzuführen ist dies auf die zeitliche Entwicklung des Eindringens der Feuchte in der Fertigteiltragschale. Entsprechend *DAfStb 2005* erreicht die kapillare Eindringtiefe ihren Maximalwert nach etwa einem Monat (Abbildung 144b). Erst ab diesem Zeitpunkt wird überschüssiges Wasser aus dem Bauteil an die Umgebung abgegeben.

Mit voranschreitendem Feuchteaustausch wird der Dehnungsgradient über die Gesamttragschale zunehmend steiler und die Auslenkung der Wand geht deutlich zurück (30...100 d). Erst mit dem Erreichen eines ausgeglichenen Feuchteniveaus zwischen Fertigteil- und Ortbetontragschale (Abbildung 144c) kommt die Verformungsänderung nahezu zum Erliegen.

Das Abfallen des nunmehr konstanten Feuchtverlaufes auf die Ausgleichsfeuchte des Betons ist hinsichtlich der Spannungen mit der Wirkung einer konstanten Abkühlung der Gesamttragschale gleichzusetzen. Die Größe der Einwirkung ist allerdings gering und hat kaum Einfluss auf das Verformungsverhalten des Wandelementes.

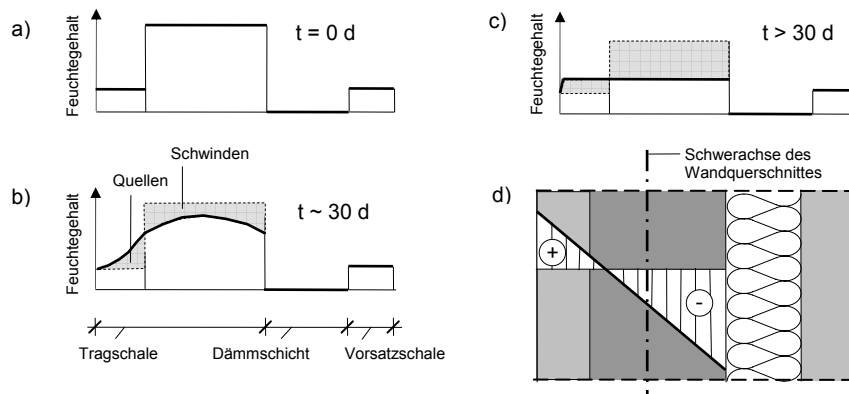


Abbildung 144: Prinzipieller Verlauf des Feuchtegradienten über den Wandquerschnitt in Abhängigkeit von der Zeit (a,b,c) und prinzipieller Dehnungsverlauf in der Tragschale (d)

7.3.5 Berechnung der Spannungen in der Vorsatzschale infolge nachträglicher Ortbetonergänzung

Die im Rahmen der durchgeführten Großversuche erzielten Ergebnisse zeigen einen Anstieg der Wandverformung innerhalb der ersten 20 Tage nach Einbringen des Ortbetons. Die damit verbundene Beanspruchung erhöht die Gefahr der Schädigung des Bauteils durch eine mögliche Rissbildung in der Vorsatzschale. Um die Größenordnung der maximalen Zugspannungen in der Vorsatzschale abzuschätzen, wird eine numerische Untersuchung mit dem FEM-Programm *InfoCad* (Fa. Infograph) durchgeführt.

In einem ersten Schritt erfolgt die Nachrechnung des Versuchs auf Grundlage der Schlussfolgerungen aus Abschnitt 7.3.4. Ziel ist die Überprüfung der getroffenen Annahmen zu Art und zeitlicher Abfolge der Einwirkungen über den Vergleich der gemessenen und berechneten Wandverformung sowie die Abschätzung der maximalen Zugspannungen.

In einem zweiten Schritt wird eine Parameterstudie durchgeführt, um die Abhängigkeit der maximalen Zugspannungen von Geometrieparametern wie

- Dicke der Dämmschicht d_D ,
- Dicke der Ortbetonschicht $d_{TS,O}$,
- Gesamttagschalendicke d_{TS} ,

und dem Materialparameter

- der Schubsteifigkeit des Dämmstoffes G_D

zu bestimmen.

7.3.5.1 Nachrechnung des Bauteilversuchs

Annahmen und Modellbildung

Abbildung 145 zeigt das zweidimensionale Modell des Versuchskörpers im FEM-Programm *InfoCad*. Die Modellierung erfolgt mit rechteckigen Scheibenelementen mit 1 cm Kantenlänge und einer Breite dem Probekörper entsprechend von 80 cm. Den verwendeten Materialien (Beton, Dämmstoff, Verbindungsmittel) ist ein linear-elastisches Materialverhalten zugrunde gelegt. Trag- und Vorsatzschale sind punktförmig, gelenkig am Wandfuß gelagert. Die Lagerung weist einen horizontalen Festpunkt an der Fertigteil-Tragschale auf und ist ansonsten in x-Richtung verschieblich. In vertikaler Richtung wird der Ausfall von Zuglagern berücksichtigt. Am Wandkopf ist eine punktförmige, vertikal verschiebliche, gelenkige Lagerung angeordnet.

Der Elastizitätsmodul wird für die Fertigteilschalen mit $E_{FT} = 30.500 \text{ N/mm}^2$ angesetzt. Für die Ortbetonschicht errechnet sich nach *CEB 1990* der Elastizitätsmodul für einen jungen Beton im Alter von zwei Tagen zu $E(2d) = 25.000 \text{ N/mm}^2$.

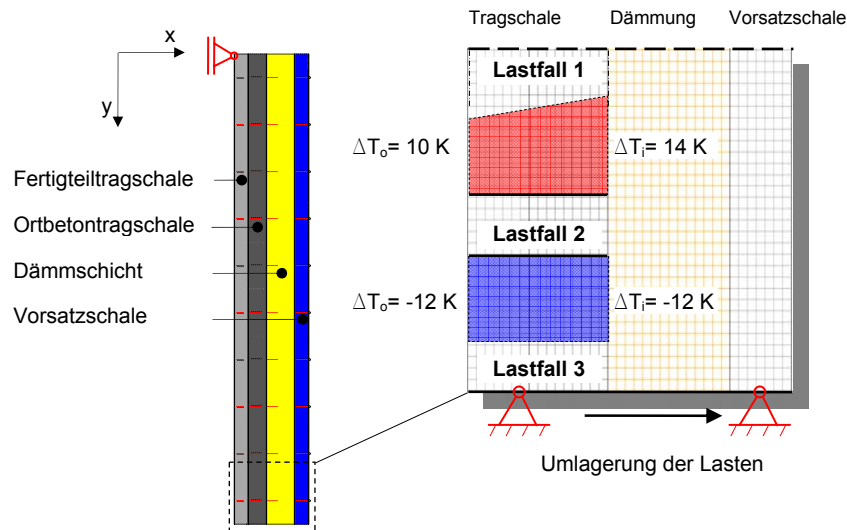


Abbildung 145: FE-Modell und Einwirkungen

Entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 7.3.4 wirken die folgend aufgeführten drei Lastfälle (Abbildung 145) auf den Wandquerschnitt ein.

Lastfall 1: Erwärmung der Gesamtragschale

- Temperaturdifferenz an der Oberfläche $\Delta T_o = 10 \text{ K}$
- Temperaturdifferenz an der Innenseite $\Delta T_i = 14 \text{ K}$

Lastfall 2: Abkühlung der Gesamtragschale

- Temperaturdifferenz an Oberfläche und Innenseite $\Delta T_{o/i} = -12 \text{ K}$

Lastfall 3: Umlagerung der Eigenlast

- LF 3a: Eigenlast und Auflagerung auf der Tragschale
- LF 3b: Eigenlast und Auflagerung auf der Vorsatzschale

Ergebnisse der Versuchsnachrechnung

Die Ergebnisse der Versuchsnachrechnung sind in Abbildung 146 dargestellt. Die maximale Horizontalverschiebung resultiert aus der Summe der Auslenkungen der Lastfälle 1 bis 3 (a/b) auf halber Wandhöhe. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Verformungszustand der Wand im Lastfall 3a, die „Nullmessung“ der Wegaufnehmer darstellt. Der Anteil der Horizontalverschiebung infolge Umlagerung der Eigenlast $u_{x,3}$ ergibt sich somit aus der Addition der Beträge der Auslenkungen aus den Lastfällen 3a und 3b - entsprechend der Verformungsrichtung mit negativem Vorzeichen. Die berechnete Maximalverformung ergibt sich zu $u_{x,max,calc} = 1,52 \text{ mm}$ und zeigt eine gute Übereinstimmung mit der gemessenen Verschiebung von $u_{x,max,meas} = 1,68 \text{ mm}$. Dies gilt auch für den Verschiebungszuwachs innerhalb der Einzellastfälle, wie in Tabelle 66 zu sehen.

Tabelle 66: Vergleich der berechneten und gemessenen, horizontalen Wandauslenkung

Lastfall	berechnete, max. Horizontal- verschiebung	gemessene, max. Horizontal- Verschiebung
	[mm]	[mm]
LF 1: Erwärmung	0,91	0,84
LF 2: Abkühlung	0,34	0,35
LF 3: Umlagerung	0,27	0,50
Summe	1,54	1,68

Im Ergebnis kann festgehalten werden, dass die Annahmen für die Einwirkungen auf das Wandelement infolge der Verfüllung des Ortbetons einen realistischen Ansatz darstellen. Inwieweit sich die Rissgefahr der Vorsatzschale erhöht, kann anhand der rechnerischen Spannungen $\sigma_{VS,a}$ in Abbildung 146 diskutiert werden.

Auswertung der Versuchsnachrechnung

Die Spannungsbilder in den Schnitten A-A (Abbildung 146) für die Lastfälle 1 und 2 zeigen jeweils einen zur Wandinnenseite ansteigenden, linearen Spannungsgradienten über den Querschnitt der Vorsatzschale. Dieser Verlauf ist für die zunehmende Horizontalverformung u_x in Richtung der Vorsatzschale plausibel. Allerdings geht hervor, dass nur im Lastfall 1 mit deutlichen Zugspannungen zu rechnen ist. Dieser Unterschied zwischen beiden Lastfällen ist auf eine Normalkraft in der Vorsatzschale zurückzuführen, welche sich aus der Schubelastischen Kopplung der Betonschichten ergibt.

Zur Veranschaulichung kann das Auftreten einer Normalkraft in der Vorsatzschale vereinfacht anhand einer konstanten Temperaturbeanspruchung der Tragschale erläutert werden. So wird die Ausdehnung der Tragschale in Höhenrichtung bei einer konstanten Erwärmung durch die Dämmschicht behindert. Aufgrund dieser Verformungsbehinderung resultiert eine Drucknormalkraft in der Tragschale, welche als Schubkraft über die Dämmschicht in die Vorsatzschale übertragen wird. Aus Gründen des Gleichgewichts wirkt sie hier als Zugnormalkraft und erzeugt einen konstanten Zugspannungsverlauf über den Querschnitt. Überlagert mit dem linearen Spannungsgradienten ergibt sich die Spannungsspitze an der Wandaußenseite (LF1). Entsprechend ruft eine Abkühlung der Tragschale eine Drucknormalkraft in der Vorsatzschale hervor, was zu überwiegenden Druckspannungen im Querschnitt führt (LF2).

Die Lastumlagerung im Lastfall 3 bewirkt eine nahezu konstante Druckspannungsverteilung über den Querschnitt der Vorsatzschale, da die gesamte Eigenlast über deren Fußpunkt abgetragen wird.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass ausschließlich in Lastfall 1 Zugspannungen auftreten, die für die Rissbildung in der Vorsatzschale relevant sind. Ob diese Aussage auch für andere Wandquerschnitte gilt und in welcher

Größenordnung Zugspannungen zu erwarten sind, klärt die folgende Parameterstudie.

7.3.5.2 Parameterstudie zur Abschätzung maximaler Zugspannungen in der Vorsatzschale aufgrund der Ortbetonverfüllung

Annahmen und Modellbildung

Die Parameterstudie basiert auf dem in Abschnitt 7.3.5.1 beschriebenen Modell. Die Variation der Geometrieparameter geht von einer konstanten Vorsatzschale $d_{VS} = 70$ mm und einer konstanten Fertigteil-Tragschale $d_{TS,FT} = 60$ mm aus. Erste veränderliche Größe ist die Gesamtwanddicke d_{Wand} mit einem Maximalwert von 450 mm, welcher eine produktionsbedingte Obergrenze im Fertigteilwerk darstellt. Die minimale Wanddicke resultiert mit $d_{Wand} = 270$ mm aus den Annahmen für die geringste Dämmschichtdicke $d_D = 60$ mm und der Ortbetonschicht von $d_{TS,OB} = 80$ mm. Für jede untersuchte Wandstärke d_{Wand} wird das Verhältnis zwischen Dämmschicht d_D und Ortbetonschicht $d_{TS,OB}$ variiert. Mit einer einheitlichen Schrittweite für die geometrischen Größen von 20 mm ergeben sich die in Tabelle 67 aufgezeigte Parameterkombinationen.

Tabelle 67: Untersuchte Geometrieparameter des Wandaufbaus

Wanddicke d_{Wand}		450	430	410	390	370	350	330	310	290	270
Gesamt-Tragschale	Tragschale (Ortbeton)	Dämmschichtdicke									
d_{TS}	$d_{TS,OB}$	d_D									
140	80	240	220	200	180	160	140	120	100	80	60
160	100	220	200	180	160	140	120	100	80	60	
180	120	200	180	160	140	120	100	80	60		
200	140	180	160	140	120	100	80	60			
220	160	160	140	120	100	80	60				
240	180	140	120	100	80	60					
260	200	120	100	80	60						
280	220	100	80	60							
300	240	80	60								
320	260	60									

Alle Angaben in [mm]

Als Materialparameter variiert der Schubmodul der Dämmschicht G_D . Angesetzt werden die Grenzwerte für in der Praxis eingesetzte Polystyrol-Dämmstoffe:

- Expandiertes Polystyrol (EPS) mit $G_{D,min/max} = 1,1 / 4,0$ N/mm² und
- Extrudiertes Polystyrol (XPS) mit $G_{D,min/max} = 5,5 / 18,0$ N/mm².

Die Annahmen für die konstanten Materialparameter der Betonschalen sind für die Spannungsberechnung auf der sicheren Seite gewählt. Zu Grunde liegt ein Beton der Festigkeitsklasse C35/45. Der Elastizitätsmodul der Fertigteilschalen wird mit der Steifigkeit zum Zeitpunkt $t = \infty$ mit $E_{FT} = 33.300$ N/mm² angenommen. Der Elastizitätsmodul der Ortbetonschicht wird mit 60% der Endsteifigkeit angesetzt.

Die Beanspruchung aus der Hydratationswärme wird in zwei getrennten Lastfällen untersucht. In Lastfall 1 wird die Erwärmung der Ortbetonschicht simuliert. Der Temperaturverlauf über die Tragschale wird entsprechend Abbildung 147 angenommen. Infolge des Wärmestaus vor der Dämmschicht wird die maximale Hydratationstemperatur T_i über $\frac{1}{4}$ der Ortbetonschicht als konstant angesetzt. Anschließend fällt die Temperatur linear auf die Oberflächentemperatur T_o ab. Die Berechnung von T_o erfolgt unter den Annahmen einer Wärmequelle in Mittelachse der Ortbetonschicht und dem Wärmeübergangskoeffizienten von $\alpha = 0,14 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ für den Außenbereich. Aus Lastfall 2, der konstanten Abkühlung über die gesamte Tragschalendicke, resultieren nur geringe Zugspannen. Der Lastfall wird im Weiteren nicht weiter betrachtet.

Die Berechnung erfolgt für eine maximale Temperaturdifferenz ΔT_{TS} zwischen maximaler Hydratationstemperatur T_i und Außentemperatur T_a von $\Delta T_{TS} = (T_i - T_a) = 10\text{K}$. Aufgrund der linear-elastischen Zusammenhänge im Berechnungsmodell besteht eine direkte Proportionalität zwischen der Spannung in der Vorsatzschale σ_{VS} und der Temperaturdifferenz ΔT_{TS} .

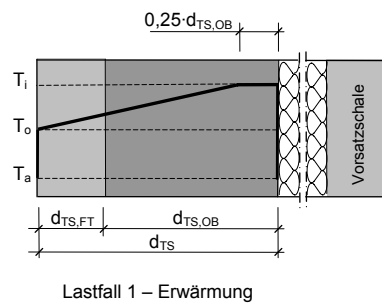


Abbildung 147: Temperaturgradient für den Lastfall 1 - Erwärmung der Ortbetonschicht

Ergebnisse und Auswertung der Parameterstudie

Die maximalen, berechneten Zugspannungen in der Vorsatzschale sind für alle Parameterkombinationen in Abbildung 148 dargestellt.

Für den Bereich der Schubmoduln von EPS-Dämmstoff ($G = 1,1 \text{ N/mm}^2$ und 4 N/mm^2) ist festzustellen, dass die Zugspannungen mit abnehmender Tragschalendicke kleiner ausfallen. Der Schubmodul selbst hat bei jeweils gleicher Tragschalendicke nur geringe Auswirkungen auf die berechneten Zugspannungen. Generell verlaufen diese in einem engen Korridor. Insofern und auch unter Berücksichtigung der vereinfachten Berechnungsannahmen scheint die Vorgehensweise gerechtfertigt, die maximalen Zugspannungen in Abhängigkeit von der Tragschalendicke in Form einer Geraden anzunähern. Als Regressionsgerade aller Berechnungsergebnisse für $G = 1,1 \text{ N/mm}^2$ und 4 N/mm^2 ergibt sich unter Berücksichtigung der linearen Abhängigkeit der Temperaturdifferenz ΔT_{TS} und Spannung σ_{VS} die Gleichung für EPS-Dämmstoff zu:

$$\sigma_{VS} = \left(-\frac{1}{5400} \cdot d_{TS} [\text{mm}] + 0,107 \right) \cdot \Delta T_{TS} [\text{K}] \text{ in } \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]. \quad (7.10)$$

Für Schubmodule G im Bereich von XPS-Dämmstoffen ($G = 5,5 \dots 18 \text{ N/mm}^2$) können folgende Feststellungen getroffen werden.

- Der Verlauf der Spannungen über die Tragschalendicke kehrt sich mit zunehmendem Schubmodul G des Dämmstoffes um. Die maximalen Spannungen treten für $G = 5,5 \text{ N/mm}^2$ bei der geringsten Tragschalendicke, für $G = 18 \text{ N/mm}^2$ bei der größten Tragschalendicke auf.
- Wandquerschnitte mit gleicher Gesamtdicke weisen bei der geringsten Dämmstoffdicke von $d_D = 60 \text{ mm}$ in jedem Fall die größte Zugspannung auf.
- Die maximalen Zugspannungen treten in Abhängigkeit vom Schubmodul des Dämmstoffes bei unterschiedlichen Tragschalendicken auf, weisen jedoch einen näherungsweise gleichen Maximalwert von $\sigma_{VS} \approx 0,8 \text{ N/mm}^2$ auf.

Die Berechnung der Maximalspannung in der Vorsatzschale mit $d_{VS} = 70 \text{ mm}$ kann für XPS-Dämmstoffe mit folgendem Ansatz erfolgen:

$$\sigma_{VS,XPS} = 0,08 \cdot \Delta T_{TS} [K] \quad \text{in} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]. \quad (7.11)$$

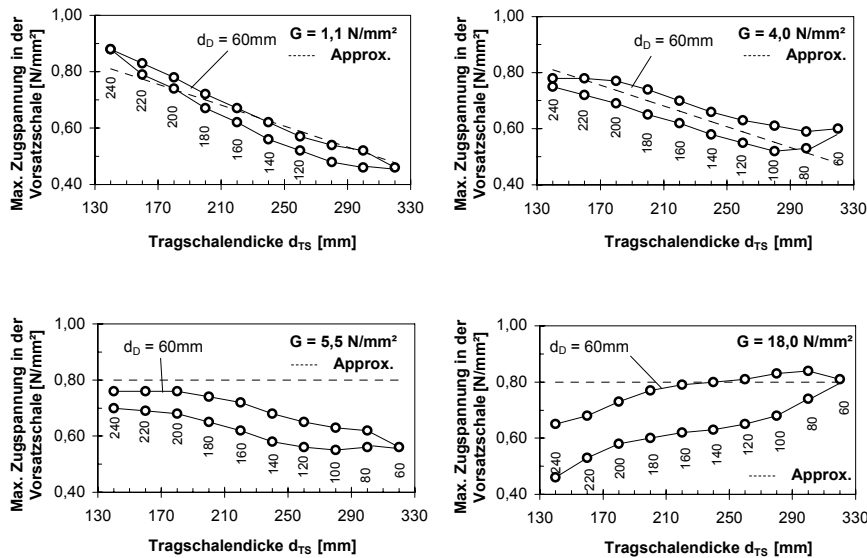


Abbildung 148: Ergebnisse der Parameterstudie - Maximale Zugspannungen in der Vorsatzschale bei einer Temperaturdifferenz von $\Delta T_{TS} = 10 \text{ K}$

7.4 Zusammenfassung und Diskussion

In mehreren Großversuchen wurde die Zugbeanspruchung des Verbindungsmittels während und nach der Verfüllung des Ortbetons untersucht. Anhand der Versuchsergebnisse kann ein deutlicher Einfluss der einseitig angeordneten Dämmung auf den maximalen Frischbetondruck aufgezeigt werden.

Darüber hinaus ist nachgewiesen, dass die Vorspannung der Verbundfuge aus Wärmedämmung und Verbindungsmittel dauerhaft verbleibt. Die Versuchsergebnisse ermöglichen die Ableitung eines dämmstoffunabhängigen Faktors η_B , welcher die verbleibende Verbindungsmittelzugkraft quantifiziert.

Die Erkenntnisse aus Kurzzeit- und Langzeitmessung können wie folgt zusammengefasst werden:

- Der maximale, horizontale Frischbetondruck beträgt beim Einsatz einer Dämmung aus EPS nur 60% im Vergleich zu einer baugleichen Wandkonstruktion mit einer Dämmung aus XPS. Diese Aussage ist direkt auf die Zugkräfte in den Verbindungsmitteln zu übertragen, gilt aber nur bei der Verwendung glatter, nicht profilierte Dämmstoffoberflächen.
- Die maximalen Verbindungsmittelzugkräfte in allen Versuchen sind im Vergleich geringer als die charakteristischen Rechenwerte auf Grundlage von *DIN 18218*.
- Der Frischbetondruck verbleibt nach Erstarren des Frischbetons in relevanter Größenordnung als Zugkraft in den Verbindungsmitteln und als Druckkraft in der Wärmedämmung.
- Die Größenordnung der dauerhaft verbleibenden Zugkräfte ergibt sich unabhängig vom verwendeten Dämmstoff auf gleichem Lastniveau.

Für die Bemessung der Verbindungsmittel wird vorgeschlagen, 40% der Zugkraft infolge Frischbetondrucks im Endzustand zu berücksichtigen. Unter Berücksichtigung des Ankerraster A_R und den Angaben in *DIN 18218* berechnet sich die charakteristische Zugkraft im Verbindungsmittel mit:

$$F_{B,k} = \eta_B \cdot \sigma_{hk,max} \cdot A_R \quad \text{mit} \quad \eta_B = 0,4. \quad (7.12)$$

Bei der Wahl der Teilsicherheitsbeiwerte sind Bau- und Endzustand zu unterscheiden. Im Bauzustand ist bei der Verfüllung der Ortbetonschicht einer Elementwand sicherzustellen, dass das Bauteil selbst keine Schädigung erfährt, sein Funktionsfähigkeit nicht einbüßt und keine Gefährdung von Menschenleben besteht.

Um die Rissgefahr in der Vorsatzschale infolge der zeitlich-veränderlichen Einwirkungen aus der Verfüllung des Ortbetons einzuschätzen, wird eine Langzeitmessung der Bauteilverformung an einer Probewand ausgewertet.

Anhand der Versuchsergebnisse kann der Zusammenhang zwischen Bauteilverformung und zeitlicher Abfolge der Einwirkungen aus abfließender Hydratationswärme und Schwinden des Ortbetons hergestellt werden. Die Nachrechnung der Verformungen aus dem Versuch mit der Finite-Element-Software

InfoCad ergibt eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Aufbauend auf dem FE-Modell der Versuchsnachrechnung wird eine Parameterstudie durchgeführt. Aus deren Ergebnissen werden empirische Gleichungen abgeleitet, welche für baupraktische Abmessungen die Bestimmung der maximalen Zugspannungen der Vorsatzschale infolge der Ortbetonerfüllung ermöglichen.

Folgende Ergebnisse können zusammengefasst werden:

- Aus dem Abfließen der Hydratationswärme resultieren Zugspannungen in der Vorsatzschale, welche die Gefahr der Rissbildung erhöhen. Der maßgebende Eigenspannungszustand stellt sich innerhalb der ersten 12 - 24h nach Verfüllung des Ortbetons mit dem Ansteigen der Tragschalentemperatur ein.
- Bauteilverformungen aus dem Schwinden der Ortbetonschicht sind nach rund 20 - 30 Tagen festzustellen und dauern bis zum Erreichen der Ausgleichsfeuchte an (~140 Tage im Versuch). Sie rufen einen Eigenspannungszustand hervor, welcher Druckspannungen in der Vorsatzschale erzeugt. Die Gefahr der Rissbildung wird dadurch vermindert.
- Eine Berechnung der maximalen Zugspannung an der Außenseite der Vorsatzschale ermöglichen die Gleichung (7.10) für EPS-Dämmstoff und die Gleichung (7.11) für XPS-Dämmstoff unter der Voraussetzung, dass der Haftverbund zwischen Dämmung und Beton vollständig intakt ist (ungünstigster Fall).

Für einen Nachweis der Rissfreiheit der Vorsatzschale im Bauzustand sind die Zugspannungen infolge Abfließens der Hydratationswärme generell zu berücksichtigen. Der Einfluss der Ortbetonverfüllung auf die Rissbildungsgefahr in Richtung der Wandbreite ist nicht Gegenstand der Betrachtungen.

Die großmaßstäblichen Versuche zeigen, dass ein Teil der Vorspannung der Verbundfuge infolge der Ortbetonverfüllung dauerhaft als Zugkraft im Verbindungsmittel verbleibt. Die Größenordnung der Verbindungsmittelzugkraft wird aus den Ergebnissen von fünf Versuchen unter Variation von Parametern wie Dämmstoffdicke und -typ unter Berücksichtigung baupraktischer Grenzen abgeschätzt. Aufgrund der geringen Probenanzahl muss der Vorschlag für die Berechnung der Zugkraft stark auf der sicheren Seite ausfallen.

Um die Bemessung wirtschaftlicher zu gestalten, erscheint es sinnvoll, die Abhängigkeit von maximalem Frischbetondruck und des einseitig angeordneten Dämmstoffs näher zu untersuchen. Ebenso sollte der Faktor η_B für die dauerhaft verbleibende Verbindungsmittelzugkraft in Abhängigkeit vom Aufbau der Verbundfuge bestimmt werden.

Den Erkenntnissen der dargelegten Versuche folgend, erscheinen vor allem experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit der Dämmung erforderlich. Darüber hinaus sollten als weitere Parameter die Dehnsteifigkeit von Dämmung und Verbindungsmittel Berücksichtigung finden und der günstige Einfluss einer Bewehrungslage im Bereich der Ortbetonverfüllung untersucht werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich die Frage beantwortet, ob eine Beanspruchung der Vorsatzschale aus den zeitlich-veränderlichen Einwirkungen der Ortbetonverfüllung zu berücksichtigen ist. Die Versuchsanzahl lässt nur eine Abschätzung der Rissgefahr auf der sicheren Seite zu.

Für weitere Erkenntnisse über den Eigenspannungszustand im Wandquerschnitt infolge Abfließens der Hydratationswärme unter Berücksichtigung der Kriech- und Schwindverformungen des Ortbetons lässt sich über den experimentellen Weg nur ein unvollständiges Bild gewinnen. Grund dafür sind die zahlreichen Einflussparameter. So sollte die Vorhersage der thermisch bedingten Spannungen und der Rissbildung auf Grundlage von FE-Simulationen erfolgen, welche das zeitabhängige Materialverhalten des jungen Betons berücksichtigen. Besonderes Augenmerk liegt hierbei auf den Parametern Zementart und -menge, Umgebungs- und Frischbetontemperatur, Dicke und Lage der Ortbetonschicht und Steifigkeit der Dämmung. Es ist zu empfehlen, die Simulationsergebnisse an weiteren, Großversuchen zu überprüfen.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind großformatige, mehrschichtige Stahlbetonwandtafeln mit innenliegender Wärmedämmung, deren Betonschalen mit gleichmäßig über die Wandfläche verteilten, stiftförmigen Verbindungsmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff verbunden sind. Das Erreichen der in Kapitel 1 genannten Ziele, allgemeingültige Grundlagen zur Berechnung von Schnitt- und Verformungsgrößen zu erarbeiten, macht die Bearbeitung von drei Teilproblemen erforderlich:

- Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung,
- Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen an mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln infolge Verbundtragwirkung und
- Untersuchung des Einflusses der Ortbetonverfüllung auf die Zustandsgrößen.

Hierzu wird in Kapitel 2 ein grundlegender Überblick über Verankerungskonzepte, Herstellung, Einwirkungen und Bemessung von mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln gegeben. Ebenso wird auf die Eigenschaften des Materials der Verbindungsmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK), deren mechanische Analyse und der Normung im Bauwesen näher eingegangen.

Zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung werden im ersten Schritt (*Kapitel 3*) Berechnungsmodelle für GFK-Verbindungsmittel erarbeitet und anhand von Versuchen bestätigt. Dabei ist als Verbundfuge die Schicht aus Wärmedämmung und Verbindungsmitteln zu verstehen, welche die Betonschalen miteinander verbindet. Im Ergebnis liegen ein empirisches Gesetz und eine lineare, analytische Beziehung zur Berechnung der Schubspannungs-Gleitungsbeziehung vor. Ersteres kann in numerischen Berechnungen und Tragfähigkeitsanalysen Anwendung finden. Aufbauend auf den Ergebnissen für die GFK-Verbindungsmittel wird ein Berechnungsmodell zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung erarbeitet. Das zweiteilige Modell berücksichtigt die Spannungumlagerung in der Verbundfuge, welche mit dem Überschreiten der Scherfestigkeit des Dämmstoffes einhergeht und bildet ebenso das Verhalten der Verbundfuge nach einem Versagen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton ab. Für Betrachtungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist die Berechnung der Verbundfugensteifigkeit C_v mit den linearen Modellansätzen hinreichend genau.

Aufbauend auf der Modellbildung der Verbundfuge wird in *Kapitel 4* ein Berechnungsmodell für ein Wandbauteil unter dem maßgebenden Lastfall der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ vorgestellt. Es werden grafische Berechnungshilfen erarbeitet, welche eine einfache Ermittlung der maßgebenden Schnitt- und Verformungsgrößen ($N_{\Delta\vartheta, \max}$ und $u_{\Delta\vartheta, \max}$) in Abhängigkeit vom verwendeten Dämmstofftyp (EPS/XPS) ermöglichen. Dabei wird dem Prinzip gefolgt, die maßgebenden Zustandsgrößen für einfache Grenzfälle (kein Verbund und volle Schubsteifigkeit) zu berechnen und diese anschließend über Korrekturfaktoren v

anzupassen. Die Werte ν sind in Abhängigkeit von den Geometrie- und Materialparametern des Wandelementes grafisch aufbereitet.

Im Ergebnis eigener, durchgeführter Versuche kann für expandiertes Polystyrol (EPS) eine lineare Abhängigkeit zwischen der Scherfestigkeit $\tau_{D,s}$ und dem Schubmodul G_D aufgezeigt werden. Durch diesen Zusammenhang kann die Anzahl der freien Parameter im Berechnungsmodell reduziert werden, so dass ein vom Verbindungsmittel- und Dämmstofftyp unabhängige Ermittlung der maximalen Zustandsgrößen möglich ist. Bei der Verwendung von XPS können nur produktabhängige Berechnungshilfen aufgestellt werden. Aus den Ergebnissen der numerischen Untersuchungen werden für praxisübliche Wandabmessungen allgemeingültige Schlussfolgerungen in Abschnitt 4.5 gezogen. Bei der Verwendung von EPS kann eine Schädigung der Dämmung ausgeschlossen werden. Beim Einsatz von XPS-Dämmung mit glatter Dämmstoffoberfläche ist in der Regel vom Versagen des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton auszugehen. Das hat eine Vergrößerung der Relativverschiebung u zwischen den Betonschalen zur Folge. Die Berechnungshilfen für den Lastfall $\Delta\vartheta$ können bei der Vordimensionierung von mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln genutzt werden.

Kapitel 5 beinhaltet die Berechnung von Schnitt- und Verformungsgrößen von mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln aus der Verbundtragwirkung. Dazu wird das gekoppelte Differentialgleichungssystem der Sandwichtheorie verwendet, für die vorliegende Problemstellung erweitert und es werden geschlossene, analytische Gleichungen hergeleitet. Sie ermöglichen die Berechnung der bemessungsrelevanten Schnittgrößen in der Vorsatzschale und der Relativverschiebung zwischen den Betonschalen für die in Abschnitt 5.6 benannten Lastfälle. Aus einer Vergleichsrechnung geht hervor, dass Lastfälle mit senkrecht zur Vorsatzschalenebene wirkenden Lasten (Erddruck, Wind, etc.) und die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen den Betonschalen bemessungsmaßgebend sind. Für weitere Lastfälle kann gezeigt werden, dass vereinfachte Berechnungsansätze nach Abschnitt 2.2.4 ausreichend genaue Ergebnisse liefern. Für die relevanten Lastfälle und Lagerungsbedingungen sind Berechnungshilfen in Abschnitt 5.8 erstellt. Es wird dem Vorgehensweise der Verwendung von Korrekturfaktoren ν gefolgt.

Aufgrund der Vielzahl an Geometrie- und Materialparametern des Wandsystems ist eine Abgrenzung von Fällen, bei denen auf eine aufwändige Berechnung der Zustandsgrößen verzichtet werden kann, nur über Parameterstudien möglich. Allgemeingültige Aussagen lassen sich anhand von numerischen Untersuchungen für die Relativverschiebung u und die maximale Zugspannung σ_{\max} in der Vorsatzschale treffen. Entsprechende Aussagen sind für Wandelemente mit einer Höhe $L \leq 3$ m dargelegt. Über die geforderten Nachweise hinaus sollten Risse in Vorsatzschalen grundsätzlich vermieden werden. Zur Abschätzung der Rissgefahr muss die Verbundtragwirkung berücksichtigt werden. Es ist festzustellen, dass Schnitt- und Verformungsgrößen aus der Verbundtragwirkung ab einer Tragschalendicke von $d_2 = 0,20$ m vernachlässigbar sind. Differenziertere Ergebnisse sind übersichtlich in Abschnitt 5.9 zusammengestellt.

Anhand von eigenen, experimentellen Untersuchungen an mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln (*Kapitel 6*) werden die theoretischen Ansätze zur Berechnung

der Zustandsgrößen überprüft. Ebenso werden die Ergebnisse zum Verhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung in Kapitel 4 bestätigt. Basierend auf der Differentialgleichungsmethode wird ein Berechnungsmodell zur Nachrechnung der Versuche aufgestellt. Im linearen Bereich der Versuchskurven bildet das Modell alle Versuchsergebnisse mit großer Genauigkeit ab. Es können folgende Empfehlungen für die Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit formuliert werden:

- Bei der Verwendung von EPS-Dämmung ist die maximale Verbundfugensteifigkeit $C_{v,1}$ anzusetzen.
- Beim Einsatz von XPS-Dämmung mit glatter Oberfläche wird eine Grenzbetrachtung mit maximaler ($C_{v,1}$) und minimaler ($C_{v,2}$) Verbundfugensteifigkeit empfohlen.

Offene Fragestellungen ergeben sich hauptsächlich für Wandelemente mit frei hängender Vorsatzschale. Besonders bei großen Dämmschichtdicken ist davon auszugehen, dass Dauerbeanspruchungen und zyklische Belastungen Auswirkungen auf das Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge unter Scherbeanspruchung haben. So zeigen Versuche an GFK-Verbindungselementen in *Schnell 2009* einen geringeren Schubmodul nach zyklischer Scherbeanspruchung (siehe auch Kapitel 3). Als Gründe sind Schädigungen im Stabmaterial, Kriechen der Kunststoffmatrix oder Schädigungen im Bereich der Verankerung im Beton zu vermuten. Ähnliche Überlegungen sind für die verwendeten Dämmstoffe anzustellen. Die Vernachlässigung dieser Aspekte hat zur Folge, dass die Relativverschiebung unterschätzt wird. Die gleiche Aussage gilt für Wandbauteile im gerissenen Zustand.

Die Untersuchungen zum Einfluss der Ortbetonverfüllung in *Kapitel 7* ergeben, dass eine dauerhafte Beanspruchung in der Verbundfuge infolge der Ortbetonverfüllung verbleibt. Es wird vorgeschlagen, 40% der maximalen Zugkraft aus dem Betonierdruck für den Nachweis im Endzustand zu berücksichtigen. Weiterhin ist festzustellen, dass eine erhöhte Rissbildungsgefahr aus der Ortbetonverfüllung resultiert. Die größten Zugspannungen in der Vorsatzschale resultieren aus der Hydratationswärme nach 12 ... 24 h. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchungen lassen nur eine Abschätzung der Rissbildungsgefahr auf der sicheren Seite zu.

Aus den Versuchsergebnissen geht hervor, dass eine Abhängigkeit zwischen der maximalen Zugkraft und dem verwendeten Dämmstofftyp besteht. Es erscheint sinnvoll, den Zusammenhang von maximalem Frischbetondruck und den Parametern der Oberflächenbeschaffenheit der Dämmung, der Fugenbreite und einer Bewehrungslage genauer zu untersuchen. Es besteht ein Potenzial, die Anzahl der Verbindungsmittel zu reduzieren.

Literatur

- Achterbach 1966** Achterbach, G., Hampe K.: *Vorgefertigte Wand- und Deckenplatten für den Wohnungsbau*. Beton + Fertigteil Jahrbuch 1966, S. 82-124, 1966
- Aicher 1987** Aicher, S., v.Roth, W.: *Ein modifiziertes γ -Verfahren für das mechanische Analogon: dreischichtiger Sandwichverbund – zweiteiliger verschieblicher Verbund*. Bautechnik 1/87, S.21-29, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1987
- Altenbach 1996** Altenbach, H., Altenbach, Johannes, Rikards, R.: *Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke. Modellierung und Berechnung von Balken und Platten aus Verbundwerkstoffen*. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart, 1996
- Albertson 1992** Albertson, M.D.: *Fibercomposite and steel pavement dowels*. Master Thesis, Iowa State University, 1992
- Allen 1969** Allen, H.G.: *Analysis and design of structural sandwich panels*. Pergamon Press Ltd., Oxford & New York, 1969
- Berner 1978** Berner, K.: *Stahl/Polyurethan – Sandwichtragwerke unter Temperatur und Brandbeanspruchung*. Dissertation, TH Darmstadt, 1978
- BFT 2008** Bundesverband Betonbauteile Deutschland e.v. (BDB): *Dicke Beton + Fertigteil Jahrbuch 2008*. Bauverlag BV GmbH, Gütersloh, 2007
- Clarke 1996** Clarke, J. et al: *Structural Design of Polymer Composites - EUROCOMP Design Code and Handbook*. E & FN SPON London, 1996
- Cziesielski 1981** Cziesielski, E., Kötz, D.: *Tragverhalten von Vorsatzschalen mehrschichtiger Betonwände*. Forschungsauftrag des Bundesministeriums für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, B II 5–800177-43, Berlin, Mai 1981
- Cziesielski 1984** Cziesielski, E., Kötz, D.: *Betonsandwich-Wände, Bemessung der Vorsatzschalen und Ausbildung der Fugen*. Beton- und Fertigteil-Jahrbuch, S.66-122, 1984
- Cziesielski 1993** Cziesielski, E., Fouad, N.: *Beurteilung der Standsicherheit von Wetterschutzschichten dreischichtiger Außenwände in den neuen Bundesländern*. Betonwerk + Fertigteil-Technik, 5/1993, S.52-68
- Cziesielski 1983** Cziesielski, E., Friedmann, M.: *Tragfähigkeit geschweißter Verbindungen im Betonfertigteilbau*. Beitrag in Heft 346,

- Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth-Verlag, Berlin, 1983
- Delphin** Simulationssoftware Delphin, Version 4.58, Technische Universität Dresden, www.bauklimatik-dresden.de
- Dehn 2005** Dehn, F.; Holschemacher, K., Müller, T.: *Faserverbundwerkstoffe im Bauwesen – ein Überblick*. Aus: Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus Praxis und Wissenschaft – Faserverbundwerkstoffe, Bauwerk-Verlag, Leipzig, 2005
- Dorf Müller 1998** Dorf Müller, T.: *Bergmann/Schaefer - Lehrbuch der Experimentalphysik – Band 1: Mechanik, Relativität, Wärme*. de Gruyter Verlag, Berlin, New York, 1998
- Dundrova 1970** Dundrova, V., Kovarik, V., Slapak, P.: *Biegungstheorie der Sandwichplatten*. Academia-Verlag, Prag, Springer-Verlag, Wien und New York, 1970
- Ehrenstein 1981** Ehrenstein, G.W.: *Glasfaserverstärkte Kunststoffe – Aufbau, Eigenschaften, Verarbeitung, Konstruktion, Berechnung*. Band 62, Kontakt & Studium - Werkstoffe, Expert Verlag, Grafenau, 1981
- Ehrenstein 2006** Ehrenstein, G.W.: *Faserverbund-Kunststoffe Werkstoffe-Verarbeitung-Eigenschaften*. 2. Auflage, Carl Hanser Verlag, München, 2006
- Ehrenstein 2007** Ehrenstein, G.W.: *Gutachterliche Stellungnahme zum GFK-Bewehrungssystem ComBAR*. Lehrstuhl für Kunststofftechnik, Universität Erlangen, Expert Verlag, Erlangen, 2007
- FDB 2005** FDB: *Merkblatt Nr.2 - über den Korrosionsschutz von nicht zugänglichen stählernen Verbindungselementen (Einbauteile) von Betonfertigteilen*. Fachvereinigung Deutscher Betonfertigteilebau e.V., 08/2005
- Fiberline 2002** Fiberline Composites A/S: *Fiberline Design und Konstruktionshandbuch*. Kolding, Dänemark, 2002
- Fingerloos 2005** Fingerloos, F.: *Dicke Platte als „Weiße Wanne“, aus: Anwendungsbeispiele der DIN 1045-1 in der Praxis*, Vortragsskript, TU Darmstadt, 2005
- Fouad 1998** Fouad, N. A.: *Rechnerische Simulation der klimatisch bedingten Temperaturbeanspruchungen von Bauwerken*. Dissertation, TU Berlin, 1998
- Fouad 2005** Fouad, N. A.: *Dämmstoffplatten aus extrudiertem Polystyrol-Hartschaumstoff (XPS) – Ermittlung des Langzeitverhaltens unter Schub- und kombinierter Schub-Druck-Beanspruchung*.

- Unveröffentlichter Versuchsbereich, Leibniz Universität Hannover, 2005
- Friberg 1952** Friberg, B.F.: *Design of dowels in transverse joints of concrete pavements*. Transactions, American Society of Civil Engineers. Vol. 105, No. 2081, 1940
- Füllsack 2004** Füllsack-Köditz, R.: *Verbundverhalten von GFK-Bewehrungsstäben und Rissentwicklung in GFK-stabbewehrten Betonbauteilen*. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar, Weimar, 2004
- Gastmeyer 1991a** Gastmeyer, R.: *Bericht über Zug- und Scherversuche unter statischer Belastung an einer Verankerung für dreischichtigen Fassadenplatten nach dem THERMOMASS-Building-System*. Versuchsbericht, TU Kaiserslautern, August 1991
- Gastmeyer 1991b** Gastmeyer, R.: *Bericht über Scherversuche unter statischer Belastung an dreischichtigen Fassadenplatten mit einer Verankerung nach dem THERMOMASS-Building-System*. Versuchsbericht, TU Kaiserslautern, Juni 1991
- Gastmeyer 1992** Gastmeyer, R.: *Bericht über Zug- und Scherversuche unter statischer Belastung an einer Verankerung für dreischichtige Fassadenplatten nach dem DEHA-TM-System*. Versuchsbericht, TU Kaiserslautern, Juni 1992
- Gastmeyer 1992a** Gastmeyer, R.: *Rechnerische Untersuchungen zum Tragverhalten einer Verankerung für dreischichtige Fassadenplatten nach dem DEHA-TM-System*. TU Kaiserslautern, August 1992
- Gastmeyer 1995a** Gastmeyer, R.: *Verankerung und Bemessung der Vorsatzschalen mehrschichtiger Außenwandtafeln aus Stahlbeton*. aus: Beiträge für die Baupraxis, S. H.16-H.35, Springer-Verlag, 1995
- Gastmeyer 1995b** Gastmeyer, R., Ramm, W.: *Neuartiges Verbundsystem für dreischichtige Außenwandplatten aus Stahlbeton*. Beton- und Stahlbetonbau 90, Heft 4, S.85 – 90, Verlag Ernst und Sohn, 1995
- Gastmeyer 1997** Gastmeyer, R.: *Bemessung der Vorsatzschalen dreischichtiger Außenwandplatten aus Stahlbeton*. Bauingenieur 72, S.235-240, Springer VDI-Verlag, 1997
- Gastmeyer 1999** Gastmeyer, R.: *Verankerung und Bemessung der Vorsatzschalen mehrschichtiger Außenwandtafeln aus Stahlbeton*. Aus: Stahlbetonbau aktuell, Hrsg.: Avak, R.; Goris, A., Beuth-Verlag, Werner-Verlag, 1999

- Gastmeyer 2004** Gastmeyer, R.: *Tragverhalten von teilweise vorgefertigten Stahlbetonwänden mit Ortbetonerfüllung und integrierter Wärmedämmung*. Bautechnik 81, S.869-873, Verlag Ernst & Sohn, 2004
- Gastmeyer 2006** Gastmeyer, R., Stöwhaas, P.: *Neuentwicklung bei Betonsandwichtafeln*. Beratende Ingenieure, S.25-29, Mai 2006
- Gertis 1980** Gertis, K.; Kießl, K.: *Wärmeeigenspannungen in mehrschichtigen Außenbauteilen infolge instationärer Temperatureinwirkung*. Bautechnik 57, 1980, S.45-53
- Göhler 1970** Göhler, W.: *Höhere Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt, 1970
- Gollwitzer 2004** Gollwitzer, T., Gebbeken, N.: *Ein neues FEM-Stabelement für nachgiebige Verbundquerschnitte*. Bautechnik 7/81, S.549-554, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2004
- Gollwitzer 2007** Gollwitzer, T.: *Finite Stabelemente für mehrteilige nachgiebige Verbundquerschnitte zur Berechnung von Verbundrippenschalen*. Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau, Universität der Bundeswehr München, München, 2007
- Gollwitzer 2008** Gollwitzer, T., Gebbeken, N.: *Zur Berechnung von Holzstabtragwerken mit mehrlagigen nachgiebigen Verbundquerschnitten*. Bautechnik 1/85, S.29-39, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2008
- Grinter 1940** Grinter, L.E.: *Discussion of dowels in transverse joints of concrete pavements by B.F. Friberg*. Transaction, American Society of Civil Engineers. Vol.105, pp.1096-1101, New York, NY, 1940
- Grübel 2001** Grübel, P., Weigler, H., Karl, S.: *Beton – Arten, Herstellung und Eigenschaften*. Ernst & Sohn, Berlin, 2001
- Haeussler 1984** Haeussler, E.: *Gedanken zu Verwölbungen und Rissbildungen in Sandwichplatten*. Betonwerk + Fertigteil-Technik, 1984, Heft 11, S. 774-780
- Hanz 2008** Hanz, F.: *Experimentelle Untersuchungen zum Last-Verformungsverhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben aus glasfaserverstärktem Kunststoff*. Studienarbeit, TU Kaiserslautern, 2008
- Hartmann 1999** Hartmann, H.: *Die Berücksichtigung elastisch plastischer Verformungseigenschaften mechanischer Verbindungsmittel bei Verbundkonstruktionen im Ingenieurholzbau*. Dissertation, Technische Universität, München, 1999

- Heidel 2009** HeidelbergCement AG: *Betontechnische Daten – Ausgabe 2009*. HeidelbergCement AG, Leimen, 2009
- Heilig 1953** Heilig, R.: *Theorie des elastischen Verbundes*. Der Stahlbau, Heft 5, S.104-108, 1953
- Henning 1997** Henning, O., Knöfel, D.: *Baustoffchemie*. Verlag für Bauwesen Berlin und Bauverlag Wiesbaden, 5. Auflage
- Hietala 1998** Hietala, J., Keränen, H., Pentti, M.: *Interaction between concrete panels and ladder-like truss in concrete sandwich facade elements*. Research report No. 653, Tampere University of Technology, Department of Civil Engineering, 1998
- Hoeft 1994** Hoeft, M.: *Zur Berechnung von Verbundträgern mit beliebig gefügtem Querschnitt*. Dissertation These 1213, EPFL Lausanne, IBOIS, 1994
- Hoischen 1952** Hoischen, A.: *Zusammengesetzte Vollwandträger mit elastischen Verbindungsmitteln*. Dissertation, TH Karlsruhe, 1952
- Hoischen 1954** Hoischen, A.: *Verbundträger mit elastischer und unterbrochener Verdübelung*. Der Bauingenieur, 7/1954
- Holschem 1984** Holschemacher, K., Rug, W.: *Holz-Beton-Verbundbauweise*. In: Holzbauforum 2001, Leipzig am 29.06.2001, Tagungsmaterial, Verlag für Bauwesen, Berlin 2001
- Homberg 1952** Homberg, H.: *Brücke mit elastischem Verbund*. Bauingenieur Heft 27, Seite 2-3, 1952
- Horstmann 2010** Horstmann, M.: *Zum Tragverhalten von Sandwichkonstruktionen aus textildbewehrtem Beton*. Dissertation, RWTH Aachen, Aachen, Dezember 2010
- Hunziker 1984** Hunziker, A.: *In Stahlbeton eingespannte Stahlprofile und Stahlbolzen*. Die Bautechnik, 5/1984, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1984
- Infocad** Simulationssoftware Infocad, Version 6.3, Infograph GmbH, www.infograph.de
- Jungbluth 1986** Jungbluth, O., Berner, K.: *Verbund- und Sandwichtragwerke- Tragverhalten, Feuerwiderstand, Bauphysik*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokio, 1986
- Klotz 2004** Klotz, S.; Holschemacher, K.; Köhler, S.: *Wirtschaftlichkeit von Holz-Beton-Verbunddecken*. In: König, G.; Holschemacher, K.; Dehn, F. (Hrsg.): Innovationen im Bauwesen: Holz-Beton-Verbund, S. 269 - 280. Bauwerk Verlag Berlin, 2004.

- Kneidl 1991** Kneidl, R.: *Ein Beitrag zur linearen und nichtlinearen Berechnung von Schichtbalkensystemen*. Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau 6/91, Technische Universität, München, 1991
- Kneidl 1995** Kneidl, R., Hartmann, H.: *Träger mit nachgiebigem Verbund. Eine Berechnung mit Stabwerksprogrammen*. Bauen mit Holz 97, Heft 4, S. 285-290, 1995
- Knippers 2007** Knippers, J., Gabler, M.: *Faserverbundwerkstoffe im Bauwesen*. Aus: Stahlbau-Kalender 2007, Ernst&Sohn, Berlin, 2007
- Kofler 2002** Kofler, M.: *Excel-VBA programmieren*. Addison-Wesley Verlag, München, 2004
- Kreuzinger 1999** Kreuzinger, H.: *Flächentragwerke: Platten, Scheiben und Schalen, Berechnungsmethoden und Beispiele*. Informationsdienst Holz: Brücken aus Holz: Konstruieren, Berechnen, Ausführen. Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf 1999
- Kreuzinger 2000** Kreuzinger, H.: *Die Holz-Beton-Verbundbauweise*. Fachtagung Holzbau 1999-2000, Holzbau für das neue Jahrhundert, Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Düsseldorf, 2000
- Kreuzinger 2002** Kreuzinger, H.: *Bemessung im Holzbau*. Holzbaukalender 2002, S. 598-621, Bruderverlag, 2002
- Krollmann 1995** Krollmann, N.: *Langzeitverhalten von extrudiertem Polystyrol-Hartschaum bei konstanter und zyklisch wechselnder Druckbeanspruchung*. Bauphysik 17, Heft 1, Seite 11-16, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1995
- Künzel 1966** Künzel, H.; Gertis, K.: *Wärme- und feuchtigkeitstechnische Untersuchungen an vorgefertigten Außenwänden*. Betonsteinzeitung (32), 1966, Heft 12, S. 667-678
- Künzel 1969** Künzel, H.; Gertis, K.: *Thermische Verformungen von Außenwänden*. Betonsteinzeitung (32), 1969, Heft 9, S. 528-535
- Link 2002** Link, M.: *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. B.G. Teubner GmbH, Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden, 2002
- Linke 1978** Linke, K.P.: *Zum Tragverhalten von Profilsandwichplatten mit Stahldeckschichten und einem Polyurethan-Hartschaum-Kern bei kurz- und langzeitiger Belastung*. Dissertation, TH Darmstadt, 1978
- Luz 1990** Luz, E.: *Wärmedämmung für Industriefußböden*. Beton-Verlag, 1990

- Lohmeyer 1996** Lohmeyer, G, Ebeling, K.: *Die Dreifachwand für Keller*. Beton, Heft 1, S.29-33, Beton-Verlag GmbH, 1996
- Mannava 1999** Mannava, S.S., Bush, T.D.Jr., Kukreti, A.R.: *Load-Deflection Behaviour of Smooth Dowels*. ACI Structural Journal, V.96, No.6, November-December 1999
- Möhler 1956** Möhler, K.: *Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und nachgiebigen Verbindungsmitteln*. Dissertation, TH Karlsruhe, 1956
- Maple** Computeralgebrasystem Maple, Version 11.01, Waterloo Maple Inc., www.maplesoft.com
- Natterer 1987** Natterer, J., Hoeft, M.: *Zum Tragverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen*. Forschungsbericht CERS Nr. 1345, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 1987
- Oberhaus 1994** Oberhaus, H.: *Zur Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit Mineralischer Wärmedämm-Verbundsysteme*. Forschungsbericht aus dem Fachgebiet Betonbau, Heft 14, Dissertation, TU Dortmund, 1993
- Pape 2011** Pape, H.: *Hohe Halbertigteil-Wandelemente – Rechnerischer Nachweis, Montage, ausgeführte Beispiele*. Tagungsbeitrag der 55. Ulmer Betontage, S. 105, Ulm, 2011
- Papsch 1967** Papsch, E.: *Eine lineare Stabtheorie für mehrteilige gerade Stäbe mit elastischem Verbund*. Dissertation, Uni Hannover, 1976
- Papula 2000** Papula, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler – Band 2*. Vieweg&Sohn, Braunschweig und Wiesbaden, 2000
- Paschen 1982** Paschen, H.: *Bauen mit Betonfertigteilen - Großtafelbauten*. Aus: Betonkalender 1982, Teil II. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1982
- Paschen 1983** Paschen, H., Schönhoff, T.: *Untersuchungen über in Beton eingelassene Scherbolzen aus Betonstahl*. Beitrag in Heft 346, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth-Verlag, Berlin, 1983
- Peikko 2005** Peikko: *Gutachterliche Stellungnahme zur Peikko PD-Verbundbewehrung*. Peikko Deutschland GmbH, 2005, unveröffentlicht
- Pilny 1967** Pilny, F.: *Entstehen und Beherrschen der Beanspruchungen in Plattenbelägen*. BODEN WAND + DECKE, Heft 6, S.452-465, Heft 7, S.521-530, Berlin, 1967

- Pirazzi 2005** Pirazzi, C.: *Zur Berechnung von Holzschalen in Brettrippenbauweise mit elastischem Verbundquerschnitt*. Dissertation These 3229, EPFL Lausanne, 2005
- Pischl 1966** Pischl, R.: *Die Berechnung zusammengesetzter, hölzerner Biegeträger*. Dissertation, TH Graz, 1966
- Pischl 1968** Pischl, R.: *Ein Beitrag zur Berechnung zusammengesetzter hölzerner Biegeträger*. Der Bauingenieur 43, Heft 12, S.448 – 452, 1968
- Porter 1992** Porter, M.L., Lehr, B.R., Barnes, B.A.: „Fiber Composite Connectors for Concrete Sabdwich Wall Systems – Final Report“, Iowa State University, Engineering Research Institute, Ames IA., August 1992
- Porter 1992a** Porter, M., Wade, G., Jacobs, D.: „Glass-Fiber Composite Connectors for Insulated Concrete Sandwich Walls“, Iowa State University, Engineering Research Institute, Ames IA., 1992
- Porter 1993** Porter, M.L., Barnes, B., Hughes, B., Viswanath, K.: *Non-corrosive Tie Reinforcing and Dowel Bars for Highway Pavement Slabs*. Final Report. HR-343 Submitted to Highway Division of the Iowa Department of Transportation and Iowa Highway Research Board. Iowa State University, Engineering Research Institute, Ames, November 1993
- Porter 1999** Porter, M.L., Davis, A., Rohner, J.: *Investigation Of Glass Fiber Composite Dowel Bars For Highway Pavement Slabs*. Report TR-408 Submitted to Project Development Division of the Iowa Department of Transportation and Iowa Highway Research Board. Iowa State University, Engineering Research Institute, Ames, January 1999
- Porter 2001** Porter, M.L., Davis, D., Guinn, R., Lundy, A., Rohner, J.: *Investigation Of Glass Fiber Composite Dowel Bars For Highway Pavement Slabs*. Final Report. TR-408 Submitted to Highway Division of the Iowa Department of Transportation and Iowa Highway Research Board. Iowa State University, Engineering Research Institute, Ames, June 2001
- Porter 2002** Porter, M.L., Guinn, J.R.,: *Assessment Of Dowel Bar Research*, Final Report to Project HR-1080, Iowa State University, Engineering Research Institute, Ames, August 2002
- Proske 2007** Proske, T.: *Frischbetondruck bei Verwendung von Selbstverdichtendem Beton - Ein wirklichkeitsnahes Modell zur Bestimmung der Einwirkungen auf Schalung und Rüstung*. Dissertation, TU Darmstadt, Eigenverlag, 2007

- Puck 1996** Puck, A.: *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten Modelle für die Praxis*. Carl Hanser Verlag, München, 1996
- Reinhardt 1973** Reinhardt, H.-W.: *Spannungen und Verformungen mehrschichtiger Außenwände zufolge Temperaturänderungen*. Betonwerk + Fertigteil-Technik 39, 1973, S.265-269
- Rizkalla 2001** Rizkalla, S., Shalaby, A., Eddie, D.: *Glass Fiber-Reinforced Polymer Dowels for Concrete Pavements*. ACI Structural Journal, V.98, No. 2, pp.201-206, March-April 2001
- Röhling 2009** Röhling, S.: *Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme*. Edition-Beton, 2. überab. Auflage, Verlag Bau+Technik, 2009
- Rostasy 2002** Rostasy F.S., Krauß, M., Budelmann, H.: *Planungswerkzeug zur Kontrolle der frühen Rißbildung in massigen Betonbauteilen. Teile 1-7*. Bautechnik 79, Heft 7 - Heft 12, 2002
- Rostasy 1969** Rostasy, F.S.: *Zwang in Außenwandplatten infolge von Temperaturunterschieden*. Beton (19), 1969, Heft 7, S. 294-300
- Sattler 1955** Sattler, K.: *Ein allgemeines Berechnungsverfahren für Tragwerke mit elastischem Verbund*. Veröffentlichungen des deutschen Stahlbau-Verbandes, Band 8, Stahlbau-Verlags GmbH, Köln, 1955
- Schäfer 1990** Schäfer, G.H.: *Zum Standsicherheitsnachweis von Wärmedämmverbundsystemen mit Klebung und Verdübelung*. Bauphysik 12, Heft 4, S.97-103, Verlag W.Ernst & Sohn, Berlin, 1990
- Schaupp 1967** Schaupp, W.: *Konstruktive, materialtechnische und bauphysikalische Überlegungen zur Herstellung von Außenwänden*. Betonsteinzeitung (33), 1967, Heft 3, S. 96-102
- Schelling 1968** Schelling, W.: *Die Berechnung nachgiebig verbundener zusammengesetzter Biegeträger im Ingenieurholzbau*. Dissertation, TH Karlsruhe, 1968
- Schießl 2007** Schießl, P.: *Gutachterliche Stellungnahme zum Antrag der Fa. Schöck beim DIBt auf allgemeine bauaufsichtliche Zulassung einer Betonbewehrung aus GFK-Stäben mit der Handelsbezeichnung „ComBAR“*. Ingenieurbüro Prof. Schießl, Unveröffentlichtes Gutachten, München, 2007
- Schmeer 2009** Schmeer, K.: *„Untersuchungen über die räumliche Spannungsverteilung bei in Beton eingelassenen Scherbolzen aus GFK“*, Studienarbeit, TU Kaiserslautern, 2009
- Schneider 2002** Schneider, K.-J.: *Bautabellen für Ingenieure*. 15. Auflage, Werner Verlag GmbH & Co. KG, Düsseldorf, 2002

- Schnell 2007** Schnell, J., Pahn, M.: *Monitoring of tensile test performed on ComBAR GFRP reinforcement Ø8, Ø12, Ø16*. Unveröffentlichter Versuchsbericht, Kaiserslautern, 2007
- Schnell 2009** Schnell, J.: *Untersuchungen zur Eignung von ComBAR® – Thermoankern aus glasfaserverstärktem Kunststoff als Verbindungselement von kerngedämmten Wänden mit aufstehender Vorsatzschale*. Unveröffentlichtes Gutachten, Kaiserslautern, 2009
- Schoeck 2008** www.schoeck.de: *Sonderbewehrung im Hochbau*. Schöck Bauteile GmbH, 2008, Quelle: http://www.schoeck.de/upload/files/download/ComBAR_Vorstellung_im_IB_2008_06%5B725%5D.pdf
- Scholz 2004a** Scholz, A.: *Eigenspannungszustände an Verbundquerschnitten infolge von Dehnungsunterschieden. Anwendung eines Rechenverfahrens auf einen bewährten Lösungsansatz*. Bautechnik 3/81, S.180-188, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2004
- Scholz 2004b** Scholz, A.: *Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz*. Dissertation, TU München, München, 2004
- Schuler 1986** Schuler, G.: *Durchlaufträger mit elastischem Verbund bei abschnittsweise veränderlichen Steifigkeiten*. Berichte der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Karlsruhe, 4. Folge, Heft 14, Karlsruhe, 1986
- Schürmann 2005** Schürmann, H.: *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005
- Schwarze 1984** Schwarze, K.: *Numerische Methoden zur Berechnung von Sandwichelementen*. Stahlbau 12/1984, S. 363-370, Ernst & Sohn Verlag, 1984
- Stamm 1974** Stamm, K., Witte, H.: *Sandwichkonstruktionen – Berechnung, Fertigung und Ausführung*. In: Ingenieurbauten 3, Theorie und Praxis, Herausgeber: Sattler, K., Stein, P.. Springer Verlag, Wien, New York, 1974
- Stamm 1969** Stamm, K., Witte, H.: *Aufstellung einer allgemeinen Plattentheorie für Sandwichplatten*. HOESCH-Berichte aus Forschung und Entwicklung, Heft 4, S.122-136, 1969
- Stamm 1984** Stamm, K.: *Sandwichelemente mit metallischen Deckschichten als Wandbauplatten im Bauwesen*. Stahlbau, Heft 5, S. 135-143, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, 1984
- Stüssi 1943** Stüssi, F.: *Über den verdübelten Balken*. Schweizerische Bauzeitung 122, 21, S.271-274, 1943

- Thieme 1996** Thieme, D.: *Einführung in die Finite-Elemente-Methode für Bauingenieure*. Verlag für Bauwesen, Berlin, 1996
- Timoshenko 1925** Timoshenko, S., Lessels, J.M.: *Applied elasticity*. Westinghouse Technical Night School Press, Pennsylvania, 1925
- Utescher 1969** Utescher, G.: *Zuganker aus korrosionsbeständigem Stahl mit Biegebeanspruchung oberhalb der Streckgrenze*. Betonsteinzeitung 1969, Heft 5, S.289-295, 1969
- Utescher 1973** Utescher, G.: *Der Tragsicherheitsnachweis für dreischichtige Außenwandplatten (Sandwichplatten) aus Stahlbeton*. Der Bauingenieur, 5/1973
- Utescher 1983** Utescher, G., Herrmann, H.: *Versuche zur Ermittlung der Tragfähigkeit in Beton eingespannter Rundstahldollen aus nichtrostendem austenitischem Stahl*. Beitrag in Heft 346, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth-Verlag, Berlin, 1983
- Weber 2004** Weber, M., Breden, M.: *Das Excel-VBA Codebook*. Addison-Wesley Verlag, München, 2004
- Weigler 1974** Weigler, H., Karl, S.: *Junger Beton*. Betonwerk+Fertigteil-Technik, H. 6, S. 392-401 und H. 7, S. 481-484 sowie Forschungsberichte aus dem Institut für Massivbau der TH Darmstadt, Nr. 20, 1974
- Wiedenroth 1971** Wiedenroth, M.: *Einspanntiefe und zulässige Belastung eines in einen Betonkörper eingespannten Stabes*. Die Bautechnik, 12/1971, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1984
- Wölfel 1987** Wölfel, K.: *Nachgiebiger Verbund – Eine Näherungslösung und deren Anwendungsmöglichkeiten..* Stahlbau 6/1987, S. 173-180, Ernst & Sohn Verlag, 1987
- Yoder 1975** Yoder, E.J., Witczak, M.W.: *Principles of Pavement Design*. Second Edition, John Wiley & Sons Inc., New York, NY, 1975

Richtlinien, Normen und Zulassungen

- AC 320** AC 320: *Acceptance Criteria for Fiber-Reinforced*. Corrected Version April 2008, ICC Evaluation Service Inc, USA, November, 2008
- ACI 2000** ACI Committee 440: *Guide for design and construction of concrete reinforced with FRP bars*. ACI Committee 440, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, USA, Oktober 2000
- BÜV 2010** BÜV-Empfehlung: *Kunststoffbauteile im Bauwesen [TKB] – Entwurf, Bemessung und Konstruktion*. Bau-Überwachungsverein (BÜV), Berlin, August 2010

- CEB 1991** CEB-FIB Model Code 1990: *Design Code*. Bulletin d'Information No. 213/214, Lausanne, 1991
- CEN 1997** prCEN/TS 1992-4-1:2008-Entwurf: *Bemessung der Verankerung von Befestigungen in Beton – Teil 1: Allgemeines*. Deutsches Institut für Normung (DIN), Berlin, 2009
- CNR 2006** CNR-DT 2003/2006: *Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fibre-Reinforced Polymer Bars*. Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction, Rom, Januar 2006
- CSA 2002** CSA Standard S806-02: *Designation and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers*. Canadian Standard Association, Kanada, Dezember 2002
- DAfStb 1991** DAfStb: *Hilfsmittel zur Berechnung von Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken*. Beuth-Verlag 1991; Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton - Heft 240
- DAfStb 2003** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: *Erläuterungen zur DIN 1045-1*. Heft 525 des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Beuth-Verlag, Berlin, 2003
- DAfStb 2005** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: *Erläuterungen zur DAfStb-Richtlinie Wasserundurchlässige Bauwerke aus Beton*. -12. Entwurf-, Stand: 09.09.2005, Beuth-Verlag, Berlin, 2005
- DIBt 1995** DIBt-Mitteilungen 5/95: *Grundsätze zur Temperaturbeanspruchung mehrschichtiger Wandtafeln mit Betondeckschicht*. Mitteilungen des Deutschen Instituts für Bautechnik, S.148, 5/1995
- DIBt 2004** DIBt: Zulassungsbescheid Z-15.2-162, *SYSPRO-PART-THERMO-Wände*. Deutsches Institut für Bautechnik, November 2004
- DIBt 2005** DIBt: Zulassungsbescheid Z-15.2-140, *ISOTWIN-Wände*. Deutsches Institut für Bautechnik, Oktober 2005
- DIBt 2006** DIBt: Zulassungsbescheid Z-15.2-40, *Filigran-D-(E-EW-SE-SE2-SWE-EQ)-Gitterträger für Filigran Elementwände*. Antragsteller: Filigran Trägersysteme GmbH & Co. KG, Deutsches Institut für Bautechnik, 2006
- DIBt 2008** DIBt: Zulassungsbescheid Z-1.6-238, *Bewehrungsstab Schöck ComBAR aus glasfaserverstärktem Kunststoff, Nenndurchmesser: 16 mm*, Antragsteller: Schöck Bauteile GmbH, Deutsches Institut für Bautechnik, 2008

DIBt 2009	DIBt: Zulassungsbescheid Z-21.8-1894, <i>Schöck ComBAR Thermoanker</i> . Antragsteller: Schöck Bauteile GmbH, Deutsches Institut für Bautechnik, November 2009
DIBt 2010	DIBt: Zulassungsbescheid Z-21.8-1911, <i>TMDW-Anker für dreischichtige Stahlbetonwandtafeln</i> , Antragsteller: CSM Construction Systems, Deutsches Institut für Bautechnik, Juli 2010
DIBt 2011	DIBt: Zulassungsbescheid Z-21.8-1926, <i>HALFEN Sandwichplattenanker SPA</i> . Antragsteller: Halfen GmbH, Deutsches Institut für Bautechnik, März 2011
DIBt 2011	DIBt: Zulassungsbescheid Z-21.8-1878, <i>TM-Verbundsystem für dreischichtige Stahlbetonwandtafeln</i> . Deutsches Institut für Bautechnik, Juni 2011
DIN EN 826	DIN EN 826: <i>Wärmedämmung – Bestimmung des Verhaltens bei Druckbeanspruchung</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, Mai 1996
DIN EN ISO 178	DIN EN ISO 178:2008-07: <i>Kunststoffe – Bestimmung der Biegeeigenschaften</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, Juli 2008
DIN 1048-5	DIN 1048-5: <i>Prüfverfahren für Beton – Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, Juni 1991
DIN 1052	DIN 1052:2008-12: <i>Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau</i> . Berlin: Deutsches Institut für Normung, Dezember 2008
DIN 1055-4	DIN 1055-4:2005-03: <i>Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1: Windlasten</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, März 2005
DIN EN 1602	DIN EN 1602: <i>Wärmedämmstoffe für Gebäude – Bestimmung der Rohdichte</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, Januar 1997
DIN EN 1992	DIN EN 1992-1-1:2011-01: <i>Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010</i> . Berlin: Deutsches Institut für Normung, Januar 2011
DIN EN 1992NA	DIN EN 1992-1-1/NA 2011-01: <i>Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau</i> . Berlin: Deutsches Institut für Normung, Januar 2011

- DIN EN 1994** DIN EN 1994-1-1:1994-02: *Entwurf, Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau*. Berlin: Deutsches Institut für Normung, Dezember 2010
- DIN EN 1997** DIN EN 1997-1-1:2004: *Eurocode 7: Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik – Teil 1 Allgemeine Regeln*. Berlin: Deutsches Institut für Normung, Oktober 2005
- DIN EN 2563** DIN EN 2563:1997: *Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe – Unidirektionale Lamine – Bestimmung der scheinbaren interlaminaren Scherfestigkeit*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, März 1997
- DIN EN ISO 9229** DIN EN ISO 9229:2007: *Wärmedämmung – Begriffe*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, November 2007
- DIN EN 12090** DIN EN 12090:1997-08: *Wärmedämmstoffe für Gebäude – Bestimmung des Verhaltens bei Scherbeanspruchung*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, August 1997
- DIN 12350-5** DIN 12350-5:2009: *Prüfung von Frischbeton – Teil 5: Ausbreitmaß*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, August 2009
- DIN 12390-3** DIN 12390-3: *Prüfung von Festbeton – Druckfestigkeit von Probekörpern*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, April 2002
- DIN 12390-5** DIN 12390-5: *Prüfung von Festbeton – Biegezugfestigkeit von Probekörpern*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, Februar 2001
- DIN 12390-6** DIN 12390-6: *Prüfung von Festbeton – Spaltzugfestigkeit von Probekörpern*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, Februar 2001
- DIN EN 13163** DIN EN 13163:2009-02: *Wärmedämmstoffe für Gebäude – Werkmäßig hergestellte Produkte aus expandiertem Polystyrol (EPS) - Spezifikation*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, Februar 2009
- E DIN EN 13164** E DIN EN 13164:2009-02: *Wärmedämmstoffe für Gebäude – Werkmäßig hergestellte Produkte aus extrudiertem Polystyrolschaum (XPS) - Spezifikation*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, Februar 2009
- DIN 13706** DIN 13706:2002 Teil 1-3: *Verstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe - Spezifikationen für pultrudierte Profile*. Deutsches Institut für Normung, Berlin, Februar 2003

- | | |
|----------------------|---|
| DIN 18218 | DIN 18218:2008-01: <i>Frischbetondruck auf lotrechte Schalungen</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, Januar 2010 |
| DIN 18820 | DIN 18820:1991-03 Teil 1-4: <i>Lamine aus textil-glasverstärkten ungesättigten Polyester und Phenylacrylatharzen</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, März 1991 |
| DIN 53390 | DIN 53390: <i>Biegeversuch an unidirektional glasfaserverstärkten Rundstab-Laminaten</i> . Deutsches Institut für Normung, Berlin, Juni 1988 |
| ETAG-001 1997 | ETAG-001: <i>Leitlinie für die europäische technische Zulassung für Metalldübel zur Verankerung im Beton</i> . Teile 1 bis 3, Anhang A bis C, Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), Berlin, Juni 1997 |
| FIB 2007 | Federation International du Beton (FIB): <i>FRP reinforcement in RC structures</i> . FIB Bulletin 40 - Technical Report, Springer Digital-Druck, Lausanne, Schweiz, 2007 |
| ISIS 2006 | ISIS Product Certification: <i>Specifications for Product Certification of Fibre Reinforced Polymer (FRPs) as Internal Reinforcement in Concrete Structures</i> . ISIS Canada Corporation, Winnipeg, Manitoba, Kanada, September 2006 |
| ISO 10406-1 | ISO 10406-1:2008: <i>Fiber reinforced polymer (FRP) reinforcement of concrete –Test Methods – Par 1: FRP bars and grids</i> . International Organisation for Standardization, Japan, Dezember 2008 |
| JSCE 1997 | Japan Society of Civil Engineers (JSCE): <i>Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials</i> . Concrete Engineering Series, No. 23, 325 pp., Japan, 1997 |

Anhang A-1

Ergebnisse zum Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge

Ergebnisse der Scherversuche an GFK-Verbindungsmitteln

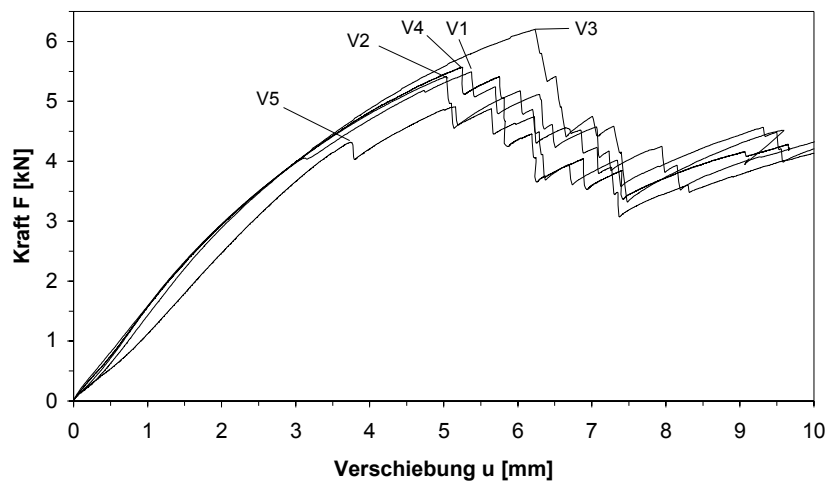


Abbildung 149: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe CB-SK-60

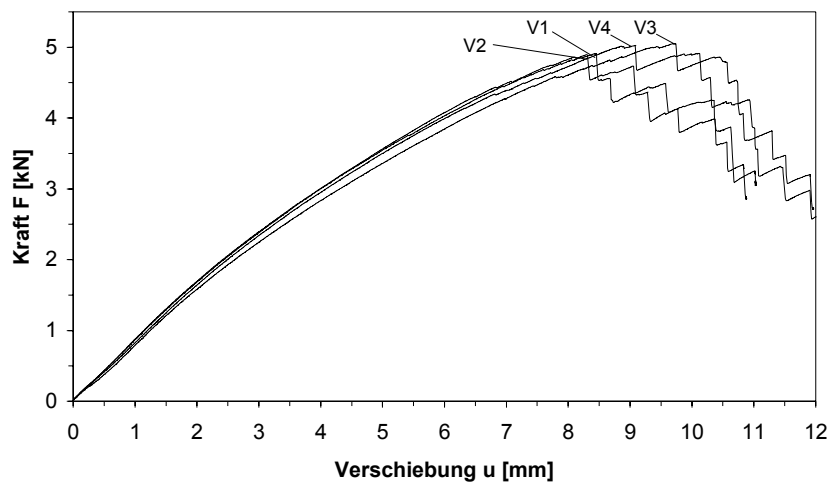


Abbildung 150: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe CB-SK-80

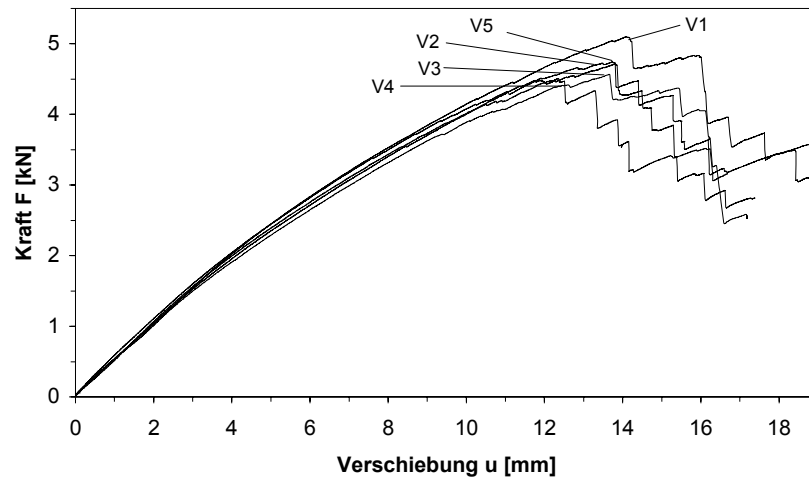


Abbildung 151: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe CB-SK-100

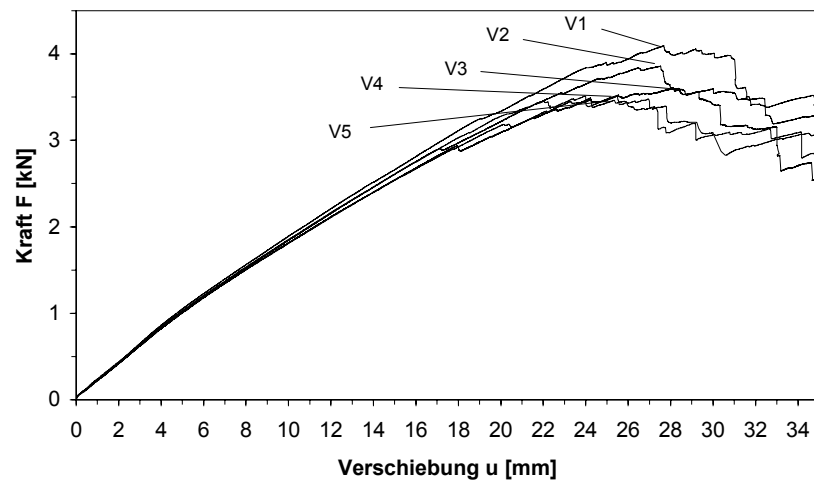


Abbildung 152: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe CB-SK-140

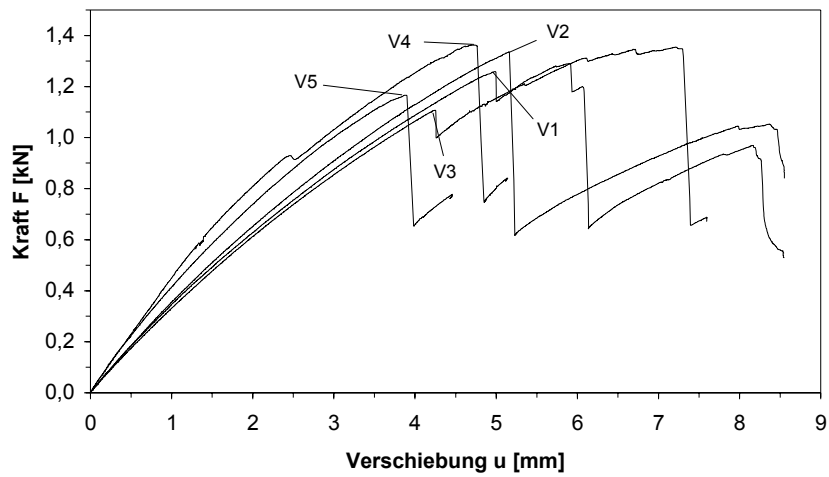


Abbildung 153: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe TM-60

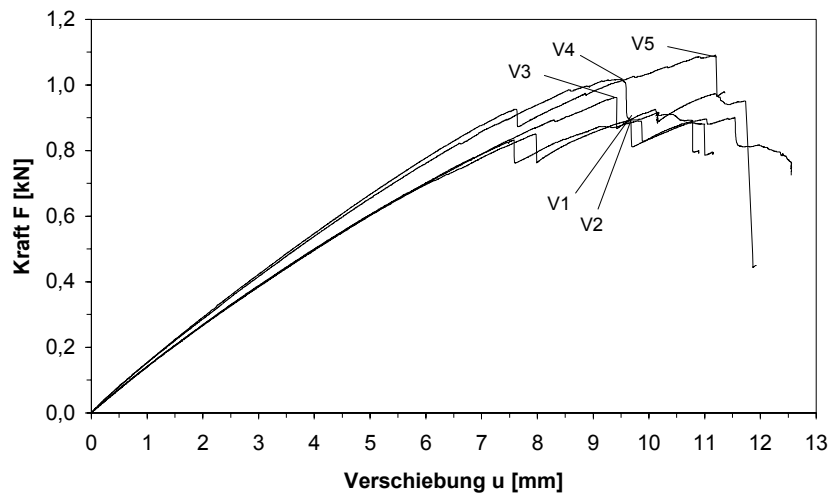


Abbildung 154: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe TM-90

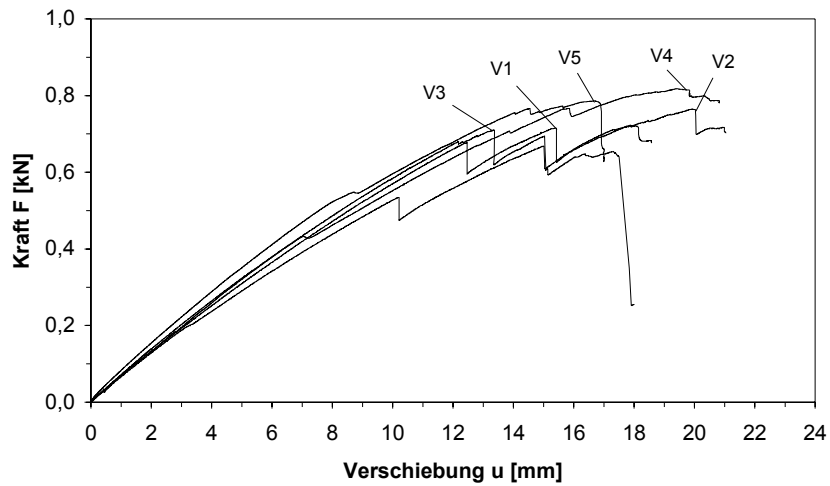


Abbildung 155: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe TM-120

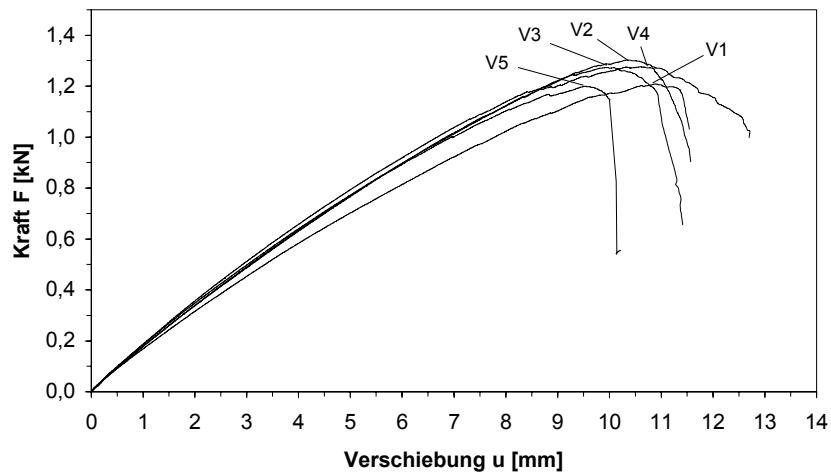


Abbildung 156: Last-Verformungskurve der Versuchsreihe TM-60w

Ergebnisse der Scherversuche an der Verbundfuge

Den Versuchskurven sind Nachrechnungen mit zwei Rechenmodellen gegenübergestellt. Grundsätzlich gelten die Zusammenhänge für das Last-Verformungsverhalten der Verbundfuge nach Abbildung 68. Bei der durchgezogenen Kurve wird der Traganteil des Verbindungsmittels über die empirische, nichtlineare Last-Verformungsbeziehung in Abschnitt 3.4.1.2 berechnet. Den gepunkteten Graphen liegen die linearen Zusammenhänge nach Abschnitt 3.4.1.3 zugrunde.

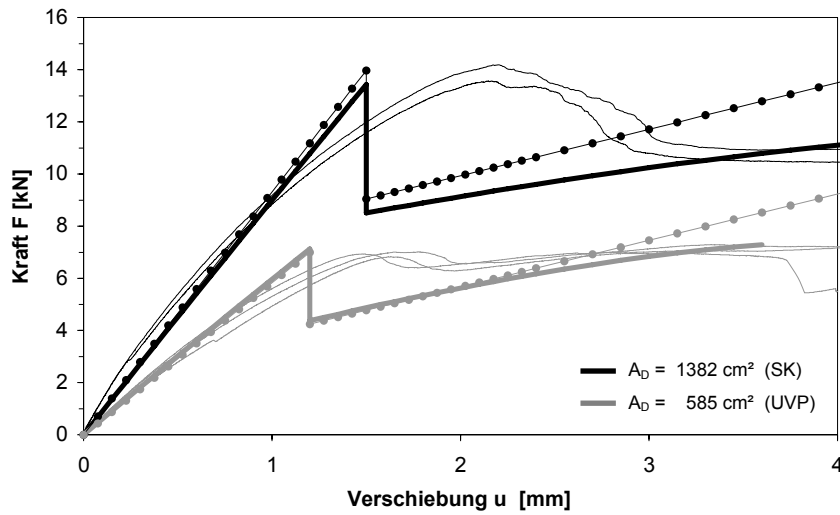


Abbildung 157: Vergleich der Scherversuchsserie EPS 60 mm (Serien UVP/SK) mit der Nachrechnung

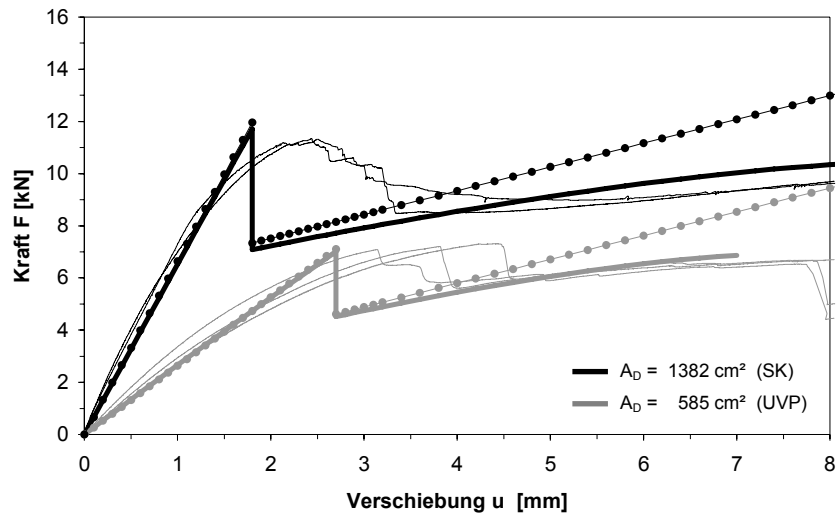


Abbildung 158: Vergleich der Scherversuchsserie EPS 80 mm (Serien UVP/SK) mit der Nachrechnung

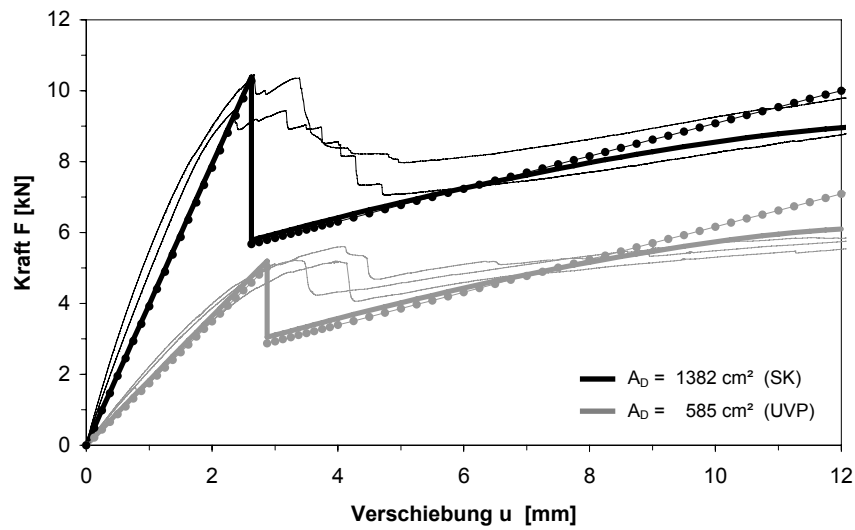


Abbildung 159: Vergleich der Scherversuchsserien EPS 100 mm (Serien UVP/SK) mit der Nachrechnung

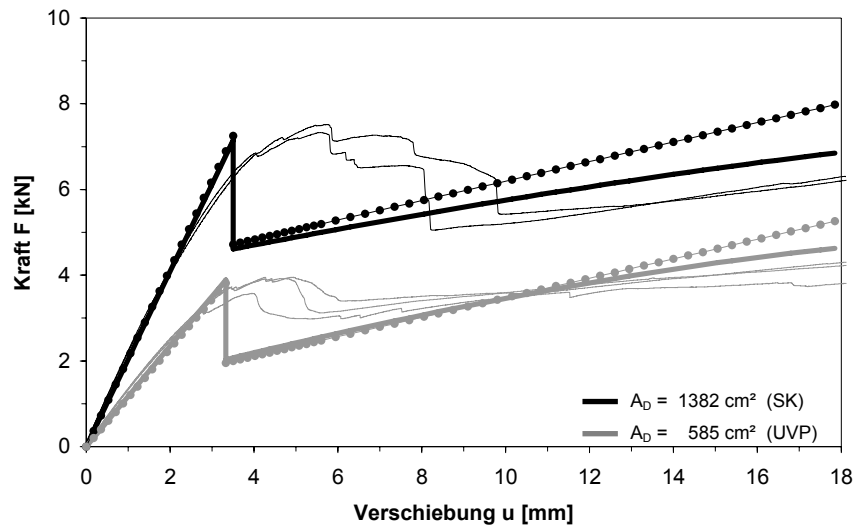


Abbildung 160: Vergleich der Scherversuchsserien EPS 140 mm (Serien UVP/SK) mit der Nachrechnung

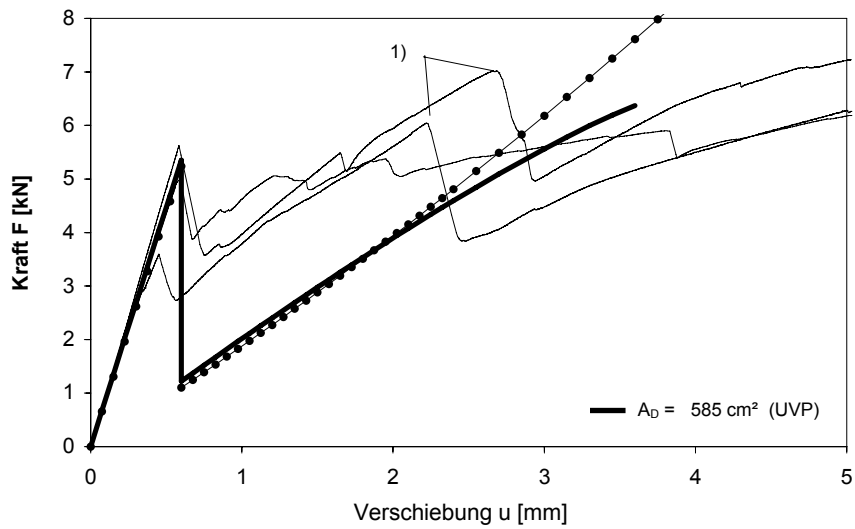


Abbildung 161: Vergleich der Scherversuchsserie XPS 60 mm (UVP) mit der Nachrechnung

¹⁾ Lastmaxima treten infolge des Versagens des Haftverbundes in der zweiten Dämmschicht auf.

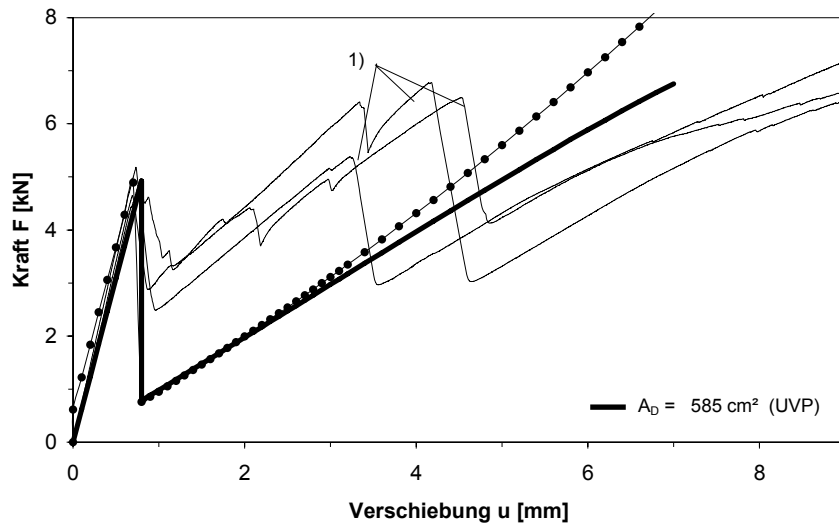


Abbildung 162: Vergleich der Scherversuchsserie XPS 80 mm (UVP) mit der Nachrechnung

1) Lastmaxima treten infolge des Versagens des Haftverbundes in der zweiten Dämmschicht auf.

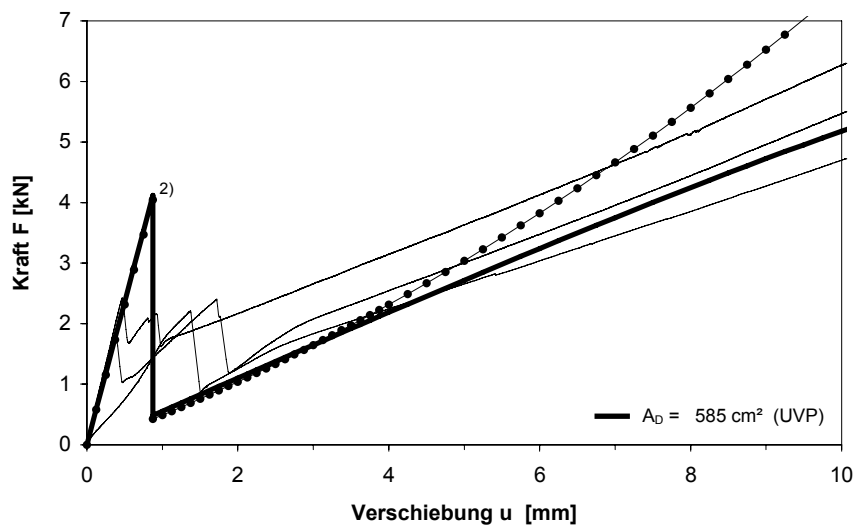


Abbildung 163: Scherversuchsserie XPS 100 mm –Serie UVP

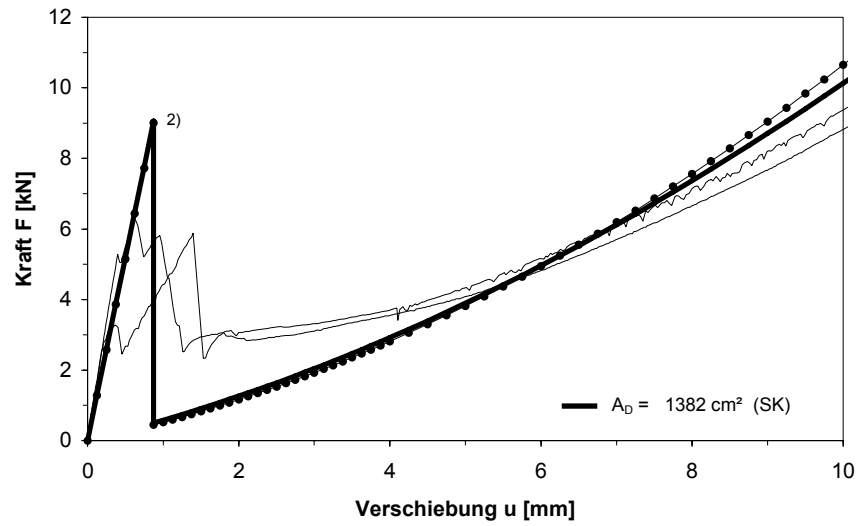


Abbildung 164: Scherversuchsserie XPS 100 mm (SK)

²⁾ Die starke Abweichung des Lastmaximums zwischen Nachrechnung und Versuch ist auf eine Vorschädigung des Haftverbundes zwischen Dämmung und Beton am Probekörper zurückzuführen.

Anhang A-2

Diagramme zur vereinfachten Ermittlung der Zustandsgrößen für den Temperaturlastfall

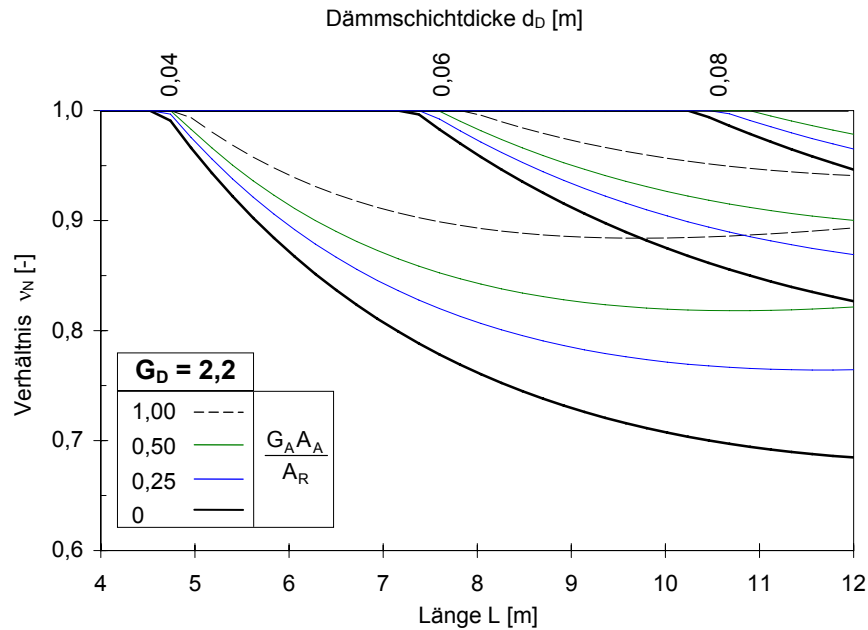


Abbildung 165: Bestimmung des Korrekturfaktors v_N bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 2,2$ N/mm² für den Fall $\tau_{D,h} > \tau_{D,s}$

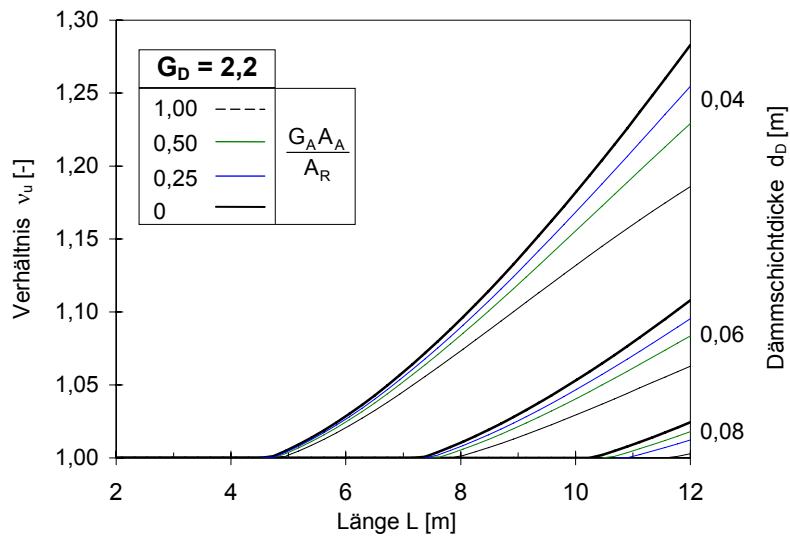


Abbildung 166: Bestimmung des Korrekturfaktors v_u bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 2,2$ N/mm² für den Fall $\tau_{D,h} > \tau_{D,s}$

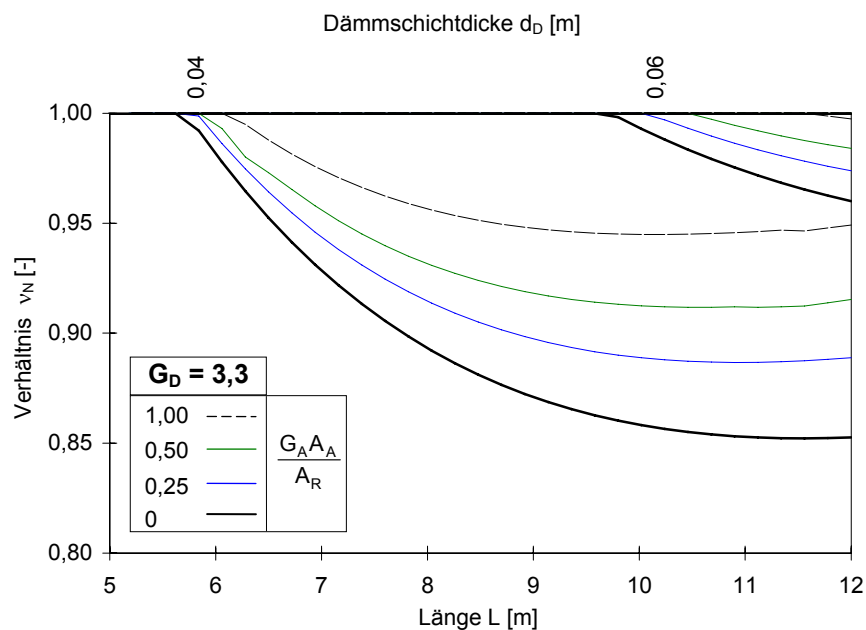


Abbildung 167: Bestimmung des Korrekturfaktors v_N bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 3,3 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} > \tau_{D,s}$

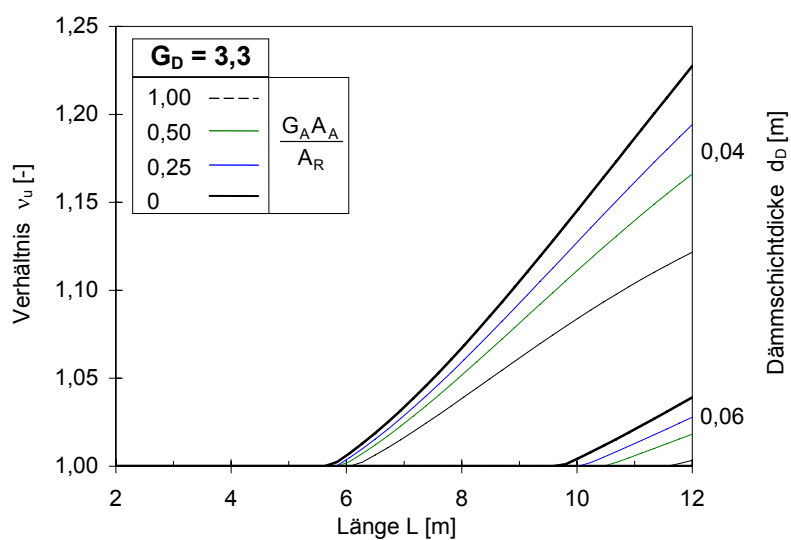


Abbildung 168: Bestimmung des Korrekturfaktors v_u bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 3,3 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} > \tau_{D,s}$

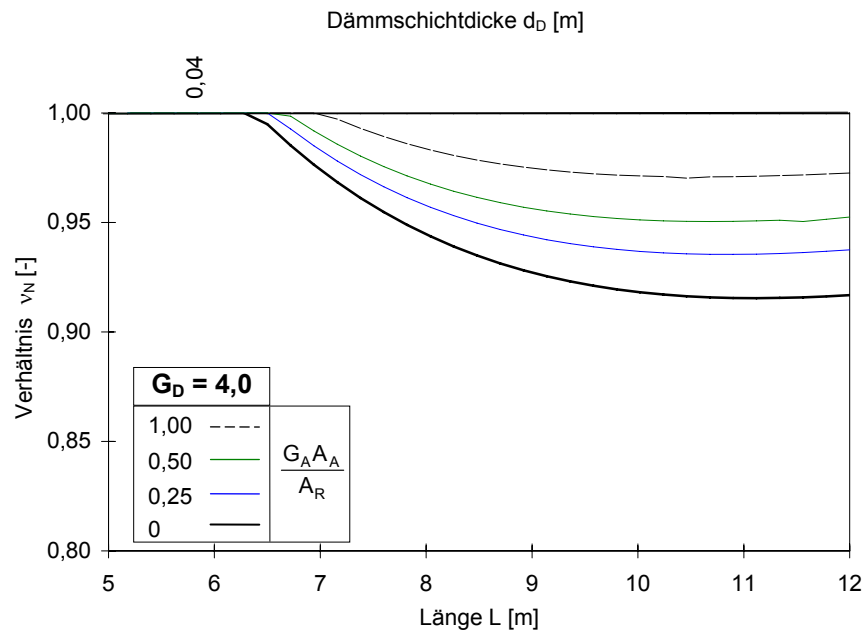


Abbildung 169: Bestimmung des Korrekturfaktors v_N bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 4,0 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} > \tau_{D,s}$

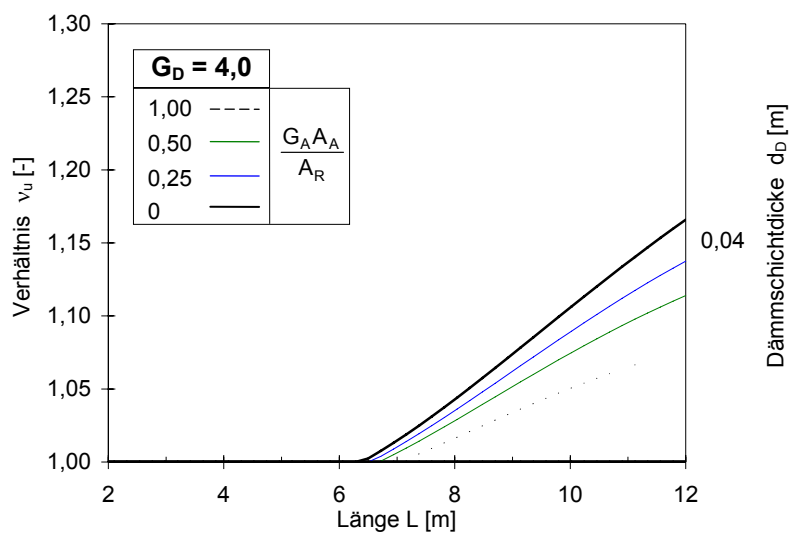


Abbildung 170: Bestimmung des Korrekturfaktors v_u bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 4,0 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} > \tau_{D,s}$

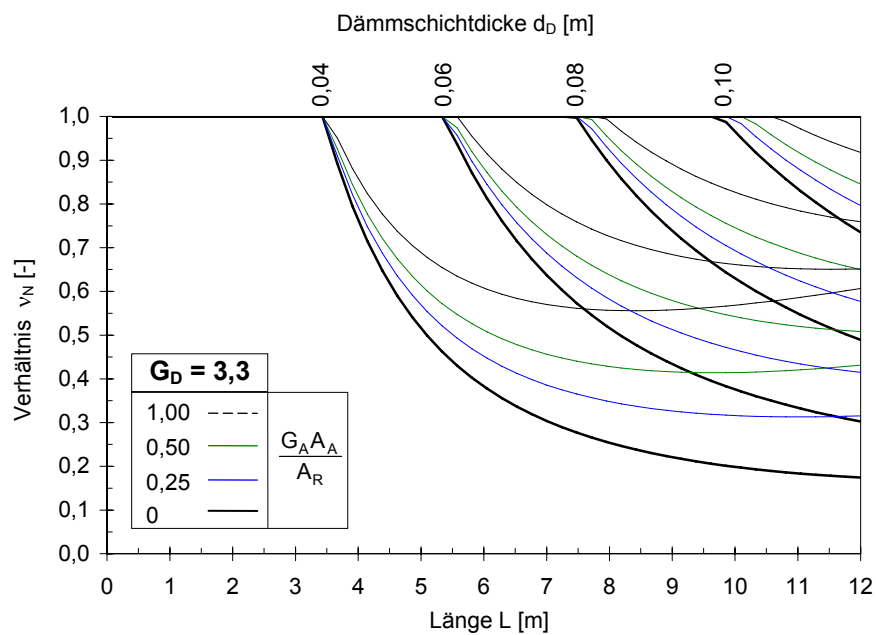


Abbildung 171: Bestimmung des Korrekturfaktors v_N bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 3,3 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

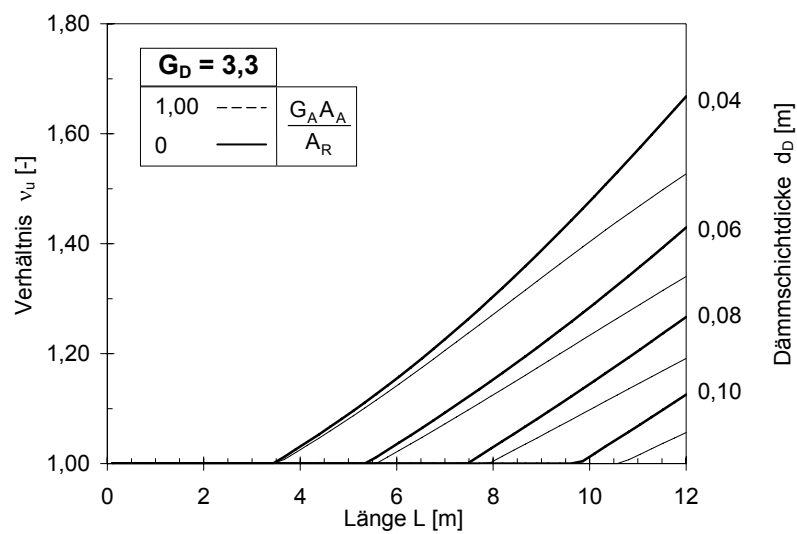


Abbildung 172: Bestimmung des Korrekturfaktors v_u bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 3,3 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

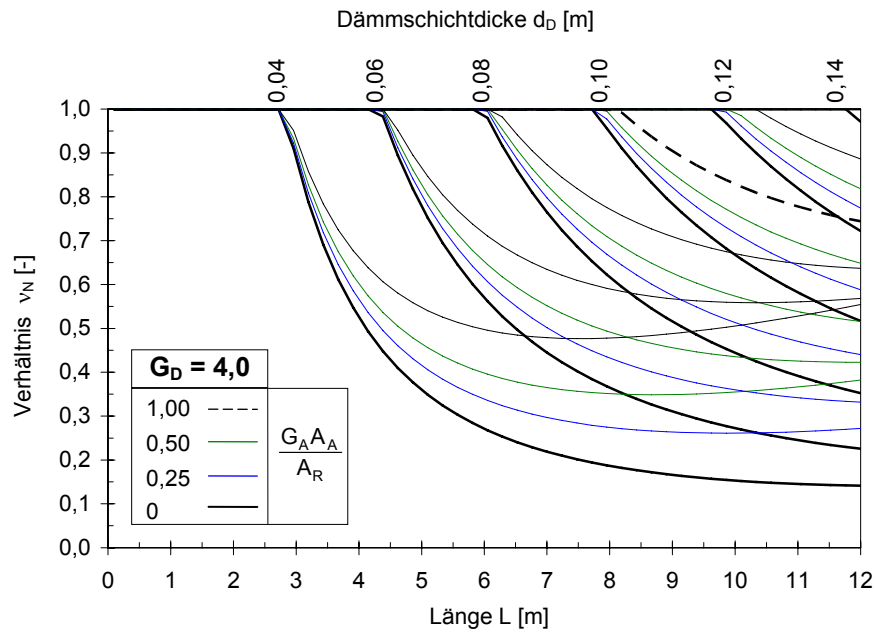


Abbildung 173: Bestimmung des Korrekturfaktors v_N bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 4,0 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

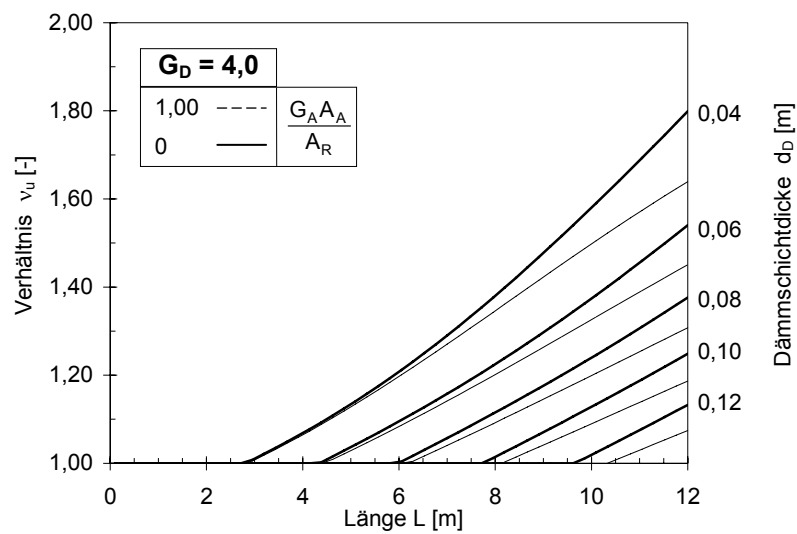


Abbildung 174: Bestimmung des Korrekturfaktors v_u bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 4,0 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

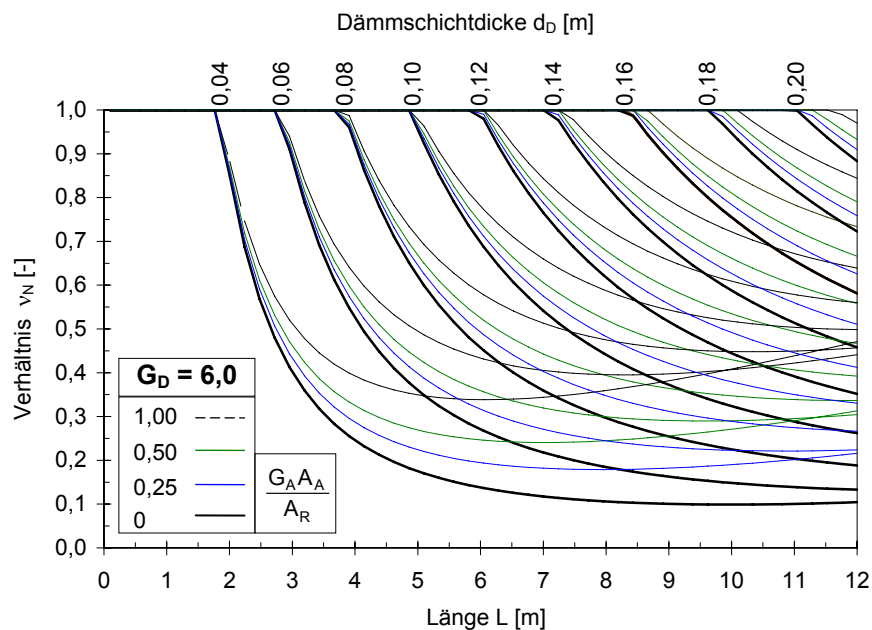


Abbildung 175: Bestimmung des Korrekturfaktors v_N bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 6,0 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

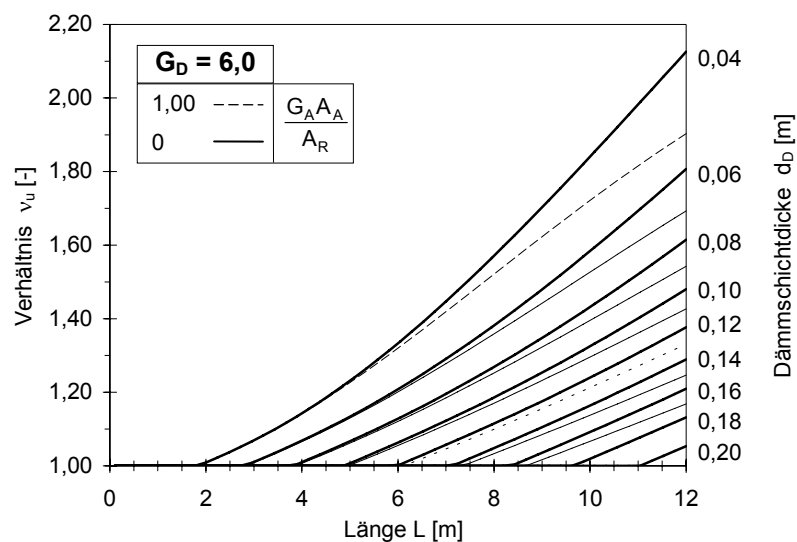


Abbildung 176: Bestimmung des Korrekturfaktors v_u bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 6,0 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

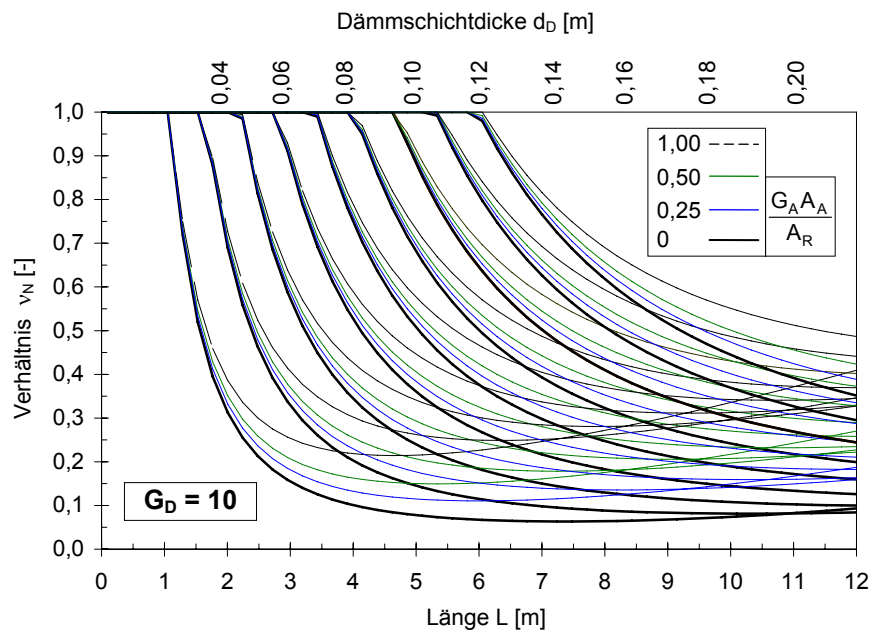


Abbildung 177: Bestimmung des Korrekturfaktors v_N bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 10 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

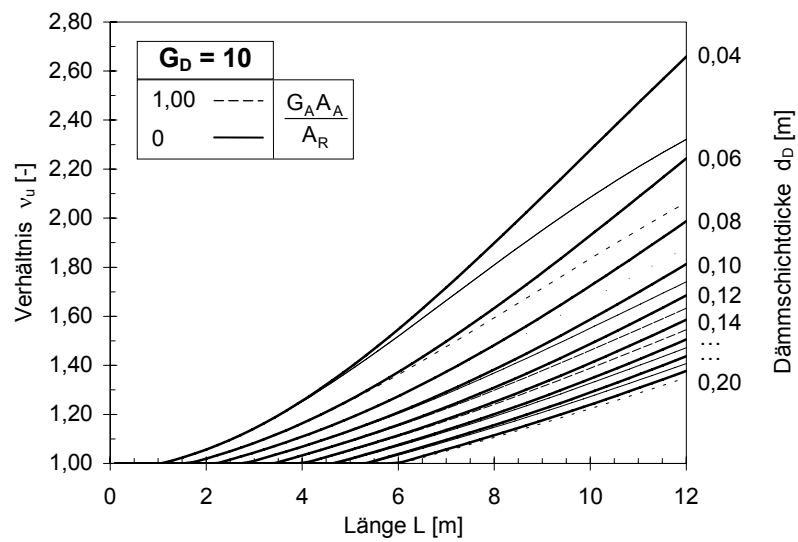


Abbildung 178: Bestimmung des Korrekturfaktors v_u bei einem Dämmstoffschubmodul von $G_D = 10 \text{ N/mm}^2$ für den Fall $\tau_{D,h} < \tau_{D,s}$

Anhang A-3

Ergebnisse der Versuche an Plattenstreifen und der Versuchsnachrechnung

Versuchsergebnisse

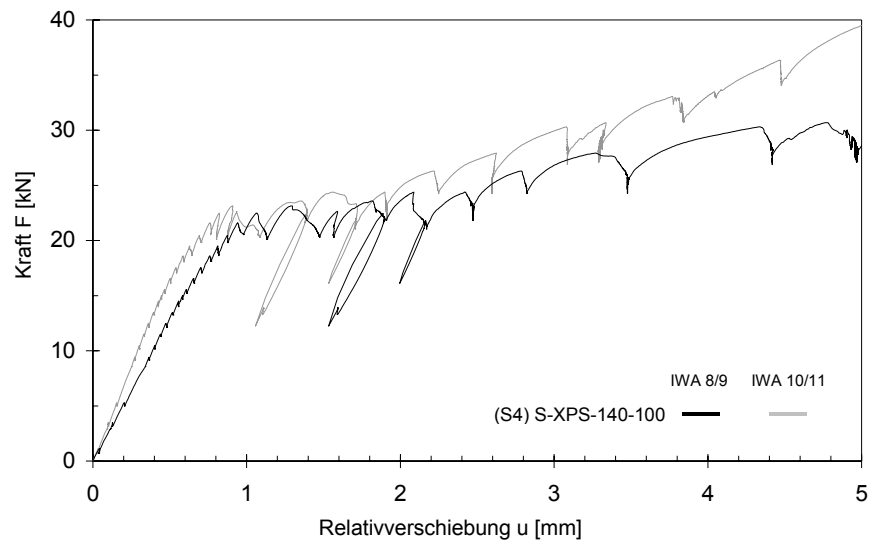


Abbildung 179: Gemessene Relativverschiebungen im Versuch S4

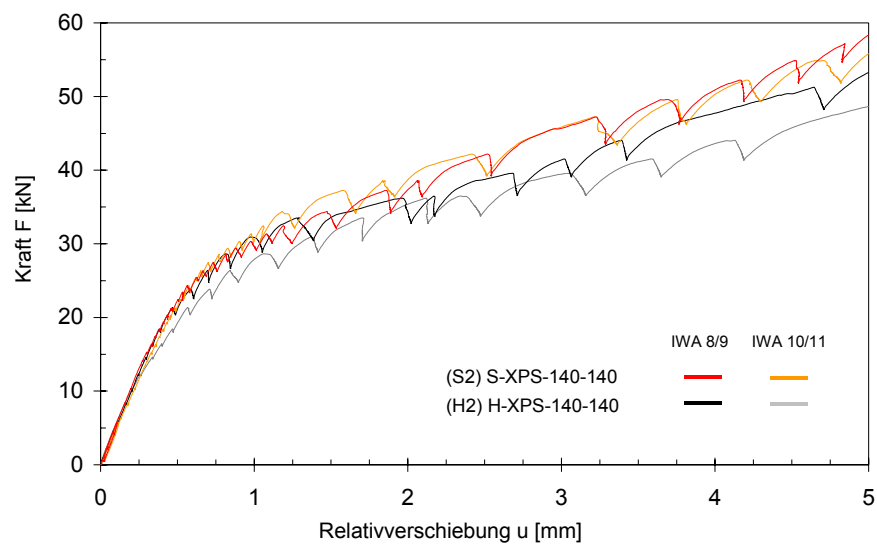


Abbildung 180: Gemessene Relativverschiebung in den Versuchen S2 und H2

Nachrechnung der Kraft-Relativverschiebungskurven

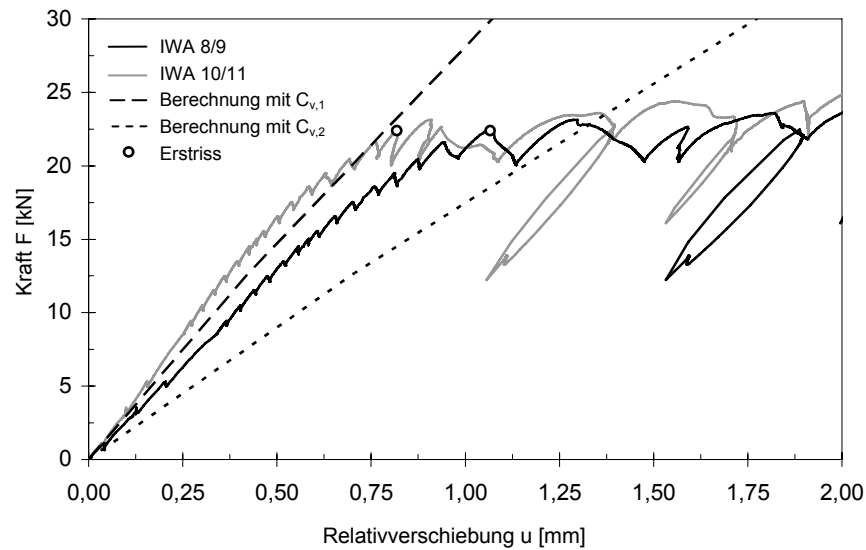


Abbildung 181: Gegenüberstellung der Kraft-Relativverschiebungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuch S4

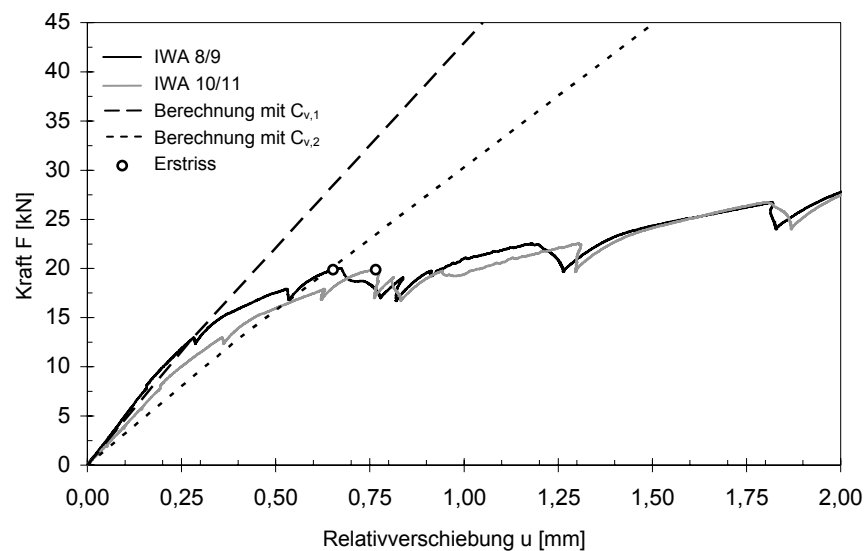


Abbildung 182: Gegenüberstellung der Kraft-Relativverschiebungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuch S6

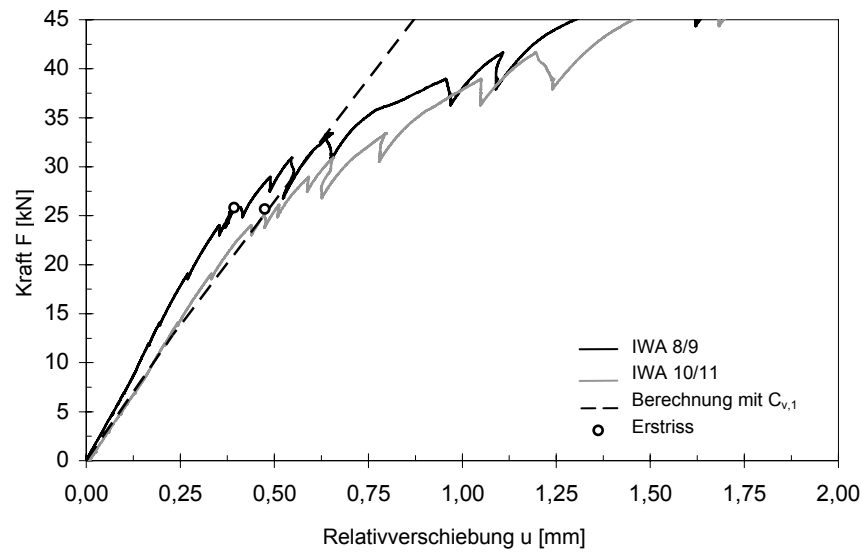


Abbildung 183: Gegenüberstellung der Kraft-Relativverschiebungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuch S5

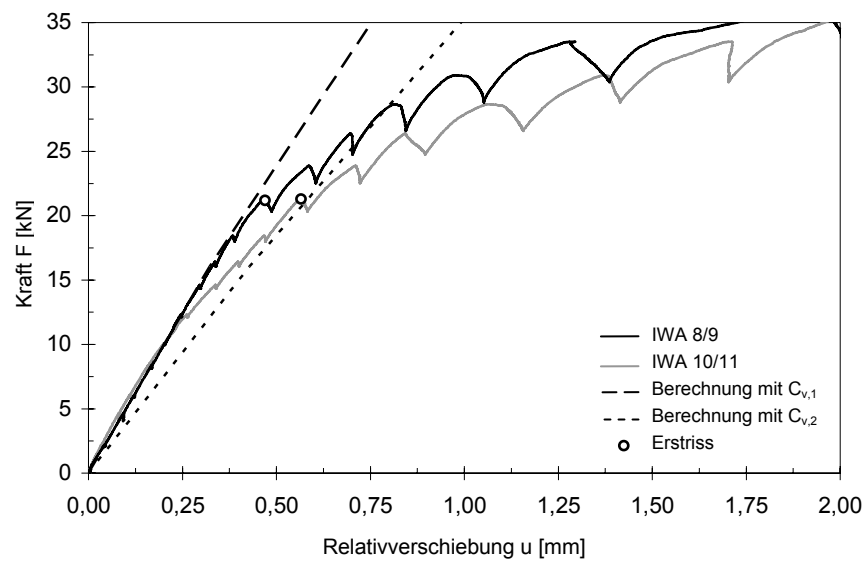


Abbildung 184: Gegenüberstellung der Kraft-Relativverschiebungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuch H2

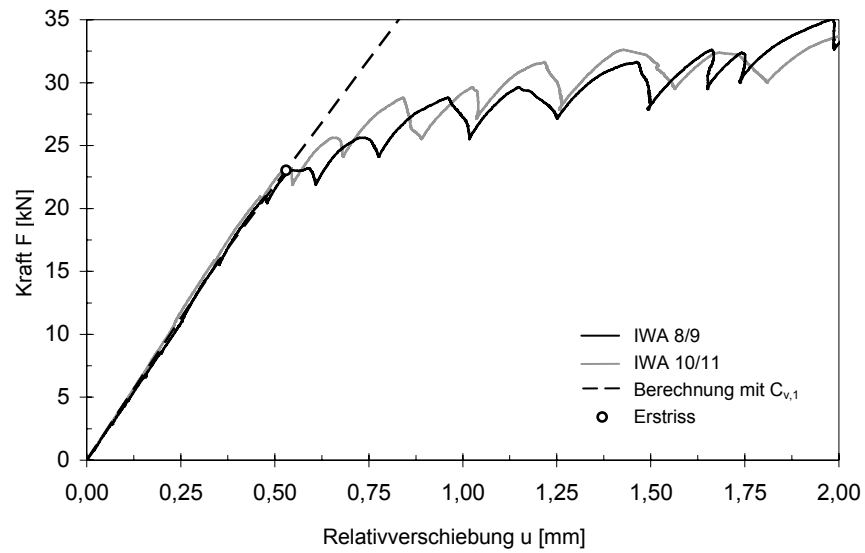


Abbildung 185: Gegenüberstellung der Kraft-Relativverschiebungsverläufe aus dem Versuch und nach Berechnungsmodell für den Versuch H1